

DOI: 10.26794/2587-5671-2021-25-6-6-15

УДК 336.743:519.86(045)

JEL E 10, F31, F32, F47

## Валютный курс рубля: моделирование сравнительной среднесрочной и долгосрочной динамики

А. Ю. Кузьмин

Финансовый университет, Москва, Россия

<http://orcid.org/0000-0002-7053-6615>

### АННОТАЦИЯ

**Предметом** исследования выступает динамический механизм формирования валютного курса российского рубля в многоуровневой системе экономических фундаментальных детерминант-агрегатов в условиях режима независимого плавания национальной валюты. **Целью** исследования является развитие авторского теоретико-методологического концептуального подхода к моделированию динамики равновесного валютного курса на основе международных потоков (international flows equilibrium exchange rate – IFEER) и разработка на его основе новой модели динамики валютного курса российского рубля. **Методологическая база** исследования включает системный анализ, фундаментальные методы экономической теории, классические методы математического анализа и экономико-статистического анализа, положения национального счетоводства. В работе представлены данные по верификации результатов моделирования среднесрочной равновесной динамики. При этом значительное внимание уделено математическому моделированию долгосрочной динамики валютного курса рубля сравнительно со среднесрочной равновесной динамикой и математическому анализу внутренних функциональных связей в современных условиях, что определяет **научную новизну и актуальность** исследования. На основании проведенного математического моделирования сделан **вывод** о тенденциях укрепления валютного курса рубля в долгосрочном плане в условиях сохранения действующих долгосрочных тенденций.

**Ключевые слова:** математическое моделирование; валютный курс российского рубля; платежный баланс; нелинейная долгосрочная динамика

**Для цитирования:** Кузьмин А. Ю. Валютный курс рубля: моделирование сравнительной среднесрочной и долгосрочной динамики. *Финансы: теория и практика*. 2021;25(6):6-15. DOI: 10.26794/2587-5671-2021-25-6-6-15

### ORIGINAL PAPER

## Russian Ruble Exchange Rate: Modeling of Comparative Medium-Term and Long-Term Dynamics

A. Yu. Kuzmin

Financial University, Moscow, Russia

<http://orcid.org/0000-0002-7053-6615>

### ABSTRACT

The **subject** of the study is the dynamic mechanism of the formation of the exchange rate of the Russian ruble in a multi-level system of economic fundamental determinants-aggregates in the context of the independent floating rate of the national currency. The **aim** of the study is to develop the author's theoretical and methodological conceptual approach to modeling the dynamics of the equilibrium exchange rate based on international flows (IFEER) and to develop a new model of the Russian ruble exchange rate dynamics on its basis. The **methodological base** of the research includes system analysis, fundamental methods of economic theory, classical methods of mathematical analysis, and economic and statistical analysis, and the provisions of national accounting. The paper presents data on the verification of the results of modeling medium-term equilibrium dynamics. At the same time, the author pays considerable attention to the mathematical modeling of the long-term dynamics of the ruble exchange rate in comparison with the medium-term equilibrium dynamics and the mathematical analysis of internal functional relationships in modern conditions, which determines the **scientific novelty and relevance** of the study. Based on the conducted mathematical modeling, the author **concludes** about the trends of a stronger ruble exchange rate in the long run, while maintaining the current long-term trends.

**Keywords:** mathematical modeling; Russian ruble exchange rate; balance of payments; nonlinear long-term dynamics

**For citation:** Kuzmin A. Yu. Russian ruble exchange rate: Modeling of comparative medium-term and long-term dynamics. *Finance: Theory and Practice*. 2021;25(6):6-15. DOI: 10.26794/2587-5671-2021-25-6-6-15

## ВВЕДЕНИЕ

В открытых современных экономиках валютные курсы являются подлежащими коррекции параллельными или вторичными целевыми ориентирами проводимой макроэкономической политики. Одновременно за счет системного воздействия на другие экономические переменные они выступают ключевыми инструментами валютной и денежно-кредитной политики. Это направлено на выход реальных секторов экономики на траекторию устойчивого роста, а также с монетарных позиций на регулирование платежных балансов стран и уровней инфляции. Данные вопросы глубоко исследованы в работах Д. Е. Сорокина, С. В. Шманёва, И. Л. Юрзиновой, А. К. Бедринцева [1, 2], Л. А. Стрижковой [3], Я. М. Миркина [4] и др.

Валютный курс рубля на микроэкономическом уровне представляет собой один из важнейших факторов, оказывающих существенное влияние на мотивацию экономических хозяйствующих субъектов через механизм формирования международных относительных конкурентных преимуществ, на международные торговые потоки и через создание благоприятного инвестиционного внутривалютного климата на потоки капитала. При этом, что немаловажно, вышеуказанные экономические агрегаты являются определяющими факторами динамики самого валютного курса.

После завершения фактически полной валютной либерализации и перехода Банком России к режиму таргетирования инфляции согласно классификации Международного валютного фонда режим курса российского рубля де-факто стал характеризоваться независимым плаванием национальной валюты. Но и в этих условиях для данного классификационного вида режима валютного курса также характерны высокая значимость курсовой политики Центрального банка и пристальное внимание к динамике как номинального, так и реального валютного курса.

