

# Обратное тестирование моделей *Value at Risk*

**Аннотация.** В настоящее время особое внимание уделяется банковскому надзору в сфере финансового риск-менеджмента. В результате финансового кризиса 2008 г. обнаружилось недостатков распространенных методов управления финансовым риском. Автор проводит анализ поведения моделей рискованной стоимости (*VaR*) финансового риск-менеджмента в турбулентные периоды на примере российского фондового рынка. Рассмотрено определение метода *VaR* и его компонентов, двух способов расчета волатильности доходностей активов, используемых в методе, а также описано несколько методов проведения обратного тестирования *VaR*-модели, в том числе согласно рекомендациям соглашения Базель II.

Расчеты *VaR* выполнены с использованием трех способов оценки волатильности для двух инвестиционных портфелей и обратного тестирования *VaR*-моделей с использованием нескольких методов. В результате проведено сравнение поведения *VaR*-моделей и даны рекомендации по выбору способа расчета волатильности для *VaR*-модели. Автор приходит к выводу, что *VaR*-модели в кризисные периоды имеют эффективность ниже, чем в некризисные, а также что выбор волатильности влияет на общую эффективность модели. В дальнейшем анализ может быть расширен за счет рассмотрения большего количества способов расчета волатильности и включения различных способов прогнозирования коэффициентов корреляции.

**Ключевые слова:** рыночный риск; Базель; *VaR*; волатильность; финансовый риск-менеджмент.

**Abstract.** Worldwide, emphasis is currently put on banking supervision in the sphere of financial risk management. The global financial crisis of 2008 highlighted the drawbacks of widespread financial risk management techniques. This article is devoted to the analysis of the performance of Value at Risk models used in financial risk management during periods of financial instability, based on the data from the Russian stock market. The author provides the definition of *VaR* and its elements, looks at two methods of computing volatility of financial assets' returns used in the model and examines several *VaR* backtesting techniques, including those recommended by the Basel II Accord. During the research, the following procedures were performed: calculation of *VaR* for two investment portfolios using three volatility calculation methods and backtesting of the *VaR* models with several frequently used methods. The research results with a comparison of *VaR* models' performance and recommendations on the choice of the volatility calculation method. The author comes to the conclusion that *VaR* models perform worse during periods of financial crises compared to non-crisis periods and that the volatility estimation choice affects the overall model performance. The analysis may be enhanced by examining a greater number of volatility calculation methods and including correlation forecasting techniques.

**Key words:** market risk; Basel; *VaR*; volatility; financial risk management.



**Логовцев А.А.,**  
студент Финансового университета  
✉ [loger18xi@outlook.com](mailto:loger18xi@outlook.com)

***Value at Risk* как подушка безопасности, которая работает всегда, кроме момента аварии.**

Дэвид Эйнхорн,  
президент хедж-фонда *Greenlight Capital*

**П**осле глобального финансового кризиса 2008–2009 гг. мировое банковское сообщество признало необходимость более строгого банковского надзора в сфере финансово-

го риск-менеджмента [1]. Таким образом, возникли вопросы к эффективности самого распространенного метода управления рыночным риском — метода *Value at Risk* (*VaR*) (рискованной стоимости, стоимости под риском). Управление рыночным риском, особенно в периоды нестабильности на фондовом рынке, имеет особое значение для банков, имеющих позиции на фондовых рынках в своей торговой книге.

Научный руководитель: **Пыркина О.Е.**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Теория вероятностей и математическая статистика».

Некоторые риск-менеджеры подвергают критике метод *VaR*, поскольку он не способен достоверно предсказывать уровень рыночного риска в периоды нестабильности на фондовом рынке<sup>1</sup>. Если данное предположение справедливо для российского рынка, то обратные тесты *VaR*-модели должны показать ее неадекватность и необходимость искать другие способы оценки рыночного риска.

С самого создания метода *VaR* в 1994 г. публикуется множество разносторонних исследований экономистов и математиков относительно его применения и способов использования [2]. К критикам метода *VaR*, подвергших сомнению его эффективность в нестабильные периоды, помимо Д. Эйнхорна, можно отнести, например, американского трейдера и писателя Н.Н. Талеба, создателя понятия «Черный лебедь», и японского исследователя Й. Ямаи [3]. Также известно, что в подобные периоды нестабильности имеет место значительное увеличение волатильности доходностей и корреляции между доходностями [4]. Тот факт, что при расчете *VaR* используются оба эти параметра, также ставит под сомнение эффективность *VaR* в периоды турбулентности.

