МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭКОНОМИКИ

УДК 330.43+519.862

НЕЧЕТКАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ В МОДЕЛИ РОСТА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

ВОЛКОВА ЕЛЕНА СЕРГЕЕВНА,

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры «Математика», Финансовый университет, Москва, Россия

ГИСИН ВЛАДИМИР БОРИСОВИЧ,

кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математика», Финансовый университет, Москва, Россия

E-mail*: vgisin@fa.ru*

АННОТАЦИЯ

Нечеткая линейная регрессия применяется для оценки параметров модели роста технологических знаний Ботацци—Пери, для оценки параметров применялась классическая линейная регрессия. В настоящей работе параметры определяются как нечеткие величины. В результате модельный объем технологических знаний характеризуется не единичным числом, а множеством возможных значений. Положение в ряду возможных значений конкретного показателя, характеризующего отдельную страну, в определенной мере отражает эффективность НИОКР в этой стране. Если показатель близок к наиболее вероятным модельным значениям (когда значение функции принадлежности близко к единице), эффективность НИОКР достаточно типична. Близость к периферийным значениям (когда значение функции принадлежности близко к нулю) возникает в двух случаях: если эффективность НИОКР нетипично высока или нетипично низка. Применение нечеткой регрессии позволяет проследить динамику изменения эффективности. Расчеты проведены на тех же данных, касающихся запасов технологических знаний в промышленно развитых странах, что и в работе Ботацци и Пери.

Ключевые слова: нечеткая линейная регрессия; модель роста; запас технологических знаний.

THE USE OF FUZZY LINEAR REGRESSION IN THE MODEL OF TECHNOLOGICAL KNOWLEDGE GROWTH

ELENA S. VOLKOVA,

PhD (Physics&Mathematics), Associate Professor, the „Mathematics" Chair, Financial University, Moscow, Russia

VLADIMIR B. GISIN,

PhD (Physics&Mathematics), Professor, Head of the „Mathematics" Chair, Financial University, Moscow, Russia

E-mail*: vgisin@fa.ru*

ABSTRACT

Fuzzy linear regression is used to estimate the parameters of the Botazzi-Peri model of technological knowledge growth, while classical linear regression is used to evaluate the parameters. In this paper, the parameters are defined as fuzzy values. As a result, the model volume of technological knowledge is characterized by a set of possible values rather than by a single number. The position in a series of possible values for a particular indicator characterizing a country, to some extent, reflects the effectiveness of R & D in this country. If the figure

is close to the most probable values of the model (when the value of the membership function is close to one), the effectiveness of R & D is quite typical. Closeness to peripheral values (when the value of the membership function is close to zero) occurs in two cases: if the efficiency of R & D is atypically high or atypically low. The use of fuzzy regression allows to trace the dynamics of changes in effectiveness. The calculations were performed using the same data on body of technological knowledge in developed countries as in Botazzi and Peri work.
Keywords: fuzzy linear regression; growth model; body of technological knowledge.

ВВЕДЕНИЕ

Общепризнано, что научно-технологические знания являются одним из важных факторов экономического развития [1]. Оценка запаса научно-технологических знаний, являющихся важной компонентой интеллектуального потенциала, и динамики его изменений — актуальная задача при оценке экономических систем и прогнозировании их развития [2]. Модели экономического роста первого поколения, связанные с ростом объема научно-технологических знаний (модели эндогенного роста), были предложены в работах [3–5]. Согласно моделям эндогенного роста, большие экономики вкладывают большие ресурсы в развитие сектора *R&D* и тем самым обеспечивают более быстрый рост. В моделях с ростом объема ресурсов в секторе *R&D* растут темпы роста объема технологических знаний. Эмпирические исследования показали, что в долгосрочной перспективе эта связь не столь однозначна [6]. Модели эндогенного роста в недостаточной мере учитывали различие между знаниями в целом (полученными в *R&D*) и экономически релевантными знаниями, кроме того, недостаточное внимание уделяли анализу процесса превращения знаний вообще в экономически релевантные знания. Этот недостаток был устранен в моделях второго поколения [6–9] — моделях полуэндогенного роста. В этих моделях объем ресурсов в секторе *R&D* положительно связан с объемом технологических знаний.