Математические методы широко применяются при моделировании валютных курсов в классических работах Р. Дорнбуша [5], Дж. Френкеля [6], А. Стокмана [7], Р. Манделла [8], М. Муссы [9], М. Обстфельда и К. Рогоффа [10] и др. (в том числе с позиций портфельного баланса в работах Р. Дрискилла [11], Л. Тейлора [12]), отечественными учеными С. Ю. Глазьевым [13], А. Ю. Кузьминым [14, 15] и др. В частности, Р. В. Иванов [16] уделяет внимание применению математических методов для моделирования оценок финансовых инструментов с учетом валютной составляющей.

Однако аспекты долгосрочной динамики валютных курсов представляются изученными не-

достаточно полно. При этом в данных условиях необходимо в первую очередь уделять внимание фундаментальным факторам динамики, что подчеркивают в исследованиях Дж. Уильямсон [17], К. Энгель, Н. Марк и К. Уэст [18], Л. Киллиан [19], П. Кларк и Р. Макдональд [20] и др.

В данной работе развит системный подход, направленный на исследование поведения российского рубля и основанный на разработанной автором концепции моделирования валютных курсов на основе международных потоков (International Flows Equilibrium Exchange Rate — IFEER) в целях моделирования сравнительной среднесрочной и долгосрочной динамики.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ: КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ IFEER

С позиций долгосрочного моделирования заслуживает внимания следующий подход. Одно из краеугольных уравнений открытой экономики касается равновесия платежного баланса. При этом предполагается отсутствие интервенционистских действий монетарных властей при регулировании плавающих валютных курсов. Данное уравнение выражается в национальной валюте:

$$(eE - I) = (K^- - eK^+).$$

Слева представлено сальдо счета текущих операций, справа — сальдо счета операций с капиталом,  $e$  — обменный курс,  $E$  — экспорт товаров и услуг,  $I$  — импорт товаров и услуг,  $K^-$ ,  $K^+$  — соответственно, отток и приток капитала.

После вычленения и проведения математических преобразований получим курс национальной валюты:

$$e = (I + K^-) / (E + K^+).$$

Такой подход имеет ряд недостатков. Валютный курс здесь получен с макроэкономических позиций. Однако он не имеет под собой на валютном рынке фактически никакой основы в виде реальных операций. В мировой практике национального счетоводства, более того, при использовании экономико-статистической информации, могут использоваться разные величины курсов национальных валют именно за определенный временной промежуток для расчетов макроэкономических агрегатов на уровне платежного баланса. И Россия здесь не исключение.

Изначально рассматриваются все реальные рыночные операции по номинальным обменным курсам  $e_i, i \in (1, N)$  на внутреннем валютном рынке, которые произошли за определенный период времени.

Обозначим  $e_i, D_i, R_i$  в  $i$ -й операции: номинальный обменный курс, сумма в определенной иностранной валюте и сумма в национальной валюте соответственно.

Эти переменные связаны соотношениями:  $e_i D_i = R_i$  и, следовательно,  $e_i = R_i / D_i$ .

При этом вклад каждой сделки разный. Это зависит от объема сделки. Следует отметить, что значительная часть сделок на российском рынке происходит в долларах США. При этом конверсионные операции в других валютах, таких как евро, канадский доллар, британский фунт, прямо связаны с этим действующим валютным курсом через систему кросс-курсов как на международном, так и национальном рынках. Таким образом, в целях моделирования далее рассматривается как иностранная валюта доллар США и его прямые котировки к российскому рублю.

Для изучения среднесрочной и долгосрочной динамики курса российского рубля предлагается определение валютного курса  $e$  как усредненное взвешенное по объемам в иностранной валюте значение курсов  $N$  проведенных рыночных сделок  $e_i, i \in (1, N)$  за определенный период времени:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^N D_i}{\sum_{j=1}^N D_j} \times e_i. \quad (1)$$

Далее можно получить суммированием по  $i$ :

$$e = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{D_i}{\sum_{j=1}^N D_j} \times \frac{R_i}{D_i}}{\sum_{j=1}^N D_j} = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{\sum_{j=1}^N D_j}.$$

Итоговую формулу, дезагрегирующую потоки по счетам платежного баланса, можно представить, как

$$e = \frac{\sum R^{CA} + \sum R^K}{\sum D^{CA} + \sum D^K}, \quad (2)$$

где индексы  $CA$  и  $K$  относятся, соответственно, к средствам, проходящим по счету текущих операций и счету движения капитала. Действия монетарных властей в виде валютных интервенций учтем в агрегатах с индексами  $K$ .