Мы рассмотрим эффективность метода *VaR* на примере двух инвестиционных портфелей активов на Московской бирже. Объектом исследования являются цены на акции нескольких российских компаний, обменные курсы некоторых иностранных валют, а также регулятивные рекомендации Базельского комитета по банковскому надзору (БКБН).

В первых двух разделах статьи рассмотрим определение *VaR* и различные методики обратного тестирования, в третьем разделе проанализируем эффективность *VaR* на основе реальных исторических данных.

## Что такое *VaR*?

Согласно американскому риск-менеджеру и популяризатору метода *VaR* Ф. Джориону, *VaR* представляет собой «максимальные потери на определенном временном горизонте, для которых существует низкая предопределенная вероятность того, что реальные потери будут больше этого максимума» [5, с. 244]. Чтобы на практике понять, что представляет собой *VaR*, рассмотрим следующее утверждение: «Я с 99-процентной уверенностью могу сказать, что в своем портфеле за месяц не потеряю больше десяти тысяч рублей». В этом утверждении десять тысяч — это максимальные потери, месяц — это временной горизонт, а 99% — это предопределенная вероятность.

<sup>1</sup> Against Value-at-Risk: Nassim Taleb Replies to Philippe Jorion. URL: <http://www.fooledbyrandomness.com/jorion.html> (дата обращения: 29 мая 2015).

Метод *VaR* рекомендован БКБН для расчета подверженности банка рыночному риску при использовании подхода на основе внутренних рейтингов Компонента 2 Базель II<sup>2</sup>. Центральный Банк России допускает использование российскими банками *VaR* при одновременном соблюдении требований, основанных на стандартизированном подходе к расчету рыночного риска и достаточности капитала<sup>3</sup>.

Существует несколько методов расчета *VaR*. Мы будем использовать дельта-нормальный метод. Главное предположение этого метода, что доходности по ценным бумагам распределены по нормальному закону.

**После глобального финансового кризиса 2008–2009 гг. мировое банковское сообщество признало необходимость более строгого банковского надзора в сфере финансового риск-менеджмента**

Формула для расчета *VaR*-портфеля имеет следующий вид:

$$VaR_p = \alpha \sigma_p W, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — уровень значимости,  $\sigma_p$  — волатильность портфеля,  $W$  — объем вложенных средств.

Таким образом, расчет *VaR* построен на волатильности доходностей портфеля, которую рассчитывают следующим образом:

$$\sigma_p = \sqrt{\bar{x}^T \Sigma \bar{x}}, \quad (2)$$

где  $\bar{x}$  — вектор весов инструментов в портфеле,  $\Sigma$  — матрица ковариации доходностей инструментов.

Волатильность отдельных инструментов может рассчитываться несколькими способами. Поскольку необходимо построить такую *VaR*-модель, которая адекватно предсказывает рыночные флуктуации и возможные потери, наиболее предпочтительным методом расчета волатильности для *VaR*-моделей является подразумеваемая волатильность (*implied volatility*), которая отражает ожидания трейдеров и, таким образом, заложена в премии за опцион на тот или иной актив, что дает возможность ее оценки через формулу Блека-Шоулза. Однако для российского рынка ее применение ограни-

<sup>2</sup> Basel Committee on Banking Supervision. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards / BCBS // Bank for International Settlements. Basel, 2004. 251 pp.

<sup>3</sup> Письмо Банка России от 29.06.2011 № 96-Т «О методических рекомендациях по организации кредитными организациями внутренних процедур оценки достаточности капитала» / Вестник Банка России № 37 (1080) от 07.07.2011.

чено, поскольку недостаточно развит рынок опционов, поэтому в данной работе рассмотрены два других способа – стандартное отклонение (*standard deviation (SD)*) логарифмических доходностей и их экспоненциально взвешенная скользящая средняя (*exponentially weighted moving average (EWMA)*). Стандартное отклонение, которое показывает степень рассеивания случайной величины вокруг его математического ожидания, рассчитывают по следующей формуле:

$$SD(X) = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N [x_i - \bar{x}]^2}, \quad (3)$$

где  $x_i$  – отдельные наблюдения,  $\bar{x}$  – среднее значение случайной величины,  $N$  – общее количество наблюдений.

