УДК 60.608.2(045)

АЛГОРИТМ ВЫСТАВЛЕНИЯ СТОП-ОРДЕРОВ ПРИ ТОРГОВЛЕ ДЛИННЫМИ КОНТРАКТАМИ

Красников В.С.,
студент факультета прикладной математики и информационных технологий,
Финансовый университет,
Москва, Россия
vldmrkrasnikov@gmail.com

Аннотация. *В статье рассмотрен один из возможных методов выставления стоп-ордеров с использованием длинных контрактов. В предположении, что ценовая динамика описывается биномиальной моделью, определяется оптимальное значение стоп-ордера. Оптимизация производится с помощью максимизации математического ожидания доходности позиции с рассчитанным стоп-ордером. Цель работы состоит в построении и апробации алгоритма торговли, а также изучении его особенностей. Приведены результаты апробации рассмотренного алгоритма на инструментах Американского фондового рынка. Средняя длительность открытой позиции составляет 73 дня, ожидаемая доходность — 11,72% годовых. Рассмотренный алгоритм может использоваться на финансовом рынке при торговле ценными бумагами.*

Ключевые слова: *стоп-ордер; биномиальная модель; финансовый рынок; алгоритмическая торговля.*

ALGORITHM FOR PLACING STOP ORDERS WHEN TRADING LONG CONTRACTS

Krasnikov V.S.,
student, Faculty of applied mathematics and information technology,
Financial University, Moscow, Russia
vldmrkrasnikov@gmail.com

Abstract. *The article considers one of the possible methods of placing stop orders using long contracts. Assuming that the price dynamics is described by the binomial model, it is possible to determine the optimal value of the stop order. Optimization is performed by maximizing the mathematical expectation of the position yield with the calculated stop order. The purpose of my work was to build and test the trading algorithm, as well as to study its peculiar properties. I present the results of testing the algorithm on the instruments of the American stock market. The average duration of an open position was 73 days, the expected yield was equal to 11.72% per annum. The considered algorithm can be used in the financial market when trading securities.*

Keywords: *stop-order; binominal model; financial market; algorithmic trading*

Научный руководитель: ***В.Б. Гисин,*** *кандидат физико-математических наук, профессор Департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, Финансовый университет, Москва, Россия.*

Формализация стоп-ордеров

Алгоритмическая торговля — формализованный процесс совершения торговых операций на финансовых рынках с использованием специализированных компьютерных систем — торговых роботов. С 2000 г. популярность такого метода начала возрастать. Сейчас на ММВБ ~50% сделок совершаются таким способом [1]. При алготрейдинге рассчитываются оптимальные точки входа/выхода в позицию, риски и т.д. Для каждого контракта производится отдельный расчет. Иногда даже происходит перерасчет по достижению ордеров с целью последующего удержания позиции. Такие действия осуществляются, например, при использовании тактики скользящих стоп-ордеров [2]. В данной работе рассмотрена последовательность действий при торговле длинными контрактами с использованием стоп-ордеров.

Длинный контракт — торговая позиция, при которой количество купленных опционных или фьючерсных контрактов превышает количество проданных, брокер ожидает рост рынка.

Стоп-ордер — приказ (ордер) брокеру купить или продать ценную бумагу, когда ее цена достигает некоторой отметки. Применение стоп-ордеров гарантирует большую вероятность достижения предопределенной цены входа или выхода с рынка. Также стоп-ордера ограничивают потери инвестора или фиксируют прибыль. Как только цена проходит определенную заранее точку входа/выхода, стоп-ордер становится рыночным приказом.

Стоп-лосс (Stop Loss) — приказ закрытия сделки, который ограничивает предполагаемые потери в будущем. Как правило, данный ордер выставляют для того, чтобы ограничить заранее просчитанные потери конкретной суммой денег. Эти деньги трейдер готов потерять при негативном развитии событий.

Тейк-профит (Take Profit) — приказ закрытия сделки, уровень закрытия сделки выше цены покупки, фиксация прибыли. Данный ордер устанавливается на том уровне, на котором трейдер планирует выйти из рынка и получить предопределенную прибыль.