Для удобства обозначим:

$$\begin{aligned} \sum R_i^{CA} = I \quad \sum D_i^{CA} = E, \\ \sum R_i^K = K^-, \quad \sum D_i^K = K^+. \end{aligned}$$

Тогда в динамическом аспекте (2) будет как

$$e_t = (I_t + K_t^-) / (E_t + K_t^+),$$

где содержательно:  $E$  — предложение со стороны экспорта инвалюты;  $I$  — спрос в национальной валюте со стороны импорта на иностранную валюту;  $K^-, K^+$  — величина, соответственно, оттока и притока капитала между странами за период времени  $t$ .

Необходимо подчеркнуть, что функциональная зависимость (2) носит с экономических позиций естественный характер:

$$e = e^{*(-1)} = f_e(I^\uparrow, (K^-)^\uparrow, E^\downarrow, (K^+)^\downarrow).$$

Здесь и далее верхний знак « $\uparrow$ » или « $\downarrow$ » по данному фактору показывает, что функция, соответственно, строго возрастает или убывает.

Например, в терминах частных производных в нашем случае:

$$\frac{\partial f_e(I, K^+, E, K^-)}{\partial K^+} < 0.$$

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВАЛЮТНОГО КУРСА РУБЛЯ: БАЛАНС ТЕКУЩИХ ОПЕРАЦИЙ

Рассмотрим динамическую двухпериодную модель в периоды  $t - 1, t$ . В рамках этого объем валюты  $E$  в долларовых ценах в период  $t$ , поставленный на внутренний валютный рынок в виде выручки за экспорт товаров и услуг:

$$E_t = P_t^* k_E (Q_t^{x+1} Q_{t-1}^{x+1})^{1+\delta} (e_{t-1}^R)^z, \quad (3)$$

где  $k_E = const$ ;  $Q$  — уровень реального валового внутреннего продукта (ВВП как представителя совокупного выпуска);  $P_t^*$  — уровень средних фактических экспортных цен;  $P_{t-1}$  — уровень потребительских цен (ИПЦ); а индексы  $t - 1, t$  указывают на последовательные периоды моделирования,  $x$  и  $\delta$  — настраиваемые модельные параметры. Мы обсудим далее свойства параметров  $x$  и  $\delta$ .

Показатель  $z$  является степенью отклика на изменение условий торговли. В рамках этой модели поставленный на внутренний рынок в период  $t$  объем валюты прямо определен физическим объ-

емом экспорта в фактических экспортных ценах  $P_t^*$  этого же периода. При этом сам объем также зависит от условий торговли, которые представлены

величиной  $e_{t-1}^R = e_{t-1} \frac{P_{t-1}^*}{P_{t-1}}$  в виде скорректиро-

ванного номинального валютного курса на отношение внутренних и внешних цен, и определяется решениями производителей-экспортеров в предыдущий период  $t - 1$ . Данная зависимость подробно в различных аспектах исследовалась в работе автора [21], где нашла свое эмпирическое подтверждение в разные периоды времени.

Часть зависимости (3)  $k_E(Q_t^{\frac{1}{x+1}}Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{1+\delta}$  констатирует, что физический экспорт является частью совокупного выпуска, который усредняется в динамическом смысле — показатели степени при  $Q_t$  представлены весами:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+1} = 1.$$

Показатель степени  $\delta \geq 0$  фиксирует «несколько больший» рост экспорта по сравнению с импортом при ограничении на неотрицательность как функцию совокупного выпуска. Это обусловлено ограниченностью внутреннего спроса и, таким образом, необходимостью реализовывать возрастающий совокупный выпуск именно за счет экспорта. Сам метод усреднения совокупного выпуска при этом не будет оказывать существенного влияния на результат моделирования из-за незначимости волатильности в среднесрочной перспективе переменной  $Q$  по сравнению с возможными динамическими изменениями прочих используемых при моделировании макроэкономических детерминант.

При этом зависимость (3) также имеет естественный функциональный характер с экономических позиций относительно всей системы основных вышеуказанных факторов курсообразования:

$$E_t = f_{E_t}(P_t^{*\uparrow}, Q_t^\uparrow, Q_{t-1}^\uparrow, e_{t-1}^{R\uparrow}).$$

В экономической научной литературе известен факт: выбор экспортного ценообразования в валюте потребителя или производителя окажет существенное влияние на трансмиссионный механизм передачи экзогенных шоков в целом на валютный курс. Следует подчеркнуть, что особую важность с позиций моделирования проводимого представляют фактически сложившиеся механизмы ценообразования экспортной продукции российских компаний, которые основаны на номинированных

в долларах США (здесь — иностранной валюты) ценах основных мировых сырьевых бирж.