При использовании *EWMA* наблюдения в выборке получают разные веса, причем самое последнее наблюдение получает наибольший вес, а веса предшествующих наблюдений экспоненциально уменьшаются по мере увеличения временного промежутка между текущим моментом и моментом наблюдения. Формула для расчета *EWMA* следующая:

$$\sigma_n = \sqrt{\lambda \sigma_{n-1}^2 + (1-\lambda) u_{n-1}^2}, \quad (4)$$

где  $\lambda$  – коэффициент взвешивания,  $\sigma_{n-1}$  – волатильность предыдущего дня,  $u_{n-1}$  – процентное изменение цены предыдущего дня. Коэффициент  $\lambda$  в данной работе взят равным 0,94, в соответствии с методологией *RiskMetrics*<sup>4</sup>.

**Центральный Банк России допускает использование российскими банками VaR при одновременном соблюдении требований, основанных на стандартизированном подходе к расчету рыночного риска и достаточности капитала**

Коэффициент  $\alpha$  можно получить из таблицы нормального распределения, в зависимости от требуемой вероятности. Имея уровень значимости, волатильность портфеля и его объем можно рассчитать *VaR* для портфеля.

### Обратное тестирование

Чтобы определить качество *VaR*-модели, используют обратное тестирование (*backtesting*). Модель *VaR*, со-

<sup>4</sup> RiskMetrics. Technical Document. 4<sup>th</sup> ed., 1996. [Электронный ресурс] // URL: [http://pascal.iseg.utl.pt/~aafonso/eif/rm/TD4ePt\\_2.pdf/](http://pascal.iseg.utl.pt/~aafonso/eif/rm/TD4ePt_2.pdf/) (дата обращения: 20 мая 2015).

гласно определению, подразумевает некоторое количество потерь (сбоев модели), которые превысят пороговое значение. Необходимо понять, при каком количестве превышений порога требуется пересмотреть модель? На этот вопрос отвечает обратное тестирование.

Существует несколько методов проведения обратного тестирования, в работе рассмотрены следующие:

- Тестирование по методике БКБН;
- Тест на долю сбоев модели *proportion of failures (POF)* [6];
- Тест на срок до первого сбоя модели *time until first failure (TUFF)*.

Тестирование по методике БКБН построено на простом пересчете количества сбоев модели и применении метода «сигнала светофора»: модели распределяют на три категории в зависимости от количества сбоев. Обратное тестирование проводят ежеквартально для моделей со следующими параметрами: период наблюдения – последние 250 дней, вероятность – 99%, временной горизонт – 10 дней.

По итогам обратного тестирования по методике БКБН модель может попасть в одну из категорий, показанных в табл. 1.

Таблица 1

### Градации качества VaR-модели согласно Базель II

Количество сбоев	Сигнал светофора
Менее 5	Зеленый
5	Желтый
6	
7	
8	
9	Красный
10 и более	

На основе обратного тестирования строится требование к банковскому капиталу: для «зеленых» моделей требование минимально, для «красных» – максимально, требования к «желтым» моделям лежат посередине, чем ближе к «красной» зоне, тем больше требования к капиталу.

Следующим методом обратного тестирования является проверка на долю сбоев (*POF*). С помощью этого теста проверяется адекватность соотношения количества сбоев ко всему количеству наблюдений. Для проведения *POF*-теста требуются четыре параметра: количество наблюдений  $T$ , количество сбоев  $x$  и процентное количество сбоев  $p$ . Для проведения теста используют следующую статистику:

$$POF = -2\ln \left( \frac{(1-p)^{T-x} p^x}{\left(1 - \left(\frac{x}{T}\right)\right)^{T-x} \left(\frac{x}{T}\right)^x} \right). \quad (5)$$

Представленная статистика использует распределение  $\chi^2$  с одной степенью свободы, поэтому здесь можно применить таблицу данного распределения, чтобы сделать выводы об адекватности модели.

