

УДК 35.08:343.352(045)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИМПОРТНЫХ ОПЕРАЦИЙ НА ОСНОВЕ КРИТЕРИЯ ВАЛЬДА-СЭВИДЖА И ФИНАЛЬНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА*

Наталенко К.И.,

студентка факультета прикладной математики и информационных технологий,
Финансовый университет,
Москва, Россия
natalenko.kristina@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются подходы к моделированию и оценке внешнеторговых операций. Состояние и возможности развития внешнеторговой деятельности в России во многом определяются производственно-ресурсной базой. Благодаря запасам природного сырья, удалось сохранить и преумножить отдельные позиции в мировом производстве и добыче ряда видов продукции, например первичного алюминия. В настоящее время в России предприятия, как правило, самостоятельно осуществляют внешнеэкономическую и, в частности, внешнеторговую деятельность, что заставляет компании подходить к вопросам принятия решений с точки зрения математических обоснований. Последние годы в областях, связанных с принятием управленческих решений, все большее распространение получает теория игр, а рассмотрение конкретного процесса в терминах «Игры с природой» позволяет находить оптимальное решение в условиях неопределенности. На примере Саяногорского алюминиевого завода сформулирована задача выбора компании-поставщика с помощью синтетического критерия Вальда-Сэвиджа, а также представлен анализ процесса на основе финальных вероятностей состояний системы, в которой протекает марковский процесс.

Ключевые слова: внешнеторговая деятельность; импортные операции; теория игр; игра с природой; неопределенность; эффективность; критерий Вальда-Сэвиджа; марковский процесс; финальные вероятности; алюминий; Саяногорский алюминиевый завод; РУСАЛ

MODELLING THE EFFICIENCY OF IMPORT OPERATIONS ON THE BASIS OF THE WALD-SAVAGE CRITERION AND THE FINAL PROBABILITIES OF THE MARKOV PROCESS

Natalenko K. I.,

student, Faculty of applied mathematics and informational technologies,
Financial University,
Moscow, Russia
natalenko.kristina@mail.ru

Научный руководитель: **Лабскер Л.Г.**, кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры системного анализа в экономике, Финансовый университет, Москва, Россия.

* Статья победителя IX Международного научного студенческого конгресса «Цифровая экономика: новая парадигма развития».

Abstract. *In this article, the author considers approaches to modelling and evaluation of foreign trade operations. The state and opportunities of foreign trade development in Russia are largely determined by the production and resource base. Thanks to the reserves of natural raw materials, Russia has managed to preserve and increase the individual position in the global production and extraction of some products, for example, of primary aluminium. At present, enterprises in Russia, as a rule, independently carry out their foreign trade activities. Thus, it is needed for the company in the decision-making process to use the results of mathematical modelling. In recent years, in areas related to management decision-making, the application of game theory is becoming increasingly common. Thus, the consideration of a particular process in terms of "Game with nature" allows finding the optimal solution for the conditions of uncertainty. On the example of Sayanogorsk aluminum plant, the author formulated the problem of choosing a supplier company using the synthetic Wald-Savage criterion, and presents the analysis of the process on the basis of the final probabilities of the system's states in which the Markov process takes place.*

Keywords: *foreign trade activity; import operations; game theory; a game with nature; uncertainty; efficiency; Wald-Savage criterion; Markov process; final probabilities; aluminium; Sayanogorsk aluminium plant; RUSAL*

Современный этап развития экономики Российской Федерации характеризуется ее прогрессирующей интеграцией с мировым сообществом. Сложный характер рыночной экономики и современный уровень требований, предъявляемых к обоснованию принятия решений, делают необходимым использование более серьезных, научно обоснованных методов в анализе теоретических и практических аспектов этой проблемы. На сегодняшний день математический аппарат методов поддержки и принятия решений успешно используется для оценки экономической деятельности как в рамках организационно-экономического механизма государства, так и в рамках отдельной компании, имея в своем распоряжении огромное множество проверенных временем инструментов. Поэтому нередко крупные компании пользуются услугами специалистов для оценки эффективности своей деятельности.