При моделировании зависимости импорта товаров и услуг примем, что резиденты направляют на потребление импорта в период  $t$  часть своего дохода, представленного как текущим доходом, так и доходом в предыдущий период времени  $t - 1$  во внутренних ценах  $P_t$ . Исходная функциональная зависимость имеет следующий вид с учетом отклика у на изменения условий торговли предыдущего периода:

$$I_t = P_t k_I (Q_t^{\frac{1}{x+1}}Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})(e_{t-1}^R)^y, \quad (4)$$

где  $z - u = x$ . Собственно, в рамках данной модели показатели  $z$  и  $u$  в формулах (3) и (4) определяют показатель  $x$ , введенный ранее в этих же формулах.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВАЛЮТНОГО КУРСА РУБЛЯ: УРОВЕНЬ ПОТОКОВ КАПИТАЛА И ОПЕРАЦИЙ С ФИНАНСОВЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ

В современных условиях средне- и долгосрочных изменений сальдо текущего счета платежного баланса страны существеннейшую роль играют движения капитала, являющиеся одними из важнейших факторов поведения валютного курса рубля, что однозначно оказывает большое влияние на результаты формулы (2).

Однако проблема этой сложно прогнозируемой и достаточно нестабильной детерминанты курсообразования получит разрешение на формально-логическом уровне в рамках рассматриваемой модели путем выдвижения ряда гипотез о динамике потоков капитала.

Для функциональной зависимости оттока капитала примем гипотезу — она является частью внутристранового усредненного совокупного дохода микроэкономических агентов во внутренних ценах  $P_t$ , выводимая с целью сбережений за границу с учетом относительных международных конкурентных преимуществ предыдущего периода:

$$K_t^- = P_t k_{K^-} (Q_t^{\frac{1}{x+1}}Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})(e_{t-1}^R)^y. \quad (5)$$

Для величины притока капитала примем следующую гипотезу: она является функцией, возрастающей по реальному совокупному продукту, так как международные инвесторы и спекулянты хотят купить его часть во внутренних ценах  $P_t$  и по условиям торговли. Последнее объясняется тем, что при увеличении валютного курса USD/RUR

и падении национальной валюты улучшаются инвестиционные условия для нерезидентов. Зависимость притока капитала, таким образом, должна удовлетворять следующему условию:

$$K_t^+ = f_{K^+}(P_t^{*\uparrow}, Q_t^{\uparrow}, Q_{t-1}^{\uparrow}, e_{t-1}^{R\uparrow}).$$

На основе этого положим:

$$K_t^+ = P_t^* k_{K^+} (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{1+\theta} (e_{t-1}^R)^z, \quad (6)$$

где  $\theta$  – настраиваемый параметр.

Увеличение притока капитала в виде зависимости (6) при росте ВВП в большей, чем пропорциональное (показатель  $\theta$  в члене  $k_{K^+} (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{1+\theta}$  в случае  $\theta \geq 0$ ) степени обусловлено улучшением в целом инвестиционного климата России при увеличении роста экономики и притока прямых и портфельных инвестиций и ожидаемым положительным эффектом импортозамещения.

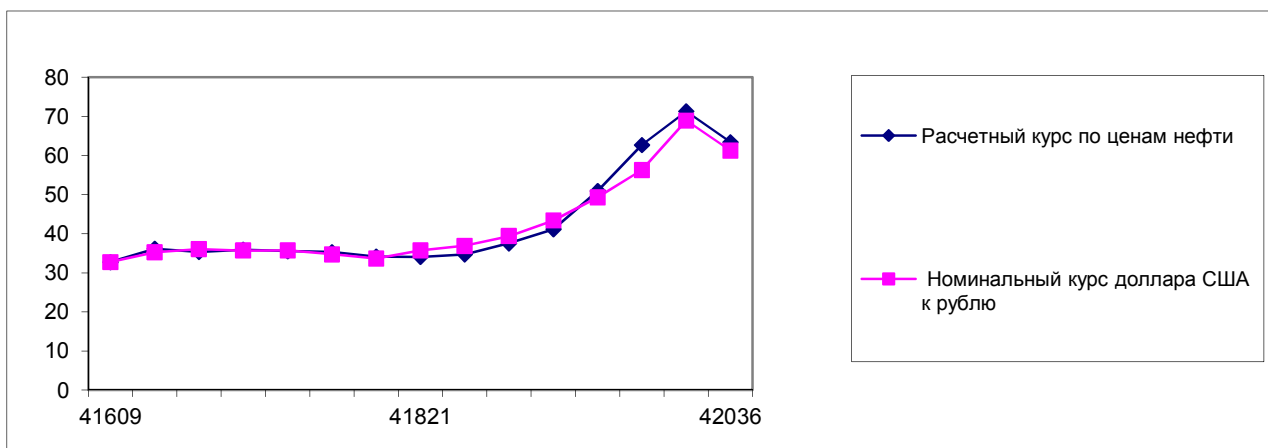
Подставляя формулы (3)–(6) в (2), получим:

$$\begin{aligned} e_t &= \frac{k_I P_t (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}}) (e_{t-1}^R)^y + k_{K^-} P_t (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}}) (e_{t-1}^R)^y}{P_t^* k_E (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{1+\delta} (e_{t-1}^R)^z + P_t^* k_{K^+} (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{1+\theta} (e_{t-1}^R)^z} = \\ &= \frac{P_t (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}}) (e_{t-1}^R)^y (k_I + k_{K^-})}{P_t^* k_E (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{1+\theta} (e_{t-1}^R)^z (k_E (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{\delta-\theta} + k_{K^+})} = \\ &= \frac{P_t (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}}) (k_I + k_{K^-})}{P_t^* (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{1+\theta} (e_{t-1}^R)^x (k_E (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{\delta-\theta} + k_{K^+})} = \\ &= \frac{P_t (k_I + k_{K^-})}{P_t^* (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^\theta (e_{t-1}^R)^x \frac{P_{t-1}^*}{P_{t-1}} (k_E (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{\delta-\theta} + k_{K^+})} = \\ &= \frac{(P_t^* / P_t) (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^\theta (e_{t-1}^R)^x (P_{t-1}^* / P_{t-1})^x (k_E (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{\delta-\theta} + k_{K^+})}{(k_I + k_{K^-})}. \end{aligned} \quad (7)$$