Опишем модель ценовой динамики. Будем считать, что время дискретно, а цена актива имеет биномиальное распределение. Цена актива может изменяться следующим образом:

Пусть C_t — цена в некоторый момент времени, тогда в момент времени $t+1$ цена может повыситься и стать равной

$$C_{t+1} = C_t \times u,$$

или понизиться и стать равной

$$C_{t+1} = C_t \times u^{-1}$$

при условии, что $u > 1$, где u — коэффициент изменения цены актива.

Пусть p — вероятность повышения цены, $q = 1 - p$ — вероятность понижения. Рассмотрим цену в момент времени $t = n$:

$$C_n = C_0 \times u^{t_+ - t_-},$$

где t_+ — число единиц времени, когда цена актива повышалась; t_- — число единиц времени, когда цена актива понижалась. Заметим, что $t_- = n - t_+$.

В любой момент времени можно вычислить вероятность того, что цена окажется в определенной точке по формуле Бернулли. Пусть $\Delta = \left(t_+ - t_-\right)$ — разница между количеством повышений и понижений цены. Тогда

$$P\left(C_n = u^{\Delta} C_0\right) = \frac{n!}{t_+!\left(n - t_+\right)!} \times p^{t_+} \times q^{n - t_+}.$$

В начальный момент времени, когда купили актив, цены еще не изменялись, изменение цен равно нулю, $\Delta = 0$.

Обозначим через Δ_+ разницу между количеством моментов повышения и понижения цены, при которой цена актива достигает ордера Take profit, а через Δ_- — разницу между количеством моментов понижения и повышения цены, при котором цена актива достигает ордера Stop Loss. Положим, что Δ — разница между повышением и понижением цены актива в общем случае.

Пусть x_{Δ} — вероятность выхода по Take Profit, а y_{Δ} — вероятность выхода по Stop Loss, при условии, что в момент рассмотрения цена находится в точке $u^{\Delta}C_0$. Время нахождения в позиции не ограничено.

Для каждой точки Δ, в которой находится цена актива, существуют конкретные вероятности выхода по стоп-ордерам. Отразим связь между

Таблица 1

Расчет точки нахождения цены актива, вероятности выхода по ордеру Take Profit

Разница между количеством повышений и понижений цены	Расчет разницы между количеством повышений и понижений цены	Вероятность выхода по Take profit
Δ +1	$t_+ - t_- = \Delta + 1$	$x_{\Delta+1}$
Δ	$t_+ - t_- = \Delta$	x_{Δ}
Δ –1	$t_+ - t_- = \Delta - 1$	$x_{\Delta-1}$
...	...	...
1	$t_+ - t_- = 1$	x_1
0	$(t_+ - t_- = 0)$ — начальный момент	x_0
–1	$t_+ - t_- = -1$	x_{-1}
...	...	...

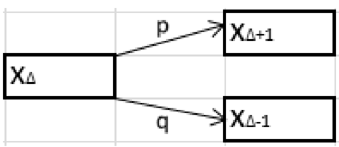
Источник: составлено автором.

точкой, в которой находится цена, и вероятностью выхода по стоп-ордеру (*табл. 1*).

Можем вывести разностные уравнения для расчета вероятности выхода по стоп-ордерам Stop loss (2) и Take Profit (1) в момент при нахождении цены в точке Δ (см. *рисунок*):

$$x_{\Delta} = p \times x_{\Delta+1} + q \times x_{\Delta-1}, \tag{1}$$

$$y_{\Delta} = p \times y_{\Delta+1} + q \times y_{\Delta-1}. \tag{2}$$



Граничные условия: $x_{\Delta_+} = 1$, $x_{\Delta_-} = 0$ и $y_{\Delta_+} = 0$, $y_{\Delta_-} = 1$. Ограничение $x_{t_+ - t_- = \Delta_+} = 1$ означает, что при достижении границы Take profit (Δ_+) вероятность выхода по этому ордеру равна 1. Естественно, $x_{\Delta_-} = 0$: при достижении границы Stop Loss вероятность выхода по Take Profit равна 0. Аналогично для другой пары ограничений: $y_{\Delta_+} = 0$ означает, что при достижении ордера Take Profit вероятность выхода по Stop Loss равна 0, $y_{\Delta_-} = 1$ при достижении ордера Stop Loss.