Основной задачей, стоящей перед компанией, импортирующей товары, является выбор поставщика, сотрудничество с которым окажется наиболее привлекательным с точки зрения полученной выгоды. Поскольку современный внешнеторговый бизнес характеризуется высокой степенью неопределенности экономических условий, порождающей риск, который оказывает значительное влияние на конечные результаты деятельности организации, при оценке внешнеторговых операций, в частности импортных, нередко возможно возникновение ситуаций, связанных с таким понятием, как «Игра с природой». В таких играх рассматривается два игрока: один

из них (например, компания, импортирующая товары) принимает для себя эффективные и полезные решения, а другой — природа (например, состояние рынка), не преследует конкретной цели и принимает любое из своих возможных состояний случайным образом [1].

В качестве игрока А рассмотрим Саяногорский алюминиевый завод, который является лидером по выпуску алюминиевых сплавов среди российских алюминиевых заводов, реализующим такие виды продукции, как первичный алюминий, алюминиевые сплавы, и третьим по величине предприятием в составе компании РУСАЛ. В соответствии с таможенной статистикой за 2012–2015 гг. Саяногорский алюминиевый завод был лидером среди импортеров по натуральным показателям. Для производства данного вида продукции завод закупает оксид алюминия у следующих компаний: ALCOA OF AUSTRALIA LIMITED, ALUMAR, ALUMINA DO NORTE DO BRASIL S/A, AUGHINISH ALUMINA LIMITED, QUEENSLAND ALUMINA LIMITED, SHERWIN ALUMINA COMPANY, WEST INDIES ALUMINA COMPANY. Затраты на закупку и транспортировку сырья, а также на его производство составляют себестоимость конечной продукции.

Алюминий является биржевым товаром, а цена, устанавливаемая в ходе торгов, — ключевой ценовой ориентир для продавцов и покупателей алюминия по всему миру¹. Динамика данного

¹ Сайт об алюминии. Проект компании RUSAL, лидера мировой алюминиевой отрасли. URL: <https://aluminiumleader.ru> (дата обращения: 22.04.2018).

показателя не только отражает настроения рынка, но и отвечает на изменения в политике и экономике стран мира. Отношение себестоимости товара к биржевому уровню цен позволяет определить показатель экономической эффективности.

Большинство расчетов с поставщиками завод проводит в американских долларах, поэтому изменения курса доллара к рублю ощутимо воздействуют на конечные результаты его деятельности и, соответственно, влияют на показатели экономической эффективности импортных операций.

Таким образом, определим следующие возможные состояния природы в нашей игре:

Π_1 — доллар по отношению к рублю в следующем месяце упадет более чем на 5%;

Π_2 — доллар по отношению к рублю в следующем месяце упадет не более чем на 5%, но больше, чем на 1%;

Π_3 — ожидаются незначительные колебания в пределах 1%;

Π_4 — доллар по отношению к рублю подрастет больше, чем на 1%, но меньше, чем на 5%;

Π_5 — доллар по отношению к рублю вырастет больше, чем на 5%.

Постановка данной задачи как многократной игры с периодом в 1 месяц объясняется тем, что месяц является отчетным периодом в компаниях.

Пусть сознательный игрок A — руководство Саяногорского алюминиевого завода и пусть игрок A может воспользоваться одной из следующих стратегий:

A_1 — закупать оксид алюминия у поставщика ALCOA OF AUSTRALIA LIMITED;

A_2 — у ALUMAR;

A_3 — у ALUMINA DO NORTE DO BRASIL S/A;

A_4 — у AUGHINISH ALUMINA LIMITED;

A_5 — у QUEENSLAND ALUMINA LIMITED;

A_6 — у SHERWIN ALUMINA COMPANY.

Определив минимальные значения показателя эффективности, соответствующие каждому состоянию природы при выборе определенной стратегии, получим следующие значения показателей экономической эффективности импорта и реализации конечного продукта (табл. 1).

Данная таблица отражает минимальные затраты на производство 1 тонны первичного алюминия, выраженные в процентном соотношении к биржевой цене на алюминий. Для формирования матрицы выигрышей вычтем из 100% полученные значения (табл. 2).

В данной матрице есть доминируемые стратегии, а именно — строго доминируемые A_5, A_1, A_4, A_2 . Будем иметь это в виду, однако оставим данные стратегии для проведения дальнейших расчетов.