Последний тест – тест на срок до первого сбоя (*TUFF*). Как следует из названия, данный тест проверяет адекватность срока до первого сбоя, в течение которого модель себя адекватно ведет. *TUFF*-тест наименее показателен из всех обратных тестов. Он схож с методом *POF*, однако здесь добавлен новый параметр  $v$ , срок до первого сбоя, и для расчета используют следующую статистику:

$$TUFF = -2\ln \left( \frac{p(1-p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right)\left(1 - \frac{1}{v}\right)^{v-1}} \right). \quad (6)$$

Стоит отметить, что риск-менеджер должен взвешенно анализировать результаты обратного тестиро-

вания. Методы обратного тестирования не отличаются высокой точностью, и итоговое решение об использовании или отказе от той или иной *VaR*-модели не должно строиться исключительно на обратном тестировании – нужно учитывать общую политику банка относительно риск-менеджмента или, например, риск-аппетит банка.

**На основе обратного тестирования строится требование к банковскому капиталу: для «зеленых» моделей требование минимально, для «красных» – максимально, требования к «желтым» моделям лежат посередине**

### Анализ *VaR*-модели

Предположим, что некий банк имеет два инвестиционных портфеля: один состоит из иностранных валют, другой из акций российских компаний. Оба портфеля объемом в 100 000 руб. и имеют следующую структуру:

- портфель валют: доллар США (20%), евро (20%), австралийский доллар (10%), японская иена (10%), фунт стерлингов (20%), китайский юань (20%);
- портфель акций: акции ОАО «Аэрофлот – Российские авиалинии» (5%), ОАО «Дикси Групп» (10%), ОАО