К числу моделей полуэндогенного роста относится модель, изучаемая в работах [10, 11]. В статье [10] строится модель, которая связывает общефакторную производительность (*Total Factor Productivity*, *TFP*) с ростом технологических знаний. Благодаря этому появляются новые возможности идентификации и измерения технологического прогресса. В статье [11] в рамках модели из работы [10] проводятся дополнительные и уточняющие расчеты.

В частности, в работах [10, 11] эконометрическими методами описана зависимость объема накопленных знаний в отдельной стране от объема ее сектора *R&D* и объема знаний, накопленных в других странах. Расчеты выполнены для 15 стран с развитой экономикой. Использованы данные для этой группы стран за период с 1973 по 1999 г. Для оценки коэффициентов, описывающих зависимость, использовалась линейная регрессия.

Использование классической линейной регрессии обосновано в тех случаях, когда данные подчиняются определенным вероятностным закономерностям. Шекли был одним из первых, кто заметил, что в экономике исходные требования теории вероятностей являются слишком жесткими [12]. Он отмечал, что суммирование «вероятностей» экономических событий не согласуется с экономическими реалиями. По существу, Шекли предвосхитил появление теории возможностей, основанной на теории нечетких множеств Заде, — альтернативного инструмента для моделирования неопределенности [13].

С возникновением теории нечетких множеств ее модели и методы получили широкое распространение и нашли применение в самых разных областях, включая эконометрику, экономику, финансы [14–17]. В рамках этой теории в качестве альтернативы классическому вероятностному подходу был разработан метод оценки параметров моделей, основанный на нечеткой линейной регрессии. Была показана его применимость для анализа как микро-, так и макроэкономических моделей [18, 19]. Применение нечеткой линейной регрессии оказалось оправданным в тех ситуациях, когда нет оснований считать, что ошибки в конкретных наблюдениях подчиняются вероятностным закономерностям. Вскоре после появления упомянутых работ метод нечеткой линейной регрессии был усовершенствован [20] и приобрел ту форму, в которой применяется в исследованиях и в настоящее время [21].

В представленной работе мы применяем метод нечеткой линейной регрессии для оценки параметров в модели Ботацци–Пери [10]. В расчетах использованы данные из статьи [11], размещенные на сайте журнала прикладной эконометрики [22]. Анализ возникающих нечетких величин позволяет определенным образом ранжировать страны по эффективности отдачи от *R&D* и проследить динамику ранжирования. Применение альтернативного подхода к моделированию неопределенности позволяет получить некоторые новые и, как нам представляется, небезынтересные результаты.

Как отмечает Л. П. Хансен [23], неопределенность является центральным компонентом при выстраивании модели из экономических данных. С учетом этого различные подходы к моделированию неопределенности позволяют получить более многогранную картину экономических явлений. Заметим, что альтернативные подходы к описанию неопределенности применяются в самых разнообразных экономических моделях. Одним из перспективных направлений является применение комбинированных подходов, сочетающих классические вероятностные методы с более «мягкими» вычислениями (см., например, [24]). К этому направлению в определенной степени примыкает и настоящее исследование.

МОДЕЛЬ РОСТА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ БОТАЦЦИ–ПЕРИ

В работе [10] рассматривается экономика, описываемая моделью

$$y_t = \left(BA_t^{\sigma}\right)k_t^{\alpha}, \tag{1}$$

где y_t — производительность, k_t — капиталовооруженность, BA_t^{σ} — общефакторная производительность. Величина A_t — это запас технологических знаний, измеряемый числом зарегистрированных патентов [10]. Коэффициент B отражает эффективность производства и зависит от институтов, правовой системы и других особенностей страны. Обозначая через γ_y, γ_k, γ_A темпы роста соответствующих величин, получаем уравнение $\gamma_y = \sigma\gamma_A + \alpha\gamma_k$.