Характеристика оптимальности принимаемых решений при состояниях природы такого типа базируется на формировании специальных критериев оптимальности стратегий. В последнее время все большее распространение получают критерии, синтезирующие классические подходы к выбору оптимальной стратегии и учитывающие также психологические особенности лица, принимающего решения.

Критерий Вальда-Сэвиджа отражает данный подход и сочетает в себе два пессимистических критерия. Если критерий Вальда определяет оптимальность стратегии относительно только выигрышей, а критерий Сэвиджа выбирает стратегию только с позиций игровых рисков, то синтетический критерий Вальда-Сэвиджа позволяет подойти к выбору оптимальной стратегии с синтетической точки зрения выигрышей и игровых рисков.

Для начала определим оптимальную стратегию по Вальду. Данный показатель также называют максимумом игры в чистых стратегиях, а критерий Вальда — критерием крайнего пессимизма или принципом гарантированного выигрыша. Оптимальной стратегией считается стратегия, показатель эффективности которой равен:

$$W_s = \max \{W_i : i = 1, 2, \dots, m\} = \\ = \max \{ \min \{a_{ij} : j = 1, 2, \dots, n\} : i = 1, 2, \dots, m \}.$$

В последнем столбце платежной матрицы (см. табл. 1) проставим показатели эффективности W_i и получим цену игры $W_s = 0,143308$, после выделим стратегию W — оптимальную во множестве чистых стратегий игрока A : $S^{(W)} = \{A_6\}$.

Показателем благоприятности состояния Π_j — природы для увеличения выигрыша в чистых стратегиях называется наибольший выигрыш при этом состоянии, т.е.

$$\beta_j = \beta_j(S^C) = \max \{a_{ij} : i = 1, 2, \dots, m\}, j = 1, 2, \dots, n.$$

Далее определим множество оптимальных стратегий по критерию Сэвиджа (табл. 4). Для этого найдем матрицу Риска по формуле $r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$. Риском при-

Таблица 1

Показатели экономической эффективности импорта и реализации товара

Состояние природы Π_i Стратегии A_i	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5
A_1	0,79344	0,862358	0,864169	0,866559	0,867372
A_2	0,797916	0,864434	0,841132	0,829117	0,846208
A_3	0,820602	0,858331	0,848311	0,834614	0,853095
A_4	0,832657	0,871282	0,875998	0,858475	0,863222
A_5	0,861701	0,870898	0,881798	0,876256	0,892701
A_6	0,855882	0,849906	0,856692	0,832322	0,832471

Источник: составлено автором.

Таблица 2

Матрица выигрышей игрока

Состояние природы Π_i Стратегии A_i	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5
A_1	0,20656	0,137642	0,135831	0,133441	0,132628
A_2	0,202084	0,135566	0,158868	0,170883	0,153792
A_3	0,179398	0,141669	0,151689	0,165386	0,146905
A_4	0,167343	0,128718	0,124002	0,141525	0,136778
A_5	0,138299	0,129102	0,118202	0,123744	0,107299
A_6	0,144118	0,150094	0,143308	0,167678	0,167529

Источник: составлено автором.

нято считать упущенную возможность от максимального при определенном состоянии природы выигрыша β_j .

В последнем столбце табл. 4 найдены показатели неэффективности чистых стратегий $Sav_i = \max\{r_{ij} : j \in J\}, i \in I$, и цена игры по критерию Сэвиджа $Sav_s = \min\{Sav_i : i \in I\} = 0,012753$, следовательно, множество оптимальных стратегий $S^{O(Sav)} = \{A_2\}$.

Помимо условий игры с природой, указанных выше, синтетический критерий Вальда-Сэвиджа предполагает выигрыш-показатель $\alpha \in [0,1]$, отражающий психологические особенности игрока A , определяющие его отношение к выигрышам и рискам. При $\alpha = 0$ игрок абстрагируется от выигрышей, принимая во внимание только риски.

При $\alpha = 1$ абстрагируется от рисков и принимает во внимание только выигрыши [2, 3].