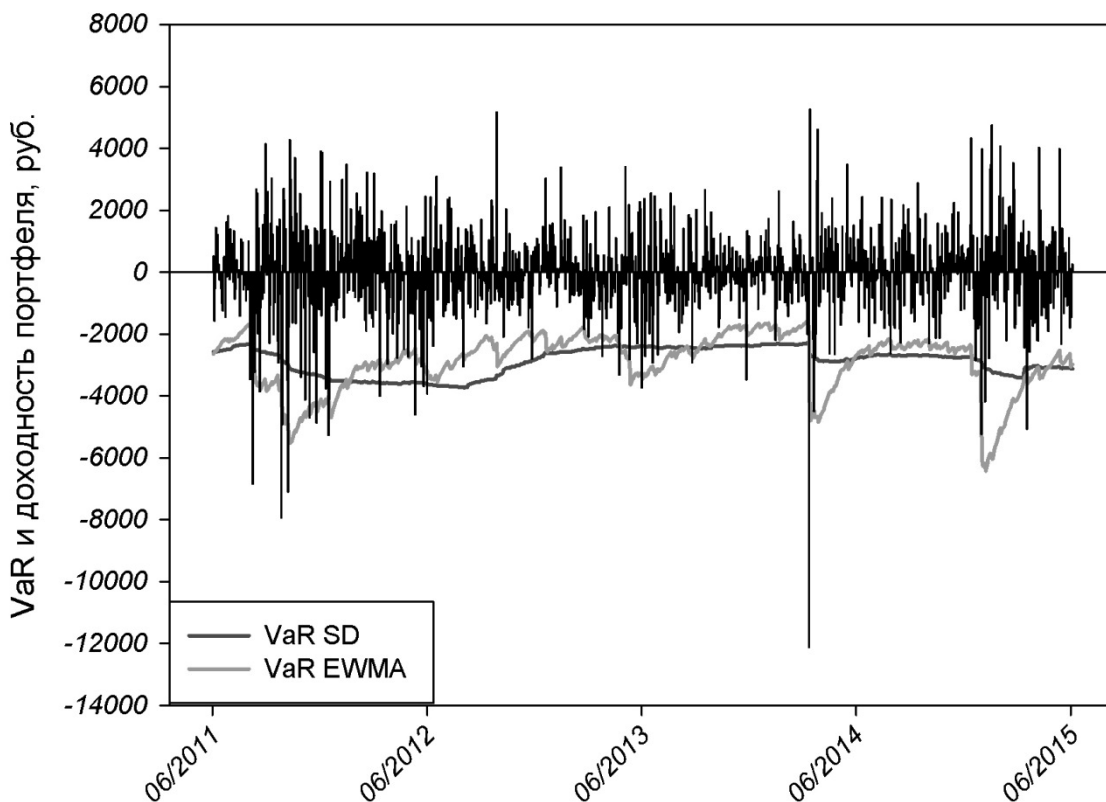


Рис. 1. *VaR* и доходность портфеля акций

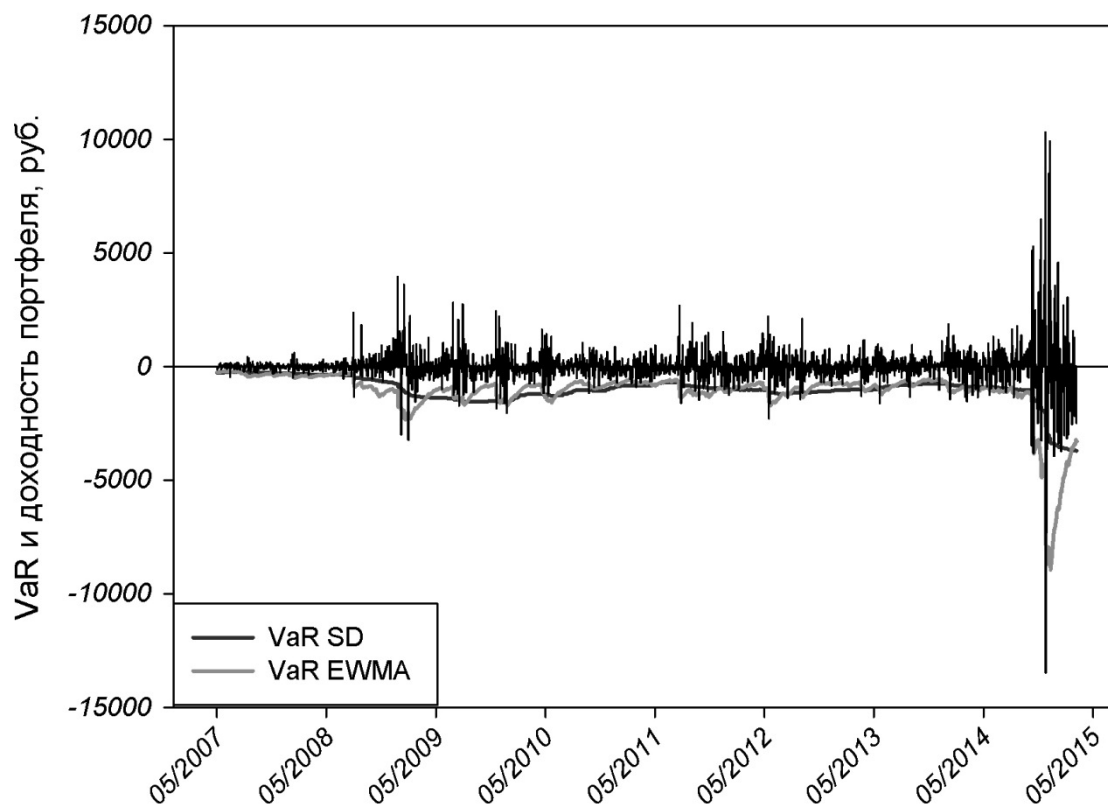


Рис. 2. VaR и доходность портфеля валют

Таблица 2

**Количество сбоев VaR-модели и классификация по БКБН**

Год	Валюта				Акции			
	SD		EWMA		SD		EWMA	
Q2 08	4	Зеленый	2	Зеленый				
Q3 08	7	Желтый	4	Зеленый				
Q4 08	6	Желтый	4	Зеленый				
Q1 09	7	Желтый	5	Желтый				
Q2 09	7	Желтый	6	Желтый				
Q3 09	4	Зеленый	4	Зеленый				
Q4 09	7	Желтый	7	Желтый				
Q1 10	5	Желтый	6	Желтый				
Q2 10	5	Желтый	5	Желтый				
Q3 10	4	Зеленый	4	Зеленый				
Q4 10	2	Зеленый	2	Зеленый				
Q1 11	2	Зеленый	4	Зеленый				
Q2 11	2	Зеленый	4	Зеленый				
Q3 11	5	Желтый	5	Желтый				
Q4 11	9	Желтый	6	Желтый				
Q1 12	10	Красный	7	Желтый				
Q2 12	13	Красный	9	Желтый	21	Красный	17	Красный
Q3 12	14	Красный	10	Красный	11	Красный	11	Красный