На траектории равновесного роста справедливо соотношение $\gamma_y^* = \gamma_k^*$, и, следовательно,

$$\gamma_y^* = \frac{\sigma}{1-\alpha}\gamma_A^*. \tag{2}$$

Уравнение (2) показывает, что динамика роста объема технологических знаний служит важным компонентом описания динамики роста производительности труда.

Рассмотрим более подробно научно-исследовательский сектор экономики. Предполагается, что сектор производит новые знания. Объем новых знаний I_t, произведенных за год t, оценивается числом зарегистрированных в год t патентов Pat_t по формуле

$$Pat_t = \kappa I_t,$$

где κ — коэффициент склонности к патентованию. Величина I_t функционально зависит от трех величин: занятости в научно-исследовательском секторе $R\&D_t$ (измеряемом числом ставок); запаса научно-технических знаний A_t, накопленного к началу года t внутри страны; запаса научно-технических знаний $A_{ROW\,t}$, накопленного к началу года t за пределами страны (*Rest Of the World*). Эта зависимость в модели Ботацци–Пери представляется следующим уравнением:

$$\begin{aligned} \ln\left(Pat_t\right) = \ln\kappa + \lambda\ln(R\&D_t) + \\ +\varphi\ln\left(A_t\right) + \xi\ln(A_{ROW\,t}). \end{aligned} \tag{3}$$

Запас знаний, с одной стороны, пополняется новыми знаниями, с другой — знания устаревают, становятся неактуальными. Обозначим через δ темп выбытия знаний и через g — темп роста числа зарегистрированных патентов. Тогда процесс накопления знаний может быть описан уравнениями

$$\begin{aligned} dA_t &= Pat_t \cdot dt - \delta \cdot A_t \cdot dt; \\ Pat_t &= Pat_0 \cdot e^{gt}. \end{aligned} \qquad (4)$$

Решение относительно A_t имеет вид

$$A_t = \frac{Pat_0}{g+\delta} e^{gt}. \qquad (5)$$

Ботацци и Пери полагают $\delta = 0{,}1$. В качестве временной точки отсчета принимается 1963 г. — год, начиная с которого доступны данные относительно патентов. Оценка запаса знаний на эту точку отсчета дает $A_{1963} = \frac{Pat_0}{g+\delta}$.

Разложение

$$\frac{1}{g+\delta} = \frac{1}{1+g} \sum_{t=1963}^{\infty} \left(\frac{1-\delta}{1+g} \right)^{t-1963}$$

показывает, что вклад запаса знаний в 1973 г. (начиная с которого проводится исследование) в оценку запаса знаний в 1963 г. сравнительно невелик, и неточность в оценке A_{1963} не очень существенна. В работе [10] обосновывается выбор аккумулированного числа патентов в качестве измерителя научно-технических знаний.

Поделив в формуле (4) обе части уравнения на $A_t \cdot dt$, получаем

$$\gamma_{At} = \frac{Pat_t}{A_t} - \delta. \qquad (6)$$

Подстановка (6) в (3) дает следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \ln(\gamma_{At} + \delta) &= \ln \kappa + \lambda \ln(R\&D_t) + \\ &+ (\varphi - 1)\ln(A_t) + \xi \ln(A_{ROW\,t}). \end{aligned} \qquad (7)$$

Отсюда

$$\ln(A_t) = \mu \ln(R\&D_t) + \rho \ln(A_{ROW\,t}) + s_t, \qquad (8)$$

где $\mu = \frac{\lambda}{\varphi - 1}$, $\rho = \frac{\xi}{\varphi - 1}$, $s_t = \frac{\ln(\gamma_{At} + \delta) - \ln \kappa}{\varphi - 1}$.

Уравнение (8) описывает процесс роста технологических знаний в одной стране. Величины A_t и $R\&D_t$ могут быть достаточно точно измерены. Величина $A_{ROW\,t}$ определяется как сумма величин A_t по всем наблюдаемым странам, кроме рассматриваемой.

НЕЧЕТКАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

В определении коэффициентов из уравнения (3) присутствует неопределенность, которая связана не только и не столько со случайными ошибками измерений, но и с неполнотой и нечеткостью информации о процессе накопления знаний вообще и его особенностями в отдельно взятых странах. В этой ситуации оценка коэффициентов μ, ρ и s_t из (8) как нечетких величин представляется достаточно мотивированной. Для полноты изложения приведем краткое описание метода нечеткой линейной регрессии, разработанного в [18–20]. В изложении мы следуем работе [21].

Нечеткие величины и операции над ними

Нечеткое подмножество A базового множества X задается своей функцией принадлежности $\mu A{:}X \to [0;\ 1]$. Под нечеткой величиной обычно понимают нечеткое подмножество A множества действительных чисел $\boldsymbol{R}$. Функция принадлежности нечеткой величины — это в определенном смысле аналог функции плотности случайной величины. В отличие от функции плотности, интеграл от функции принадлежности не обязан равняться единице. Значения функции принадлежности указывают возможность того, что нечеткая величина принимает соответствующее значение.

Нечеткие величины, описываемые выражениями типа «примерно *a*», обычно представляют так называемыми треугольными нечеткими числами. Треугольное нечеткое число A задается тройкой чисел $(a^L;\ a;\ a^R)$, такой что $a^L \le a \le a^R$, и при $a^L < a < a^R$ имеет следующую функцию принадлежности:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \notin [a^L; a^R]; \\ \dfrac{x - a^L}{a - a^L}, & \text{если} \quad a^L \le x \le a; \\ \dfrac{a^R - x}{a^R - a}, & \text{если} \quad a \le x \le a^R. \end{cases}$$

Отрезок $[a^L; a^R]$ называется носителем множества A.

В нечеткой линейной регрессии, как правило, используются симметричные треугольные нечеткие числа, для которых $a^L = a - d$, $a^R = a + d$, $d \geq 0$. Для симметричных треугольных нечетких чисел мы будем использовать обозначение $A = (a; d)$ и называть их для краткости СТН-числами. При $d > 0$ функция принадлежности СТН-числа $A = (a; d)$ имеет вид

$$\mu_A(x) = \max\left(1 - \frac{|x-a|}{d}, 0\right).$$

Если $d = 0$, то $\mu_A(x)$ — характеристическая функция одноточечного множества $\{a\}$:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \textit{если} \quad x \neq a; \\ 1, & \textit{если} \quad x = a. \end{cases}$$

В этом случае естественно считать, что $A = a$ — обычное (четкое) число.

Число d называется коэффициентом нечеткости симметричного треугольного нечеткого числа $A = (a; d)$.

Арифметические операции с нечеткими величинами определяются на основе принципа обобщения. Сумма СТН-чисел $(a_1; d_1)$ и $(a_2; d_2)$ — это СТН-число $(a_1 + a_2; d_1 + d_2)$. Произведение СТН-числа $(a; d)$ на скаляр k — это СТН-число $(ka; |k|d)$.

Задача нечеткой линейной регрессии

В общем случае задача нечеткой линейной регрессии может быть поставлена следующим образом. Имея m результатов наблюдений $(y_j, \boldsymbol{x}_j)$, $j = 1, \ldots, m$, требуется оптимальным образом определить вектор нечетких коэффициентов $\boldsymbol{A} = (A_0, A_1, \ldots, A_n)$, где n — число факторов, так, чтобы имеющиеся наблюдения находились на приемлемом уровне возможности.

Более формально. Пусть $Y_j = \boldsymbol{Ax}_j$ (мы считаем, что $x_{j0} = 1$). Нужно так подобрать вектор $\boldsymbol{A}$, чтобы выполнялись условия $\mu_j(y_j) \geq h$, где μ_j — функция принадлежности нечеткого множества Y_j, а h — заданный порог надежности, и при этом неопределенность, связанная с вектором $\boldsymbol{A}$, была бы минимальной.

В случае когда компоненты вектора $\boldsymbol{A}$ — СНТ-числа, поставленная задача естественным образом сводится к задаче линейного программирования.