По критерию Вальда-Сэвиджа с выигрыш-показателем $\alpha \in [0,1]$ (или $WSav(\alpha)$ – критерий) показатель эффективности стратегии A_i определяется по формуле

$$WSav_i(\alpha) = \alpha W_i - (1 - \alpha) Sav_i = \alpha(W_i + Sav_i) - Sav_i, \quad i \in I,$$

а цена игры в чистых стратегиях по $WSav(\alpha)$ -критерию:

$$WSav_s(\alpha) = \max\{WSav_i(\alpha) : i \in I\}.$$

Таким образом, показатели эффективности по Вальду-Сэвиджу $WSav_i(\alpha)$ являются линейными

Таблица 3

Критерий Вальда

Состояние природы Π_i Стратегии A_i	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	W_i
A_1	0,20656	0,137642	0,135831	0,133441	0,132628	0,132628
A_2	0,202084	0,135566	0,158868	0,170883	0,153792	0,135566
A_3	0,179398	0,141669	0,151689	0,165386	0,146905	0,141669
A_4	0,167343	0,128718	0,124002	0,141525	0,136778	0,124002
A_5	0,138299	0,129102	0,118202	0,123744	0,107299	0,107299
A_6	0,144118	0,150094	0,143308	0,167678	0,167529	0,143308
β_j	0,20656	0,150094	0,158868	0,170883	0,167529	$W_S = 0,143308$

Источник: составлено автором.

Таблица 4

Критерий Сэвиджа

Состояние природы Π_i Стратегии A_i	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	Sav_i
A_1	0	0,013676	0,025434	0,003832	0,006134	0,025434
A_2	0,001587	0,012753	0,00721	0,006345	0,001227	0,012753
A_3	0,015701	0,015046	0	0,00109	0,003242	0,015701
A_4	0,026048	0,012918	0,011214	0,005478	0,005579	0,026048
A_5	0,03276	0,044718	0,024363	0,033578	0,013139	0,044718
A_6	0,032483	0	0,017395	0	0	0,032483
						$Sav_S = 0,012753$

Источник: составлено автором.

функциями от α , поскольку значения показателей эффективности W_i и Sav_i для каждой стратегии уже найдены. Изобразим данные функции на графике (рис. 1).

Для того чтобы найти оптимальную стратегию, нужно построить верхнюю огибающую, которая соответствует графику цены игры в чистых стратегиях и указывает на оптимальные стратегии при каждом значении α . Как можно заметить на графике, помимо найденных оптимальных по Вальду и Сэвиджу стратегий A_6 и A_2 соответственно, верхнюю огибающую образует стратегия A_3 .

Рассмотрим функции показателей эффективности по Вальду-Сэвиджу для стратегий A_2 , A_3 и A_6 :

$$WSav_2(\alpha) = \alpha(0,132628 + 0,014528) - 0,014528 = 0,150094\alpha - 0,014528;$$

$$WSav_3(\alpha) = \alpha(0,141669 + 0,027163) - 0,027163 = 0,168832\alpha - 0,027163;$$

$$WSav_6(\alpha) = \alpha(0,143308 + 0,062443) - 0,062443 = 0,205751\alpha - 0,062443.$$