Для решения разностных уравнений (1), (2) рассчитаем вероятность выигрыша и проигрыша с двумя граничными условиями.

Предположим, подбрасывают монету, которая с вероятностью p падает орлом вверх, соответственно с вероятностью $q = 1 - p$ падает орлом вниз. Каждый раз ставка составляет 1 у.е. В нулевой момент банк составляет 1 у.е. Проигрышем является ситуация, когда у игрока не остается средств для продолжения игры, игрок банкрот. Тогда вероятность проигрыша рассчитывается следующим образом:

$$P_1 = (1 - p) + p \times P_2, \tag{3}$$

где P_n — вероятность проигрыша при имеющихся n у.е.

Важно отметить, что данная формула применима при игре с неограниченным количеством шагов, т.е. игра продолжается, пока банк не станет равен 0 у.е., в этом случае игра заканчивается. Формулу 3 можно интерпретировать следующим образом: вероятность уменьшения имеющегося банка на 1 у.е. при неограниченном количестве шагов, но с нижним граничным условием, что банк не может уменьшиться более чем на 1 у.е. Тогда можем переписать формулу (3):

$P_1 = 1 - p + p \times P_1^2$, откуда выразим P_1:

$$p \times P_1^2 - P_1 + (1 - p) = 0,$$

$$P_1 = \frac{1 \pm (2p - 1)}{2p},$$

$$P_1 = 1 \text{ или } P_1 = \frac{1-p}{p}.$$

В нашей задаче величина P_1 является непрерывной изменяющейся величиной, зависящей от *p*, следовательно корень $P_1 = 1$ — не является решением, принимаем только $P_1 = \frac{1-p}{p}$.

При обобщении получим, что при нахождении в точке m, вероятность обанкротиться:

$$P_m = \left(\frac{1-p}{p}\right)^m = \left(\frac{q}{p}\right)^m,$$

при условии, что $p > 1/2$. В случае $p = q$

$P_m = 1.$

В случае $p < 1/2$

$$P_m = \left(\frac{p}{q}\right)^m.$$

Предположим, что существует верхнее граничное условие k. Пусть *Q* — вероятность проигрыша, тогда [5]:

$$\left(\frac{q}{p}\right)^m = Q + (1-Q) \times \left(\frac{q}{p}\right)^{m+k} \quad =>$$

$$=> \quad Q = \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^m - \left(\frac{q}{p}\right)^{m+k}}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{m+k}} \tag{4}$$

Так как $P = 1 - Q$ вероятность, что игрок М выиграет:

$$P = \frac{1-\left(\frac{q}{p}\right)^m}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{m+k}}. \tag{5}$$

Тогда формулы для нахождения вероятности достижения Take profit будут выглядеть следующим образом, где Δ_+ и Δ_- — соответственно верхний и нижний поглощающий экран:

$$x_{\Delta+1} = \frac{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}}$$; — вероятность увеличения

цены на 1 у.е. (6)

$$x_{\Delta-1} = \frac{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}}$$ — вероятность уменьшения

цены на 1 у.е. (7)

Используя (4), запишем формулы для нахождения ордера Stop loss, где Δ_+ и Δ_- — соответственно верхний и нижний поглощающий экран:

$$y_{\Delta+1} = \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+} - \left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}}, \tag{8}$$

$$y_{\Delta-1} = \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-} - \left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}}. \tag{9}$$

Мы находимся в точке Δ, а для достижения стоп-ордеров Take Profit и Stop loss, нужно Δ_+ чистых повышений и Δ_- чистых понижений цены соответственно. Тогда найдем вероятность выхода по Take Profit. Подставим в разностное уравнение (1) значения $x_{\Delta+1}$ (6) и $x_{\Delta-1}$: (7)

$$x_\Delta = p \times x_{\Delta+1} + q \times x_{\Delta-1} =$$

$$= p \times \frac{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}} + q \times \frac{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}}.$$