Пусть $A_i = (a_i; d_i)$, $d_i \geq 0$, $i = 0, 1, \ldots, n$. Тогда $Y_i = (\boldsymbol{ax}_j; \boldsymbol{dx}_j)$, $j = 1, \ldots, m$, и условия $\mu_j(y_j) \geq h$ сводятся к линейным ограничениям:

$$y_j \leq \boldsymbol{ax}_j + (1-h)\boldsymbol{dx}_j; \quad y_j \geq \boldsymbol{ax}_j - (1-h)\boldsymbol{dx}_j.$$

Относительно этих ограничений минимизируется усредненный по j показатель нечеткости $\boldsymbol{dx}_j$ (или, что то же, суммарное значение этих показателей).

Наиболее часто задача линейной регрессии в такой постановке решается при $h = 0$, т.е. условие $\mu_j(y_j) \geq h$ фактически заменяется требованием, чтобы y_j принадлежал носителю множества Y_j. Именно в такой постановке мы и будем решать задачу нечеткой линейной регрессии.

НЕЧЕТКАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ В МОДЕЛИ БОТАЦЦИ—ПЕРИ

В формуле (8) коэффициенты μ, ρ и s_t вычислялись как СТН-числа M, R и S соответственно. Для вычислений использовались те же данные, что и в работе [10] (эти данные размещены на сайте [22]). За период с 1973 по 1999 г. для каждой страны j из списка: Австралия, Великобритания, Дания, Ирландия, Испания, Италия, Канада, Нидерланды, Норвегия, ФРГ, Финляндия, Франция, Швеция, США, Япония, указаны:

A_{jt} — запас технологических знаний в стране j к началу года t,

$R\&D_{jt}$ — число полных ставок в секторе НИОКР в стране j в год t.

Величина $A_{ROW\,jt}$ вычисляется по формуле

$$A_{ROW\ jt} = \sum_{k \neq j} A_{jt}.$$

Положим

$$Y_{jt} = M_t \ln\left(R\&D_{jt}\right) + R_t \ln\left(A_{ROW\ jt}\right) + S_t.$$

Регрессия строится для каждого года t из указанного промежутка с условием, что для всех j число $\ln A_{jt}$ попадает на носитель

СНТ-числа Y_{jt}, и при этом суммарная нечеткость должна быть минимальной.

Для всех лет коэффициент R_t оказался равным нулю. Таким образом, нечеткая линейная регрессия не улавливает влияния трансграничного перетока технологических знаний. Впрочем, в этом нет ничего удивительного, если учесть доминирующую роль США в суммарном объеме знаний. Для США показатель A_{ROWjt} оказывается наименьшим, в то время как показатель A_{jt} непропорционально велик. Для остальных стран A_{ROWjt} различаются незначительно, поэтому естественно предположить, что слагаемое, связанное с перетоком знаний, учитывается величиной s_t.

Центральное значение СНТ-числа M_t меняется (по годам) от 0,770 до 0,797. В период с 1973 по 1979 г. число M_t четкое. Затем коэффициент нечеткости монотонно возрастает от 0,023 до 0,148. Центральное значение СНТ-числа S равно нулю. В период с 1973 по 1983 г. радиус коэффициента нечеткости монотонно убывает с 1,866 до 0,077 и становится равным нулю в последующие годы. Это позволяет высказать предположение, что значение межстранового перетока знаний снижается, и различия в динамике роста запаса знаний в большей степени объясняются эффективностью функционирования сектора НИОКР.