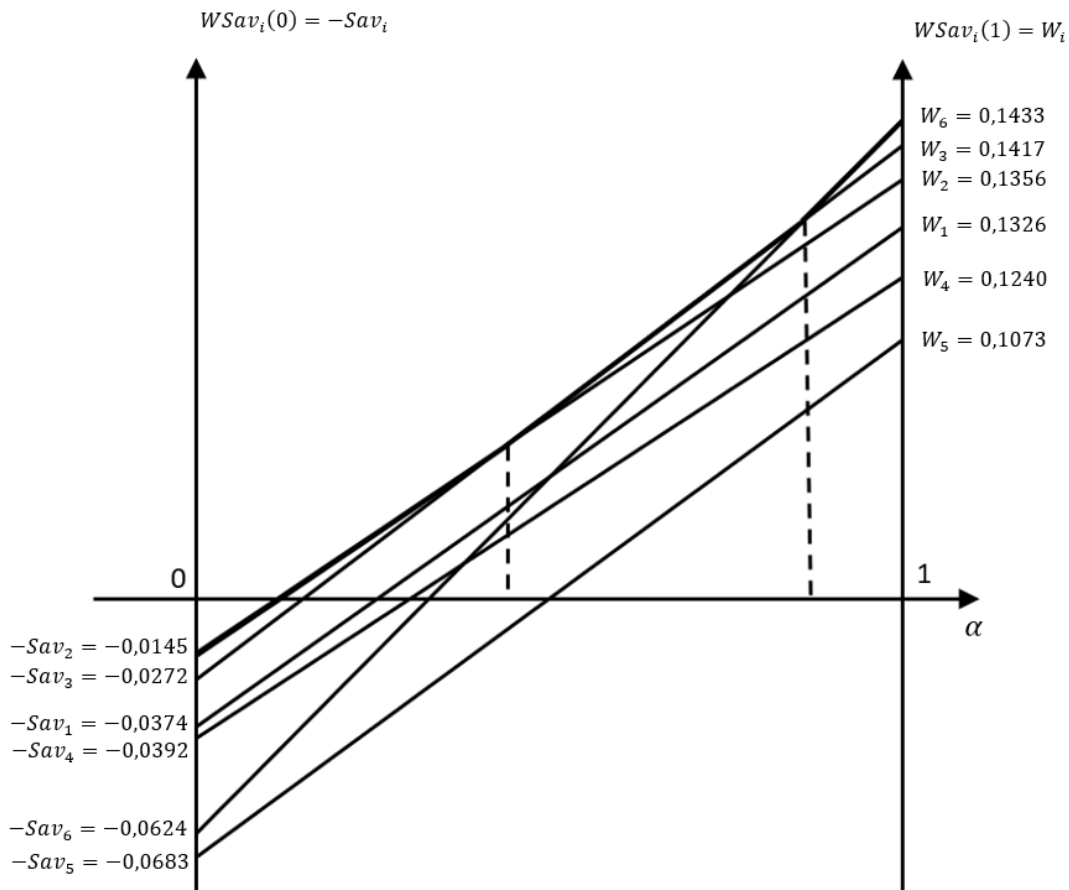


Рис. 1. График показателей эффективности по Вальду-Сэвиджу

Источник: составлено автором.

Найдем пересечения функций показателей для стратегий A_2 и A_3 :

$$WSav_2(\alpha) = WSav_3(\alpha),$$

$$0,150094\alpha - 0,014528 = 0,168832\alpha - 0,027163,$$

$$0,018737\alpha = 0,012634,$$

$$\alpha_{2 \cap 3} = 0,674296.$$

Найдем также пересечение функций показателей для стратегий A_3 и A_6 :

$$WSav_3(\alpha) = WSav_6(\alpha),$$

$$0,168832\alpha - 0,027163 = 0,205751\alpha - 0,062443,$$

$$0,036919\alpha = 0,03528,$$

$$\alpha_{3 \cap 6} = 0,955607.$$

Таким образом можно записать множество оптимальных значений:

$$S^{O(WSav(\alpha))} = \begin{cases} \{A_2\}, \text{ при } 0 \leq \alpha < 0,674296 \\ \{A_2, A_3\}, \text{ при } \alpha = 0,674296 \\ \{A_3\}, \text{ при } 0,674296 < \alpha < 0,955607. \\ \{A_3, A_6\}, \text{ при } \alpha = 0,955607 \\ \{A_6\}, \text{ при } 0,955607 < \alpha \leq 1 \end{cases}$$

Следовательно, при решении данной задачи возникает оптимальность стратегии, которая не является оптимальной ни по Вальду, ни по Сэвиджу, но является оптимальной по Вальду-Сэвиджу, при определенных значениях выигрыш-показателя, а именно: стратегия A_3 при $0,674296 < \alpha < 0,955607$.

В зависимости от значения выигрыш-критерия для игрока будут считаться оптимальными стратегии ALUMAR (A_2), ALUMINA DO NORTE DO BRASIL S/A (A_3) или WEST INDIES ALUMINA COMPANY (A_6).