Выполняя преобразования, получаем:

$$x_\Delta = \frac{p\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}\right)\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}\right) + q\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}\right)\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\right)}{\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\right)\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}\right)} =$$

$$=\frac{\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}\right)\left(1-p\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}-q\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\right)}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}+\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_++\Delta_-}}=$$

$$=\frac{\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}\right)\left(1-p\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}-q\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\right)}{\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\right)-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}-1\right)}=$$

$$=\frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}\right)}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}\right)}=$$

$$=\frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}}. \qquad (10)$$

Аналогичным образом находим вероятность выхода по Stop Loss. Подставим в разностное уравнение (2) значения $y_{\Delta+1}$ (8) и $y_{\Delta-1}$ (9):

$$y_{\Delta}=p\times y_{\Delta+1}+q\times y_{\Delta-1}=$$

$$=p\frac{\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\right)}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}}+q\frac{\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}\right)}{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}}.$$

Далее последуют алгебраические преобразования полученного выражения, аналогичные предыдущему:

$$\frac{p\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\right)\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}\right)+q\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}\right)\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\right)}{\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_+}\right)\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta+\Delta_-}\right)}=$$

$$\frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}\right)}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}\right)}=\frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}}. \qquad (11)$$

Формулы (10) и (11) верны при условии $p\neq q$.

В случае, когда $p=q$, необходимо найти предел, где получим неопределенность типа $\frac{0}{0}$. Так как величины Δ, Δ_-, Δ_+ непрерывны, т.е. существуют производные функций, можем применить правило Лопиталя к уравнениям (10) и (11):

$$\lim_{\Delta\to\infty}x_{\Delta}=\lim_{\Delta\to\infty}\frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}}=\frac{\Delta-\Delta_-}{\Delta_+-\Delta_-} \qquad (12)$$

$$\lim_{\Delta\to\infty}y_{\Delta}=\lim_{\Delta\to\infty}\frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_-}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_+}}=\frac{\Delta-\Delta_+}{\Delta_--\Delta_+}. \qquad (13)$$

Заметим, что при $n\to\infty$, $x_n+y_n=1$.

Описанные формулы получены для случая, когда мы находимся в точке Δ. Трейдеру интересны вероятности выхода по ордерам перед покупкой активов, т.е. в момент $\Delta=0$. Рассмотрим этот случай:

$$x_0=\frac{1-(q/p)^{\Delta_+}}{(q/p)^{\Delta_+}-(q/p)^{\Delta_-}} \text{ (при } p\neq q\text{)}, \qquad (14)$$

$$y_0=\frac{1-(q/p)^{\Delta_+}}{(q/p)^{\Delta_-}-(q/p)^{\Delta_+}} \text{ (при } p\neq q\text{)}, \qquad (15)$$

$$x_0=\frac{\Delta_+}{\Delta_--\Delta_+},\ y_0=\frac{\Delta_+}{\Delta_+-\Delta_-} \text{ (при } p=q\text{)}. \qquad (16)$$

Рассмотрим числовой пример.

Пусть начальная цена актива составляет 100 долл. Вероятность повышения цены $p=0{,}6$, соответственно $q=0{,}4$. Коэффициент повышения цены $u=1{,}05$. Выставим ордера: Take profit $\Delta_+=3$, т.е. выходим из позиции, если $t_+-t_-=3$. Stop loss

$\Delta_{-}=-2$, т.е. выходим из позиции, если $t_{+}-t_{-}=-2$. Требуется найти вероятности выхода по стоп-ордерам в разные моменты времени.

Оценим вероятности выхода по стоп-ордерам. Имеем:

$$x_0=\frac{1-\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{-2}}{\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{3}-\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{-2}}=0,6398;$$

$$y_0=\frac{1-\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{3}}{\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{-2}-\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{3}}=0,36\,.$$

Предположим, что $t_{+}-t_{-}=1$ в какой-то момент времени. Это могло произойти, если $t_{+}=1,\ t_{-}=0$ или $t_{+}=2,\ t_{-}=1$, или $t_{+}=20,\ t_{-}=19$ и т.д. В каждом из этих случаев $n=t_{+}-t_{-}=1$. Вычислим вероятности выхода по стоп-ордерам для этого случая:

$$x_1=\frac{\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{1}-\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{-2}}{\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{3}-\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{-2}}=0,81042$$ — вероятность выхода по Take profit; (10)

$$y_1=\frac{\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{1}-\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{3}}{\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{-2}-\left(\frac{0,4}{0,6}\right)^{3}}=0,18957$$ — вероятность выхода по Stop loss (11).