Используя свойства показателей  $\delta \approx \theta$  и большую динамическую стабильность усредненного члена  $(Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{\delta-\theta}$  сравнительно с волатильностью внутренних и внешних цен, в среднесрочном периоде положим константой член  $k'$ :

$$\frac{(k_I + k_{K^-})}{(k_E (Q_t^{\frac{1}{x+1}} Q_{t-1}^{\frac{x}{x+1}})^{\delta-\theta} + k_{K^+})} = (k')^{x+1} = const.$$

Перепишем (7) в виде



**Рис. Расчетный и номинальный курсы доллара США к рублю в 2013–2015 гг. / Estimated and nominal US dollar/ruble exchange rates in 2013–2015**

Источник / Source: расчеты автора, месячные данные / author’s calculations, monthly data.

$$e_t (e_{t-1})^x = \left( k' \frac{P_t}{P_t^*} Q_t^{-\theta/x+1} \right) \left( k' \frac{P_{t-1}}{P_{t-1}^*} Q_{t-1}^{-\theta/x+1} \right)^x.$$

После переобозначения показателя степени

$$\theta' = \frac{\theta}{x+1}$$

и временного разделения вовлеченных

в процесс переменных динамически распространим модель на многопериодный случай и получим зависимость по времени валютного курса рубля от системы основных принятых фундаментальных внутренних и внешних экономических детерминант:

$$e(t, Q(t), P(t), P^*(t)) = e_t = k' \frac{P_t}{P_t^*} Q_t^{-\theta'/x+1} = k' \frac{P_t}{P_t^*} Q_t^{-\theta'} \quad (8)$$

Для целей верификации модели в первую очередь, безусловно, одним из наиболее соответствующих является период валютно-финансового кризиса 2014–2015 гг., который связан со значительным стремительным обесценением рубля.

В целях настоящего исследования воспользуемся методологией и результатами работы автора [22] (исходные данные актуализированы). В качестве детерминанты модели  $P$  используется индекс потребительских цен, в качестве детерминанты  $Q$  используется индекс реального ВВП (по данным Федеральной службы государственной статистики<sup>1</sup>), в качестве детерминанты  $P_t^*$  используется цена

на Intercontinental Exchange брент-смеси нефти (по данным агентства Bloomberg, информационный терминал).

На рисунке (расчеты автора, месячные данные) представлена динамика расчетного курса рубля по основной формуле исследований (8) сравнительно с номинальным курсом доллара США к рублю на конец периода (по данным Банка России<sup>2</sup>). В результате численного моделирования при использовании метода наименьших квадратов с нормировкой номинального курса установлена величина параметра  $\theta' = 0,45$ .

Среднее нормированных отклонений и среднее абсолютных нормированных отклонений номинального и расчетного курсов составили 3 и 0,3% соответственно, что подтверждает высокое качество модели (8).

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ВАЛЮТНОГО КУРСА РУБЛЯ: ДОЛГОСРОЧНАЯ ДИНАМИКА

В целях данного исследования необходимо высказать следующее предположение — в долгосрочном плане коэффициент  $k_E$  в функциональной зависимости (3) перестает быть константой и становится динамической функцией  $k_E(t)$ , что является важным для дальнейшего моделирования именно в долгосрочном плане:

$$E_t = P_t^* k_E(t) (Q_t^{x+1} Q_{t-1}^x)^{1+\delta} (e_{t-1}^R)^y \quad (9)$$

Обсудим далее свойства введенной функции  $k_E(t)$ . За последние три десятилетия изменения мировых цен на российские экспортные сырьевые

<sup>1</sup> URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/10705> (дата обращения: 11.02.2021).

<sup>2</sup> URL: <http://www.cbr.ru/statistics> (дата обращения: 11.02.2021).

товары оказывали чрезвычайно существенное влияние на всю макроэкономическую динамику. И очень важно, что это должно остаться на долгосрочный период одним из фундаментальных базовых драйверов российской макроэкономической динамики. Ведь именно на данном этапе дополнительно для нашей страны возникают реальные возможности перестройки всей структуры экспорта на ближайшие годы.