Год	Валюта				Акции			
	SD		EWMA		SD		EWMA	
Q4 12	8	Желтый	9	Желтый	4	Зеленый	9	Желтый
Q1 13	6	Желтый	6	Желтый	4	Зеленый	8	Желтый
Q2 13	5	Желтый	6	Желтый	7	Желтый	5	Желтый
Q3 13	5	Желтый	8	Желтый	8	Желтый	5	Желтый
Q4 13	5	Желтый	9	Желтый	9	Желтый	5	Желтый
Q1 14	7	Желтый	9	Желтый	10	Красный	8	Желтый
Q2 14	12	Красный	14	Красный	4	Зеленый	6	Желтый
Q3 14	14	Красный	12	Красный	3	Зеленый	7	Желтый
Q4 14	24	Красный	15	Красный	5	Желтый	7	Желтый
Q1 15	24	Красный	13	Красный	4	Зеленый	4	Зеленый

«Лукойл» (5%), ГК «Норильский Никель» (40%), ОАО «НЛМК» (5%), ОАО «Россети» (10%), ОАО «Сбербанк России» (10%), ПАО «Уралкалий» (5%), ОАО «ВТБ» (10%).

Зададимся вопросом: как показывает себя VaR-модель для этих портфелей? VaR по этим портфелям и их доходности показаны на рис. 1, 2 за период V/2007 – V/2015 гг. для валют и VI/2011 – V/2015 гг. для акций.<sup>5</sup> Однодневная VaR-99% рассчитана с использованием двух описанных выше методов оценки волатильности.

Из рис. 1, 2 видно, что VaR по портфелю валют имела наивысшие значения в 2009–2010 и 2015 гг., а VaR по портфелю акций – в 2011–2012 гг. Необходимо проверить правильность предсказанных моделью потерь. На основе этих портфелей проведем обратное тестирование двух VaR-моделей с использованием стандартного отклонения и EWMA для оценки волатильности.

Начнем обратное тестирование с метода БКБН. Итоги тестирования представлены в табл. 2.

Из таблицы видно, что при использовании стандартного отклонения модель для портфеля валют опустилась в «красную» зону дважды: в 2012 г. и в начале 2014 – начале 2015 гг., когда наблюдалась особая нестабильность курса валют. EWMA-модель показала схожие результаты, однако «красных» зон наблюдается меньше. Портфель акций показал «красные» зоны в 2011–2012 гг., когда была повышенная волатильность рынка, последующую работу этой VaR-модели можно считать удовлетворительной.

Далее проведем еще два обратных теста – POF и TUFF. В табл. 3 представлены их результаты для рассматриваемых VaR-моделей для тех же портфелей. Так

<sup>5</sup> Инвестиционная компания «Финам» – Экспорт котировок [Электронный ресурс]. URL: <http://www.finam.ru/profile/mirovye-indeksy/rts/export/> (дата обращения: 23 мая 2015).

же, как и в предыдущем тесте, волатильность оценивается двумя способами: через стандартное отклонение и EWMA. Для каждого теста представлены количество сбоев или срок до сбоя, а также итоговый результат.

Из табл. 3 видно, что оба варианта VaR для обоих портфелей прошли тесты TUFF. Однако POF-тест не был пройден в нестабильные периоды, характерные для рассматриваемых типов инструментов: для валют в 2012–2014 гг., для акций – в 2011–2012 гг. Провести TUFF-тест с использованием стандартного отклонения для 2012 г. для валютного портфеля не представилось возможным, поскольку сбой модели произошел на первый день выборки.