В данном случае округлили до пятого знака в качестве показательного примера существования возможности бесконечного колебания цены между стоп-ордерами. Эта вероятность крайне мала, $(x_n+y_n)\to 1$. Также важно отметить, что для вычисления вероятности выхода по стоп-ордерам важен не рассматриваемый момент времени, а количество повышений и понижений цены, точнее — разность этих показателей.

Математические ожидания доходности контракта с установленными ордерами

Перейдем к формуле математического ожидания доходности контракта с установленными ордерами (17) [3].

$$E=u^{\Delta_{+}}\times x+u^{\Delta_{-}}\times y\,, \qquad (17)$$

где $u^{\Delta_{+}}$ — доходность актива, по которой происходит выход по ордеру Take Profit; $u^{\Delta_{-}}$ — доходность актива, по которой происходит выход по ордеру Stop loss. Поясним формулу математического ожидания открытой позиции. Умножив значения границ коридора на соответствующие вероятности их достижения и сложив, получим математическое ожидание нашей позиции по выставленным стоп-ордерам. Так как в начальный момент изменение цен равно нулю, применяем формулы (14), (15):

$$M=\frac{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_{-}}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_{+}}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_{-}}}\times u^{\Delta_{+}}+\frac{1-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_{+}}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_{-}}-\left(\frac{q}{p}\right)^{\Delta_{+}}}\times u^{\Delta_{-}}\,.$$

Для удобства записи формулы введем $\lambda=q/p$, тогда

$$\frac{1-\lambda^{\Delta_{-}}}{\lambda^{\Delta_{+}}-\lambda^{\Delta_{-}}}u^{\Delta_{+}}+\frac{1-\lambda^{\Delta_{+}}}{\lambda^{\Delta_{-}}-\lambda^{\Delta_{+}}}u^{\Delta_{-}}=$$

$$=\frac{u^{S}\times\lambda^{S}-\lambda^{\Delta_{+}}-u^{S}\lambda^{\Delta_{+}}+\lambda^{S}\lambda^{\Delta_{+}}}{\left(\lambda^{S}-1\right)u^{S}\lambda^{\Delta_{+}}}\times \mathrm{u}^{\Delta_{+}}\to\max, \qquad (18)$$

где *u* — коэффициент повышения цены;

Δ_{+} — разница между количеством моментов (дней) повышения и понижения цены для выхода по Take profit;

Δ_{-} — разница между количеством моментов (дней) повышения и понижения цены для выхода по Stop Loss;

S — коридор колебания цен ($S=\Delta_{+}-\Delta_{-}$);

x — вероятность выхода по Take profit;

y — вероятность выхода по Stop loss.

Исходя из формулы (18), рассчитывается точка Take Profit. Для этого решается оптимизационная задача нахождения максимума функции (18), где экзогенные переменные — вероятности повышения/понижения цены, коридор цен, коэффициент изменения цены за 1 период. Суть оптимизацион-

Таблица 2

Выручка по тикеру Nasdaq, долл.

Ордер	TP	TP	TP	SL	TP	SL	SL	SL
Выручка	7,750591	9,456677	7,565327	−4,27577	7,986397	−3,77357	−3,98093	−3,77296

Источник: составлено автором.

ной задачи состоит в максимизации доходности посредством изменения коэффициентов S и u. Ответом задачи будет математическое ожидание цены актива в принятой валюте, в данном случае в долларах. Найдем Take Profit, основываясь на формуле (18) [3]:

$$\Delta_+ = \frac{\ln\left(\frac{\lambda^S\left(1-u^S\right)\left(ln\lambda - \ln u\right)}{\left(u^S-\lambda^S\right)\times\ln u}\right)}{\ln\lambda} \text{ — Take profit. (19)}$$

Далее, исходя из равенства $S = \Delta_+ - \Delta_-$, найдем позицию Stop Loss:

$$\Delta_- = \Delta_+ - S.$$

Для нахождения цен, по которым предполагается выход ордеров, необходимо произвести следующие операции:

$P_{tp} = P_0 \times u^{\Delta_+}$ — цена актива по ордеру Take Profit;

$P_{sl} = P_0 \times u^{\Delta_-}$ — цена актива по ордеру Stop Loss;

где P_0 — начальная цена актива.