Здесь надо отметить, что автор, оценивая подобный сценарий как высоковероятный, относится к той части экспертного экономического сообщества, которая считает изменения структуры российского экспорта в сторону увеличения продаж промежуточных продуктов и его реальную диверсификацию международным конкурентным преимуществом нашей страны на долгосрочную перспективу. И что очень важно, при реализации данной стратегии необходимо учесть общемировые тенденции превышения темпов роста цен промежуточных товаров над темпами роста цен сырьевых необработанных продуктов. Это, безусловно, приведет в долгосрочном периоде к существенному росту объемов валюты в долларовых ценах, которая будет поступать на внутренний валютный рынок как выручка за экспорт товаров и услуг.

Все вышесказанное позволяет рассматривать формулу (9) именно в варианте наложения ограничения  $k_E'(t) > 0$ . Наличествует строгое возрастание функции  $k_E(t)$  по  $t$ .

Аналогично вышесказанному в долгосрочной перспективе определенно произойдет улучшение инвестиционного климата России. Это должно привести к существенному росту притока капитала за счет увеличения прямых и портфельных инвестиций, которые будут поступать на внутренний валютный рынок, и позволяет рассматривать формулу (6) в варианте строгого возрастания  $k_{K^+}(t)$  по  $t$  и наложения здесь ограничения  $k_{K^+}'(t) > 0$ .

Зависимость притока капитала, таким образом, должна удовлетворять следующему условию:

$$K_t^+ = f_{K^+}(k_{K^+}(t)^\uparrow, P_t^*, Q_t^\uparrow, Q_{t-1}^\uparrow, e_{t-1}^R)^\uparrow.$$

Соответственно на основе этого:

$$K_t^+ = P_t^* k_{K^+}(t) (Q_t^{x+1} Q_{t-1}^{x+1})^{1+\theta} (e_{t-1}^R)^z. \quad (10)$$

Подставляя формулы (4), (5), (9), (10) в (2), аналогично расчетам (7) получим:

$$e_t = \frac{P_t (Q_t^{x+1} Q_{t-1}^{x+1}) (k_I + k_{K^-})}{P_t^* (Q_t^{x+1} Q_{t-1}^{x+1})^{1+\theta} (e_{t-1}^R)^x (k_E(t) (Q_t^{x+1} Q_{t-1}^{x+1})^{\delta-\theta} + k_{K^+}(t))} = \frac{P_t (k_I + k_{K^-})}{P_t^* (Q_t^{x+1} Q_{t-1}^{x+1})^\theta (e_{t-1}^R)^x \frac{P_{t-1}^*}{P_{t-1}} (k_E(t) (Q_t^{x+1} Q_{t-1}^{x+1})^{\delta-\theta} + k_{K^+}(t))}. \quad (11)$$

Далее введем функцию  $K(t)$ :

$$\frac{(k_I + k_{K^-})}{(k_E(t) (Q_t^{x+1} Q_{t-1}^{x+1})^{\delta-\theta} + k_{K^+}(t))} = (K(t))^{x+1}. \quad (12)$$

Формула (11) с учетом (12) трансформируется в этом

случае:  $e_t (e_{t-1})^x = \left( K(t) \frac{P_t}{P_t^*} Q_t^{-\theta/x+1} \right) \left( K(t) \frac{P_{t-1}}{P_{t-1}^*} Q_{t-1}^{-\theta/x+1} \right)^x$ .

Распространим модель на многопериодный случай и после временного разделения переменных получим динамическую зависимость валютного курса рубля по времени от основных фундаментальных внешних и внутренних макроэкономических факторов:

$$e_t = e(K(t), Q(t), P(t), P^*(t)) = K(t) \frac{P_t}{P_t^*} Q_t^{-\theta/x+1} = K(t) \frac{P_t}{P_t^*} Q_t^{-\theta}. \quad (13)$$

В итоге важно отметить ключевые свойства функции  $K(t)$  в формуле (13): благодаря  $\delta \approx \theta$  (так как «дополнительный» приток капитала для роста ВВП должен обслуживать в первую очередь рост именно экспорта товаров и услуг) и достаточной стабильности по сравнению с остальными членами

$(Q_{t-1}^{x/x+1} Q_t^{1/x+1})$  строгое возрастание внутренних

функций  $k_E(t)$  и  $k_{K^*}(t)$  гарантирует фактически строгое убывание ключевой функции  $K(t)$  (12) по  $t$ :  $K'(t) < 0$ .

Как следствие, это говорит о тенденциях укрепления валютного курса рубля в долгосрочном плане по сравнению с равновесной среднесрочной динамикой.

## ВЫВОДЫ

Валютный курс рубля представляет собой один из важнейших факторов, оказывающих существенное влияние на мотивацию экономических хозяйствующих субъектов через механизм формирования международных относительных конкурентных преимуществ, на международные торговые потоки и через создание благоприятного инвестиционного внутривосточного климата на потоки капитала.

Что немаловажно, вышеуказанные экономические агрегаты являются определяющими факторами динамики самого валютного курса.

При этом после завершения фактически полной валютной либерализации и перехода Банком России к режиму таргетирования инфляции согласно классификации Международного валютного фонда режим курса российского рубля де-факто стал характеризоваться независимым плаванием национальной валюты.