В данном случае предполагается невозможность определения вероятностей состояний природы либо абсолютное недоверие лица, принимающего решения, к предполагаемым вероятностям,

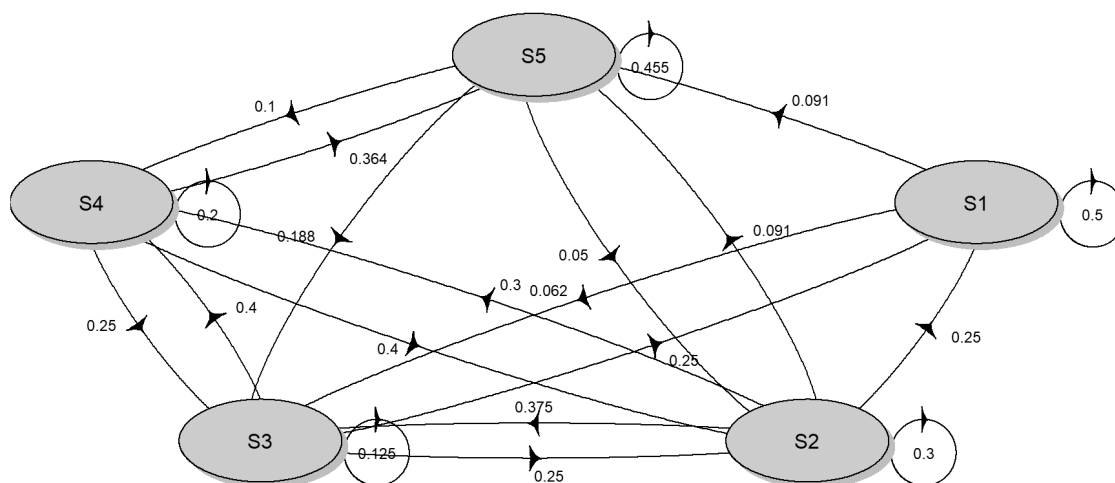


Рис. 2. Размеченный граф переходных вероятностей системы

Источник: составлено автором.

т.е. решение принимается в условиях полной неопределенности.

Если предположить, что использование исторических данных позволит повысить определенность в принятии данного решения, то имеет смысл рассмотреть природу в данной задаче как систему S , в которой протекает марковский процесс. Исследовав статистику курса доллара, найдем вероятности переходов системы из одного состояния в другое и запишем матрицу переходных вероятностей:

$$P = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,25 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0,25 & 0,4 & 0,05 \\ 0,0625 & 0,375 & 0,125 & 0,25 & 0,1875 \\ 0 & 0,3 & 0,4 & 0,2 & 0,1 \\ 0,0909 & 0,0909 & 0 & 0,3636 & 0,4545 \end{pmatrix}.$$

С помощью матрицы составим график переходных вероятностей (рис. 2).

Так как все элементы матрицы P не отрицательны, то система S регулярна и потому существует вектор финальных вероятностей $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$ [4], и он, соответственно, равен $(0,0563; 0,2816; 0,2253; 0,2816; 0,1549)$.

Таким образом, вероятнее всего будут относительные колебания в пределах от 1 до 5%, как по направлению роста, так и на убыль. Поскольку и то, и другое равновероятно, то можно утверждать, что в этой задаче игрок A принимает решения в условиях «полной неопределенности» и не имеет никакой возможности предсказать изменения курса валюты.

С другой стороны, руководствуясь критерием Вальда-Сэвиджа при выборе стратегии, компания может гарантировать себе не менее 15% прибыли в двух из трех случаев.

Список источников

1. Лабскер Л.Г., Яценко Н.А. Экономические игры с природой (практикум с решениями задач). Учебное пособие. М.: КНОРУС; 2015. 512 с.
2. Лабскер Л.Г., Яценко Н.А., Амелина А.В. Формирование приоритетной очередности кредитования банком корпоративных заемщиков по синтетическому критерию Вальда-Сэвиджа. Банковское дело. Формирование приоритетной очередности кредитования банком корпоративных заемщиков по синтетическому критерию Вальда-Сэвиджа. Финансы и кредит. 2012;(38):31–41.
3. Лабскер Л.Г., Яценко Н.А., Амелина А.В. Очередность кредитования банком корпоративных заемщиков. Формирование приоритетного порядка на основе синтетического критерия Вальда-Сэвиджа. LAP LAMBERT Academic Publishing; 2012. 236 с.
4. Лабскер Л.Г. Вероятностное моделирование в финансово-экономической области. Учеб. пособие. 2-е изд. М.: ИНФРА-М; 2010.