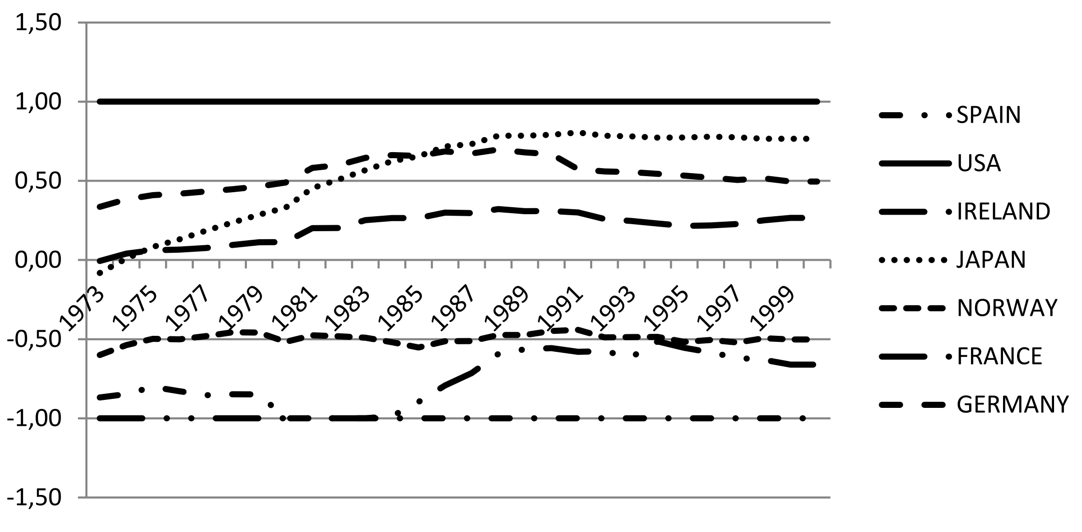
Остановимся на динамике значения функции принадлежности μ_{it} величины $\ln(A_{it})$ нечеткой величине $Y_t = (y_t; q_t)$. Для наглядности показатель μ_{it} с учетом расположения $\ln(A_{it})$ относительно y_t был заменен показателем m_{it}. Мы полагаем $m_{it} = 1 - \mu_{it}$, если число $\ln(A_{it})$, расположено справа от y_t, и $m_{it} = \mu_{it} - 1$, если $\ln(A_{it})$ расположено слева от y_t.

Значение $m_{it} = 1$ соответствует наиболее эффективной отдаче от вложений в НИОКР, значение $m_{it} = -1$ — наименее эффективной, значение $m_{it} = 0$ — типичной.

Абсолютным лидером с постоянным значением $m_{it} = 1$ оказались США, аутсайдерами — Ирландия и Испания. Второе место с положительной динамикой прочно удерживала Япония. Догонявшая США и Японию до начала 1990-х ФРГ затем резко снизила результат в годы, пришедшиеся на объединение с ГДР. Для Норвегии значение показателя m_{it} оказалось практически постоянным и равным – 0,5. Для остальных европейских стран (Великобритания, Франция, Швеция и др.) показатели m_{it} оказались довольно близки и продемонстрировали однотипную положительную динамику (от 0 до 0,5) в период до середины 1980-х гг. и в дальнейшем небольшое снижение до 0,25. Графики m_{it} для нескольких стран представлены на *рисунке*.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе нечеткая линейная регрессия применена для оценки параметров модели роста технологических знаний Ботацци–Пери



Относительная эффективность сектора НИОКР

и позволила получить результаты, имеющие содержательную экономическую интерпретацию. В дальнейшем предполагается охватить исследованием большее число стран, включив в их число Россию. По числу регистрируемых патентов Россия отстает от США на два порядка, что расходится с представлением о запасе технологических знаний в России и США. Подобная ситуация характерна и для других стран, возникших после распада СССР. Определенной модификации должна подвергнуться и сама модель роста технологических знаний.