Вышеуказанные аспекты определили ход математического моделирования валютного курса рубля и привели к развитию авторского концептуального подхода к моделированию динамики равновесного валютного курса на основе международных потоков (international flows equilibrium exchange rate — IFEER).

Значительное внимание уделяется математическому моделированию долгосрочной динамики валютного курса рубля сравнительно со среднесрочной равновесной динамикой и математическому анализу внутренних функциональных связей, на основании чего сделан вывод о тенденциях укрепления валютного курса рубля в долгосрочном плане.

В работе представлены данные по верификации результатов моделирования среднесрочной равновесной динамики. При этом экономическая верификация внутренних взаимосвязей и результатов модели в долгосрочном плане требует дальнейшего накопления экономической статистики и может стать предметом будущих исследований.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Сорокин Д.Е., Шманёв С.В., Юрзинова И.Л. и др. Макроэкономическое регулирование: задачи и перспективы развития. М.: Кнорус; 2018. 336 с.
2. Сорокин Д.Е. Политическая экономия устойчивого развития. *Известия Уральского государственного экономического университета*. 2017;(5):20–33. DOI: 10.29141/2073–1019–2017–17–5–2
3. Стрижкова Л.А. Взаимосвязь между инфляцией, валютным курсом и параметрами экономической политики (на примере России). *Вестник Института экономики Российской академии наук*. 2017;(5):156–176.
4. Миркин Я.М. Будущая динамика рубля. *Финансы, деньги, инвестиции*. 2018;(3):3–7.
5. Dornbusch R. Equilibrium and disequilibrium exchange rates. NBER Working Paper. 1982;(0983). DOI: 10.3386/w0983
6. Frenkel J.A. A monetary approach to the exchange rate: Doctrinal aspects and empirical evidence. *The Scandinavian Journal of Economics*. 1976;78(2):200–224. DOI: 10.2307/3439924
7. Stockman A.C. A theory of exchange rate determination. *Journal of Political Economy*. 1980;88(4):673–698.
8. Mundell R.A. Capital mobility and stabilization under fixed and flexible exchange rates. *The Canadian Journal of Economics and Political Science*. 1963;29(4):475–485. DOI: 10.2307/139336
9. Mussa M. The exchange rate, the balance of payments and monetary and fiscal policy under regime of controlled floating. *The Scandinavian Journal of Economics*. 1976;78(2):229–248. DOI: 10.2307/3439926
10. Obstfeld M., Rogoff K. Exchange rate dynamics redux. *Journal of Political Economy*. 1995;103(3):624–660. DOI: 10.1086/261997
11. Driskill R. Exchange rate dynamics, portfolio balance, and relative prices. *The American Economic Review*. 1980;70(4):776–783.



12. Taylor L. Exchange rate indeterminacy in portfolio balance, Mundell-Fleming and uncovered interest rate parity models. *Cambridge Journal of Economics*. 2004;28(2):205–227. DOI: 10.1093/cje/28.2.205
13. Глазьев С. Ю., Глазьев Р. С. Криптовалюты как новый тип денег. *Евразийская интеграция: экономика, право, политика*. 2018;(1):22–35.
14. Kuzmin A. Exchange rate modeling: Medium-term equilibrium dynamics. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*. 2019;4(4):251–255. DOI: 10.25046/aj040431
15. Kuzmin A. Modeling of short-term exchange rates dynamics. In: 2019 12<sup>th</sup> Int. conf. “Management of large-scale system development” (MLSD 2019). (Moscow, Oct. 1–3, 2019). New York: IEEE; 2019. DOI: 10.1109/MLSD.2019.8911067
16. Иванов Р. В. О нахождении цен финансовых инструментов в иностранной валюте. *Автоматика и телемеханика*. 2018;(4):123–137.
17. Williamson J. Estimates of FEERs. In: Williamson J., ed. *Estimating equilibrium exchange rates*. Washington, DC: Peterson Institute for International Economics; 1994:177–244.
18. Engel C. M., Mark N. C., West K. D. Exchange rate models are not as bad as you think. *NBER Macroeconomics Annual*. 2007;22. URL: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/pdf/10.1086/ma.22.25554969>
19. Killian L. Exchange rates and monetary fundamentals: What do we learn from long-horizon regressions? *Journal of Applied Econometrics*. 1999;14(5):491–510.
20. Clark P. B., MacDonald R. Filtering the BEER a permanent and transitory decomposition. IMF Working Paper. 2000;(144). DOI: 10.5089/9781451856439.001
21. Кузьмин А. Ю. Моделирование динамики равновесных валютных курсов. 2-е изд. М.: Вега-Инфо; 2016. 240 с.
22. Kuzmin A. Exchange rate of the ruble modeling. *Advances in Systems Science and Applications*. 2019;19(4):87–93. DOI: 10.25728/assa.2019.19.4.830