На данном этапе найдены оптимальные стоп-позиции при заданной вероятности изменения и коридоре цен относительно доходности.

Численный эксперимент

Цель эксперимента — определение влияния экзогенных переменных на конечный результат, т.е. на ожидаемую доходность алгоритма, а также определение оптимального временного отрезка обучающей выборки.

Задача эксперимента — определение эффективности описанного выше метода и анализ полученных результатов.

Краткий план выполнения эксперимента:

1) расчет вероятностей повышения и понижения цены;
2) расчет оптимальных стоп-позиций;
3) апробация алгоритма на данных 2016 г.

В эксперименте используются данные по ценам закрытия торговых дней тикеров за 2010–2016 гг.* Для каждого тикера отдельно рассчитываются вероятности повышения и понижения цены по 2010–2015 гг. Вероятность повышения цены рассчитывается как отношение дней, где происходило повышение цены к общему количеству торговых дней. Далее по приведенному выше алгоритму определяются стоп-заявки.

По формуле (18) для оптимизации стоп-позиций в программе изменялись коридор цен *S* и коэффициент *u*. Следует добавить, что увеличение коэффициента *u* влечет увеличение порога стоп-позиций. Эксперимент проводился по историческим данным тикеров за 2016 г. В первый торговый день каждого месяца открывается длинная позиция. Закрытие позиций происходит по установленным ордерам, далее фиксируется доходность каждого контракта. Для удобства проведения исследования была написана программа.

На покупку каждого контракта выделяется одинаковая сумма (100 долл.). Доходность каждого тикера и общая доходность открытых позиций рассчитывается по формуле (20) [3]:

$$Ror_{tic} = \sum \frac{r_i}{p_i \times n} \text{ — доходность по тикеру,} \quad (20)$$

где r_i — выручка по контракту *i*;

p_i — цена открытия контракта *i*;

n — количество контрактов.

Рассмотрим выручку по контрактам тикера Nasdaq (*табл. 2*). В данном случае было закрыто 8 позиций. В строке «Ордер» указан тип стоп-позиции, по которой произошел выход, а в строке «Выручка» — выручка, полученная от покупки одного контракта.

* URL: https://finance.yahoo.com (дата обращения: 28.08.2017).

Таблица 3

Тикеры и доходности

Сделки	Доходность
1–12 сделок — DJI	0,069068
13–22 сделки — S&P 500	0,025957
23–30 сделки — NASDAQ	0,039206
31–42 сделки — AEX	0,002974
43–52 сделки — AAPL	0,044708
53–60 сделки — IBM	0,061576
61–71 сделки — MSFT	0,073265
72–82 сделки — KO	–0,00264
83–90 сделки — F	–0,04118
91–100 сделки — FB	0,066452
Средняя доходность	0,033939

Источник: составлено автором.

Таблица 4

Количество дней открытой позиции

90	112	135	134	114	98	134	57	124	92	114
28	122	101	80	118	98	51	39	22	93	51
24	21	136	11	101	60	42	17	24	51	37
78	56	13	39	30	61	29	115	98	30	112

Источник: составлено автором.

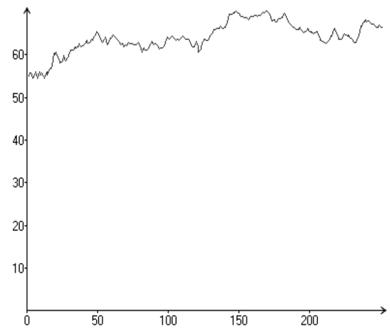
На основе этих данных подсчитана общая доходность и отдельная по тикерам (*табл. 3*).

Специфика модели такова, что она максимизирует доход или же минимизирует потери, если они неизбежны, посредством оптимизации стоп-позиций. В ходе эксперимента некоторые позиции остались незакрытыми, ввиду того, что на момент его проведения их цена не достигла стоп-позиций. Данные по этим контрактам в расчете доходности не использовались.