**Методы обратного тестирования не отличаются высокой точностью, и итоговое решение об использовании или отказе от той или иной VaR-модели не должно строиться исключительно на обратном тестировании**

Нельзя не упомянуть о практической значимости подразумеваемой волатильности. Ввиду ограниченности данных, можно получить значение подразумеваемой волатильности только за предыдущий торговый день. Так, на 29 мая 2015 г. для акций ОАО «Газпром» оценка волатильности доходностей акций по трем методам дала следующие результаты: через SD – 1,63%; через EWMA – 1,52%; подразумеваемая волатильность – 2,15%. Доходность за этот день была 4,99%. Рассчитывая по формуле (1) однодневную VaR-99% для инвестиции в 10 000 р. по трем методам, получим 379 р., 354 р. и 517 р. соответственно. Потери такой позиции в этот день составили 499 р., и правильно их

## Тесты POF и TUFF

Валюта								
Год	POF				TUFF			
	SD		EWMA		SD		EWMA	
	Сбои	Тест	Сбои	Тест	Срок	Тест	Срок	Тест
2007	2 / 163	Пройден	1 / 163	Пройден	30	Пройден	30	Пройден
2008	6 / 248	Пройден	4 / 248	Пройден	11	Пройден	11	Пройден
2009	7 / 249	Пройден	7 / 249	Пройден	10	Пройден	10	Пройден
2010	2 / 249	Пройден	2 / 249	Пройден	2	Пройден	2	Пройден
2011	9 / 249	Провал	6 / 249	Пройден	49	Пройден	37	Пройден
2012	8 / 249	Провал	9 / 249	Провал	0	N/A	11	Пройден
2013	8 / 246	Провал	8 / 246	Провал	64	Пройден	21	Пройден
2014–15	25 / 309	Провал	14 / 309	Провал	21	Пройден	21	Пройден
Акции								
Год	POF				TUFF			
	SD		EWMA		SD		EWMA	
	Сбои	Тест	Сбои	Тест	Срок	Тест	Срок	Тест
VI 11 – VI 12	21 / 257	Провал	17 / 257	Провал	44	Пройден	44	Пройден
VI 12 – VI 13	5 / 250	Пройден	5 / 250	Пройден	198	Пройден	35	Пройден
VI 13 – VI 14	6 / 251	Пройден	6 / 251	Пройден	8	Пройден	53	Пройден
VI 14 – VI 15	4 / 246	Пройден	4 / 246	Пройден	133	Пройден	34	Пройден

спрогнозировала только *VaR*-модель с использованием подразумеваемой волатильности.

## Выводы

По результатам исследования можно сказать, что в нестабильные периоды наблюдаются сбои в работе *VaR*-модели, что подтверждает первоначальное предположение. Также можно сказать, что имеет место значительная разница между корректностью *VaR*-модели, где за волатильность берется стандартное отклонение, и адекватностью модели, где использована экспоненциально взвешенная скользящая средняя.

Анализируя обратные тесты по методике БКБН, можно увидеть, что использование *EWMA* дает результаты лучше, чем использование стандартного отклонения: в последнем случае «красных» зон наблюдалось больше, чем в первом.

По результатам *POF*-теста видно, что модель с использованием *EWMA* имеет большее количество успешных тестов, а использование стандартного отклонения недооценивает риск портфеля.

*TUFF*-тест (где была возможность его провести) показал адекватность обеих моделей *VaR* для всех периодов. Таким образом, для расчета волатильности при использовании *VaR* в периоды нестабильности следу-

ет использовать экспоненциально взвешенную скользящую среднюю доходностей ввиду ее лучшей предсказательной способности, а в спокойные периоды приемлемо использование стандартного отклонения доходностей. Эти меры позволят получить *VaR*-модели с наименьшим количеством сбоев, которые приведут к меньшим капитальным требованиям и подверженности рыночному риску.

## Литература

1. Хайхеле К., Куниш М. Новая концепция регулирования рыночных рисков в рамках торгового портфеля: Исследование компании КПМГ. М., 2012. С. 4.
2. Chiriac R., Pohlmeier W. How Risky is the Value at Risk? Working Paper Series from the Rimini Centre for Economic Analysis, 2010, pp 1–41.
3. Yamaï Y., Yoshida T. On the Validity of Value-at-Risk: Comparative Analyses with Expected Shortfall. Monetary and Economic Studies, 2002.
4. Logoveev A., Cherinko G. Recent Periods of Financial Turbulence on the Russian Stock Market and Their Effect on Price Correlation and Value at Risk. Undergraduate Economic Review, 2015, vol. 11, no. 1, art. 17.
5. Jorion P. Financial Risk Manager Handbook: Textbook. – Hoboken (John Wiley & Sons, Inc.), 2007. 739 pp.
6. Kupiec P. Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models. Journal of Derivatives, 1995, no. 3, pp. 73–84.