ЛИТЕРАТУРА/REFERENCES

1. *Гохберг Л.М., Кузнецова Т.Е., Рудь В.А*. Анализ инновационных режимов в российской экономике: методологические подходы и первые результаты // Форсайт. 2010. Т. 4. №. 3. С. 18–30 / *Gokhberg L.M., Kuznetsova T.E*., *Rud V.A*. The analysis of the innovative modes in the Russian economy: methodological approaches and first results // Forsythe. 2010. T. 4. No. 3. P. 18–30.
2. *Лосева О.В., Дресвянников В.А*. Методология оценки интеллектуального потенциала региона в условиях инновационного развития // Вестник Финансового университета. 2014. № 6 (84). С. 37–49 / *Loseva O.V*., *Dresvyannikov V.A*. Metodologiya of an assessment of intellectual potential of the region in the conditions of innovative development // Bulletin of Financial university [Metodologija ocenki intellektual’nogo potenciala regiona v uslovijah innovacionnogo razvitija]. 2014. No. 6 (84). P. 37–49.
3. *Aghion P., Howitt P*. A Model of Growth Through Creative Destruction // Econometrica. 1992. T. 60. C. 323–351.
4. *Romer P.M*. Endogenous Technological Change // Journal of Political Economy. 1990. T. 98. № 5, Part 2. P. 71–102.
5. *Grossman G., Helpman E*. Innovation and growth in the world economy. Cambridge, MA: MIT Press, 1991. 360 P.
6. *Segerstrom P.S*. Endogenous growth without scale effects // American Economic Review. 1998. P. 1290–1310.
7. *Jones C.I.* Time series tests of endogenous growth models // The Quarterly Journal of Economics. 1995. P. 495–525.
8. *Jones C.I.* R & D-based models of economic growth // Journal of political Economy. 1995. P. 759–784.
9. *Jones C.I*. Growth and ideas // Handbook of economic growth. 2005. T. 1. P. 1063–1111.
10. *Bottazzi L., Peri G*. The International Dynamics of R&D and Innovation in the Long Run and in The Short Run // The Economic Journal. 2007. T. 117. №. 518. C. 486–511.
11. *Bottasso A., Castagnetti C., and Conti M*. R&D, Innovation and Knowledge Spillovers: A Reappraisal of Bottazzi and Peri (2007) in the Presence of Cross Sectional Dependence // Journal of Applied Econometrics. 2015. T. 30 № 2. C. 350–352.
12. *Shackle G.L. S*. Decision, order, and time in human affairs. Oxford University Press, 1961. 330 P.
13. *Dymowa L*. Soft computing in economics and finance. Springer: New York, Heidelberg, 2011. C. 295.
14. *Bojadziev G., Bojadziev M*. Fuzzy logic for business, finance, and management. London, Singapore: World Scientific Publishing Co., Inc., 2007. 232 C.
15. *Buckley J.J., Eslami E., Feuring T*. Fuzzy Mathematics in Economics and Engineering. Physica-Verlag: New York, Heidelberg, 2002. 272 P.
16. *Dubois D., Prade H*. Possibility theory and its applications: Where do we stand // Mathware and Soft Computing. 2011. T. 18. № 1. C. 18–31.
17. *Kahraman C.* (ed.) Fuzzy Engineering Economics with Applications. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. C. 390.
18. *Tanaka H., Uejima S., Asai K*. Linear regression analysis with fuzzy model // IEEE Trans. Systems Man Cybern. 1982. T. 12. C. 903–907.
19. *Heshmaty B., Kandel A*. Fuzzy linear regression and its applications to forecasting in uncertain environment // Fuzzy Sets and Systems. 1985. T. 15. № 2. C. 159–191.

20. *Tanaka H., Watada J.* Possibilistic linear systems and their application to the linear regression model // Fuzzy sets and systems. 1988. T. 27. № 3. P. 275–289.
21. *Pedrycz W.* From fuzzy data analysis and fuzzy regression to granular fuzzy data analysis // Fuzzy Sets and Systems. 2014 (Available online 26 April 2014).
22. http://qed.econ.queensu.ca/jae/2015-v30.2/bottasso-castagnetti-conti/
23. *Хансен Л. П.* Последствия неопределенности для экономического анализа // Вестник Финансового университета. 2015. № 2 (86). С. 6–12 / *Hansen L. P.* Uncertainty consequences for the economic analysis [Posledstvija neopredelennosti dlja jekonomicheskogo analiza] // Bulletin of Financial university. 2015. No. 2 (86). P. 6–12.
24. *Назарова Ю. А.* Прогнозирование мировых цен на нефть по нечисловой экспертной информации // Вестник Финансового университета. 2015. № 3 (87). С. 155–160 / *Nazarova Yu.* A. Forecasting of the world prices for oil according to non-numerical expert information [Prognozirovanie mirovyh cen na neft' po nechislovoj jekspertnoj informacii] // Bulletin of Financial university. 2015. No. 3 (87). P. 155–160.