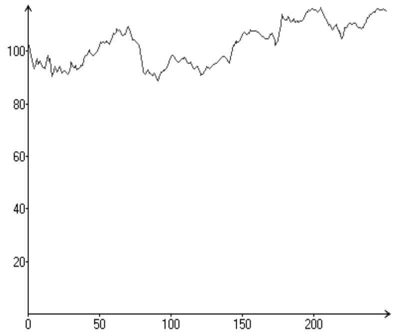
Рассмотрим значения, показывающие, сколько дней была открыта прибыльная позиция (*табл. 4*). Средняя длительность позиции — 73 торговых дня. Тогда рассчитаем годовую доходность исходя из того, что в 2016 г. было 250 торговых дней:

$250/73 \times 0{,}033939 = 0{,}117159 = 11{,}72\%$ годовых ожидаемая доходность данного алгоритма [4].

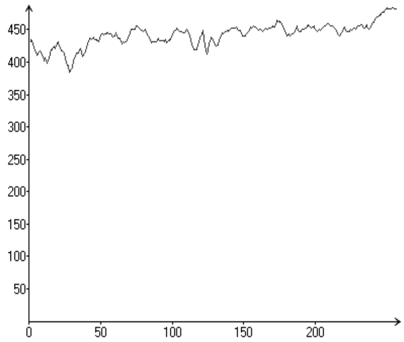
На *графиках 1–10* приведена динамика цен по соответствующим тикерам за 2016 г. (по оси ординат отложена цена, по оси абсцисс — номер торгового дня). Сопоставим графики цен и доходности тикеров. Как видим, алгоритм работает таким образом, что большую прибыль получаем, если цена большую половину времени растет, отсутствуют резкие скачки. Условие низкой волатильности важно, так как при резких скачках срабатывает стоп-позиция.



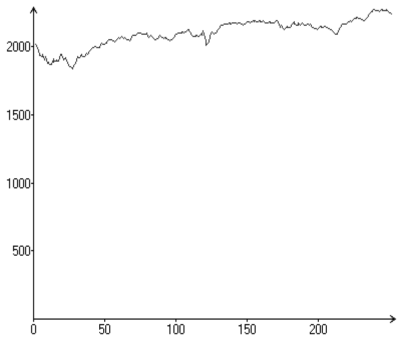
(NASDAQ)



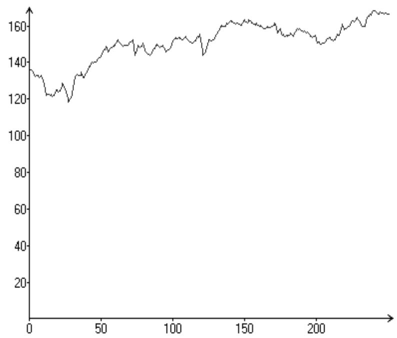
(AAPL)



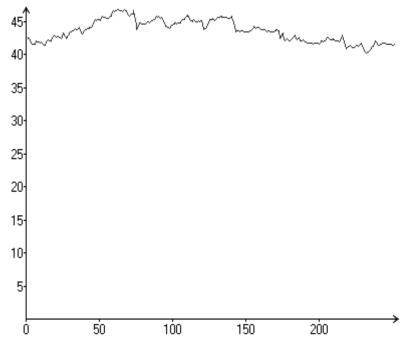
(AEX)



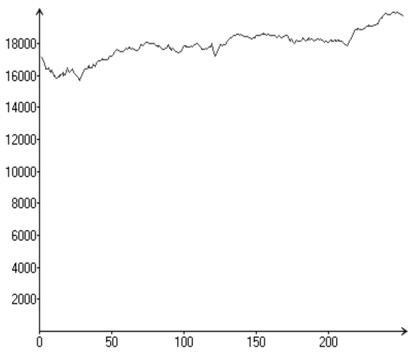
(GSPC)