## REFERENCES

1. Sorokin D. E., Shmanev S. V., Yurzinova I. L. et al. *Macroeconomic regulation: Tasks and prospects of development*. Moscow: KnoRus; 2018. 336 p. (In Russ.).
2. Sorokin D. E. The political economy of sustainable development. *Izvestiya Ural'skogo gosudarstvennogo ekonomicheskogo universiteta = Journal of the Ural State University of Economics*. 2017;(5):20–33. (In Russ.). DOI: 10.29141/2073–1019–2017–17–5–2
3. Strizhkova L. A. The relationship between inflation, exchange rate and parameters of economic policy (on example of Russia). *Vestnik Instituta ekonomiki Rossiiskoi akademii nauk = Bulletin of the Institute of Economics of the Russian Academy of Sciences*. 2017;(5):156–176. (In Russ.).
4. Mirkin Ya. M. Future dynamics of Russian ruble exchange rate. *Finansy, den'gi, investitsii = Finances, Money, Investments*. 2018;(3):3–7. (In Russ.).
5. Dornbusch R. Equilibrium and disequilibrium exchange rates. NBER Working Paper. 1982;(0983). DOI: 10.3386/w0983
6. Frenkel J. A. A monetary approach to the exchange rate: Doctrinal aspects and empirical evidence. *The Scandinavian Journal of Economics*. 1976;78(2):200–224. DOI: 10.2307/3439924
7. Stockman A. C. A theory of exchange rate determination. *Journal of Political Economy*. 1980;88(4):673–698.
8. Mundell R. A. Capital mobility and stabilization under fixed and flexible exchange rates. *The Canadian Journal of Economics and Political Science*. 1963;29(4):475–485. DOI: 10.2307/139336
9. Mussa M. The exchange rate, the balance of payments and monetary and fiscal policy under regime of controlled floating. *The Scandinavian Journal of Economics*. 1976;78(2):229–248. DOI: 10.2307/3439926
10. Obstfeld M., Rogoff K. Exchange rate dynamics redux. *Journal of Political Economy*. 1995;103(3):624–660. DOI: 10.1086/261997
11. Driskill R. Exchange rate dynamics, portfolio balance, and relative prices. *The American Economic Review*. 1980;70(4):776–783.
12. Taylor L. Exchange rate indeterminacy in portfolio balance, Mundell-Fleming and uncovered interest rate parity models. *Cambridge Journal of Economics*. 2004;28(2):205–227. DOI: 10.1093/cje/28.2.205
13. Glazyev S. Yu., Glazyev R. S. Cryptocurrencies as a new type of money. *Evrasiiskaya integratsiya: ekonomika, pravo, politika = Eurasian Integration: Economics, Law, Politics*. 2018;(1):22–35. (In Russ.).

14. Kuzmin A. Exchange rate modeling: Medium-term equilibrium dynamics. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*. 2019;4(4);251–255. DOI: 10.25046/aj040431
15. Kuzmin A. Modeling of short-term exchange rates dynamics. In: 2019 12<sup>th</sup> Int. conf. “Management of large-scale system development” (MLSD 2019). (Moscow, Oct. 1–3, 2019). New York: IEEE; 2019. DOI: 10.1109/MLSD.2019.8911067
16. Ivanov R. V. On computing the price of financial instruments in foreign currency. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*. 2018;(4):123–137. (In Russ.).
17. Williamson J. Estimates of FEERs. In: Williamson J., ed. *Estimating equilibrium exchange rates*. Washington, DC: Peterson Institute for International Economics; 1994:177–244.
18. Engel C. M., Mark N. C., West K. D. Exchange rate models are not as bad as you think. *NBER Macroeconomics Annual*. 2007;22. URL: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/pdf/10.1086/ma.22.25554969>
19. Killian L. Exchange rates and monetary fundamentals: What do we learn from long-horizon regressions? *Journal of Applied Econometrics*. 1999;14(5);491–510.
20. Clark P.B., MacDonald R. Filtering the BEER a permanent and transitory decomposition. IMF Working Paper. 2000;(144). DOI: 10.5089/9781451856439.001
21. Kuzmin A. Modeling the dynamics of equilibrium exchange rates. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow: VEGA-Info; 2016. 240 p. (In Russ.).
22. Kuzmin A. Exchange rate of the ruble modeling. *Advances in Systems Science and Applications*. 2019;19(4);87–93. DOI: 10.25728/assa.2019.19.4.830

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / ABOUT THE AUTHOR



**Антон Юрьевич Кузьмин** — доктор экономических наук, профессор Департамента математики, Финансовый университет, Москва, Россия

**Anton Yu. Kuzmin** — Dr. Sci. (Econ.), Prof., Department of Mathematics, Financial University, Moscow, Russia

[a\\_kuzmin@rambler.ru](mailto:a_kuzmin@rambler.ru)

*Статья поступила в редакцию 19.03.2021; после рецензирования 03.04.2021; принята к публикации 22.09.2021.*

*Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.*

*The article was submitted on 19.03.2021; revised on 03.04.2021 and accepted for publication on 22.09.2021.*

*The author read and approved the final version of the manuscript.*