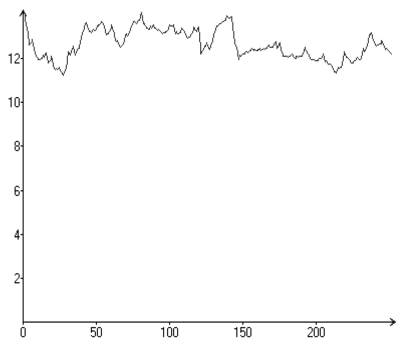
(IBM)



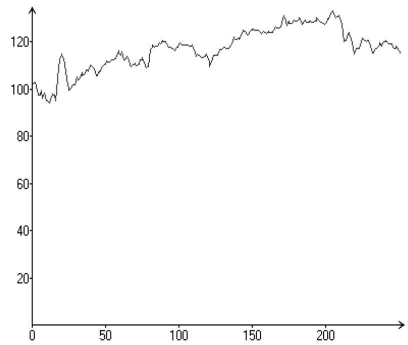
(KO)



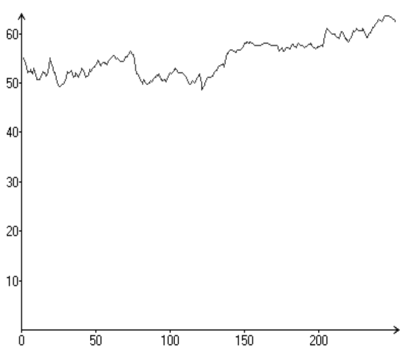
(DJI)



(F)



(FB)



(MSFT)

Графики 1–10. **Динамика цен соответствующих тикеров**

Заключение

Прежде всего, алгоритм был сформирован теоретически, за основу взят материал монографии [2]. Об эффективности составленного метода сложно говорить без наличия конкретных результатов эксперимента, поэтому после составления алгоритма была произведена его апробация с целью нахождения ожидаемой доходности и анализа результатов.

Перед проверкой алгоритма производилось обучение модели на исторических данных. Обучение проводилось на основании количества повышения и понижения цен исторических данных, по которому оцениваются вероятности изменения цен. Эмпирически было выявлено, что временной промежуток 4–5 лет является оптимальным. При увеличении объема исторических данных, по которым рассчитываются вероятности изменения будущих цен, предикативность снижается, так как используются неактуальные данные. С другой стороны, если взять промежуток для обучающей выборки менее 4 лет, точность модели опять же будет падать, так как учтены не все возможные изменения. Выявлено, что при обучении модели на неоптимальной выборке (3 или 6 лет) доходность составляет ~2,24%, причем средняя длительность открытой позиции не сильно изменилась, 76 дней. Годовая доходность такой выборки составила 7,37%, т.е. снизилась на 37%. Также было обнаружено, что чем больше отличается обучающая выборка от оптимальной, тем ниже годовая доходность.

Эмпирически было выявлено, что временной промежуток 4–5 лет является оптимальным.

В работе составлен один из возможных алгоритмов торговли. Для проведения эмпирического эксперимента была составлена программа, устанавливающая оптимальные стоп-позиции по критерию доходности на основе исторических данных. Ожидаемая годовая доходность по стоп-позициям разработанного алгоритма составляет 11,72%. В случае, когда прибыль невозможно получить, убыток минимизируется посредством оптимизации стоп-позиций. Алгоритм работает тем лучше, чем меньше резких скачков цен.

Список литературы

1. *Федотова Г.В., Ботнарь С.Ю.* Особенности алгоритмической торговли на фондовом рынке. Теория и практика сервиса: экономика, социальная сфера, технологии. 2016;(3):29.
2. *Гисин В.Б., Коннов В.В., Шаров В.Ф.* Вероятностные модели для анализа ценообразования активов на фондовых рынках. М.: Изд-во Финансового университета; 2012. 151 с.
3. *Буренин А.Н.* Форварды, фьючерсы, экзотические и погодные опционы. М.: Науч.-техн. об-во им. акад. С.И. Вавилова; 2005. 534 с.
4. *Ralph V.* The mathematics of money management. New York Johns & Sons, inc. Risc analysis techniques for traders. 2007:39–42.
5. *Мостеллер Ф.* Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями. Пер. с англ., изд. 2-е. М.: Наука; 1975. 112 с.