

Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Тульский филиал

УЧЕБНОЕ ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ НА ДИСКЕ

Г.В. Кузнецов

**ФИНАНСОВАЯ
МАТЕМАТИКА**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Москва • 2017

УДК 336:51(075)
ББК 65.26в631
К89

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор *Л.А. Толоконников*
(ТулГУ)

доктор экономических наук *В.А. Поляков*
(Тульский филиал Финуниверситета)

Кузнецов Г.В.

К89 Финансовая математика: учебное пособие. – М.: Финансовый университет, 2017. – 464 с.

ISBN 978-5-7942-1388-1

Излагается современное представление о финансовых операциях с различными видами активов на организованных рынках. Приводятся основные понятия рынка ценных бумаг, биржевого и банковского дела. Рассматриваются количественные характеристики эффективности и риска торговых операций, способы и методы расчета доходности финансовых инструментов, модели управления инвестициями. Обсуждаются практические аспекты применения математических методов к анализу процессов на финансовом рынке. Даются основные понятия страхования и актуарных расчетов.

Пособие предназначено для студентов направлений «Прикладная математика и информатика», «Экономика», «Менеджмент», «Бизнес-информатика», изучающим учебные дисциплины «Финансовая и актуарная математика», «Основы финансовых вычислений». Пособие будет полезно студентам и магистрантам других направлений (специальностей, программ), изучающим вопросы рыночной экономики, инвестиций в ценные бумаги и эффективности финансовых операций.

УДК 336:51(075)
ББК 65.26в631

ISBN 978-5-7942-1388-1

© Г.В. Кузнецов, 2017

© Финансовый университет, 2017

Federal State – Funded Educational Institution
of Higher Education

"FINANCIAL UNIVERSITY UNDER THE GOVERNMENT
OF THE RUSSIAN FEDERATION"

Tula Branch

EDUCATIONAL ELECTRONIC EDITION ON CD

Gennady V. Kuznetsov

**THE FINANCIAL
MATHEMATICS**

TUTORIAL

Moscow • 2017

UDC 336:51(075)

Reviewers:

Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Professor *L.A. Tolokonnikov*
(Tula State University)

Doctor of Economic Sciences *V.A. Polyakov*
(Tula branch of Financial University)

Gennady V. Kuznetsov

K89 The financial mathematics: tutorial. – M.: Financial University,
2017. – 464 p.

ISBN 978-5-7942-1388-1

The tutorial presents the current review of financial operations with various types of assets in the organised markets at well as the basic concepts of a securities market, exchange and banking. The textbook deals with quantitative performances of efficiency and risk of trading operations, modes and methods of calculation of profitability of financial tools, models of control by investments. Practical aspects of application of mathematical methods to the analysis of processes in the financial market are considered. The basic concepts of insurance and actuarial calculations are given.

The tutorial is intended for students of directions "the Applied Mathematics and Computer Science", "Economy", "Management", "ICT in Business", studying the subjects "Financial and actuarial Mathematics", "The Basics of Financial Evaluations". This work is aimed at students and graduate students of other directions (specialities, programs), studying the problems of market economy, investments into securities and efficiency of financial operations.

UDC 336:51(075)

ISBN 978-5-7942-1388-1

© Gennady V. Kuznetsov, 2017

© Financial University, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	9
1. ФИНАНСОВЫЕ ОТНОШЕНИЯ В РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКЕ	12
1.1. Роль государства в экономике	12
1.2. Банки, банковская система и их функции	14
1.3. Организованный рынок и биржевая торговля	39
1.4. Рынок ценных бумаг и его характеристики	47
1.5. Финансовые инструменты рынка ценных бумаг	65
2. РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ	94
2.1. Начисление процентов и дисконтирование	94
2.2. Сбалансированность финансовых операций	105
2.3. Эквивалентность процентных и учетных ставок	111
2.4. Спотовая и форвардная процентные ставки	116
2.5. Расчеты в условиях инфляции	118
3. ОЦЕНКА ПОТОКОВ ПЛАТЕЖЕЙ	126
3.1. Финансовая рента	126
3.2. Характеристики произвольного потока платежей	131
3.3. Средние величины финансовых потоков	139
3.4. Реструктуризация потока платежей	144
3.5. Оценка эффективности инвестиционных проектов	153
4. ФИНАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ С ВАЛЮТОЙ	159
4.1. Классификация валютных операций	159
4.2. Расчет валютных котировок	165
4.3. Конверсия валюты и наращение процентов	172
5. РИСК, ДОХОДНОСТЬ И ЦЕНА ФИНАНСОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ	179
5.1. Виды финансовых рисков	179
5.2. Модели расчета цены и доходности акций	192
5.3. Стоимость и доходность облигаций	201
5.4. Конвертация облигаций	207

5.5.	Примеры расчетов при работе с финансовыми активами	213
6.	АНАЛИТИЧЕСКАЯ РАБОТА НА ФИНАНСОВОМ РЫНКЕ	232
6.1.	Фундаментальный анализ	232
6.2.	Технический анализ	239
6.3.	Экспертные методы	264
6.4.	Построение параметрической модели рынка ценных бумаг ..	268
6.5.	Рыночные и биржевые индексы	270
7.	ПРОИЗВОДНЫЕ ЦЕННЫЕ БУМАГИ	280
7.1.	Форвардные и фьючерсные контракты	280
7.2.	Опционы	295
7.3.	Определение границ премии опционов	316
7.4.	Модели определения цены опционов	232
8.	ПОРТФЕЛЬ ЦЕННЫХ БУМАГ	344
8.1.	Портфель ценных бумаг и его характеристики	344
8.2.	Модели портфельных стратегий	347
8.3.	Оптимизация портфеля ценных бумаг	354
9.	АКТУАРНЫЕ РАСЧЕТЫ	373
9.1.	Основные понятия	373
9.2.	Определение вероятностных характеристик продолжительности и остаточного времени жизни	380
9.3.	Расчет единовременных ставок по страхованию жизни и на случай смерти	387
9.4.	Расчет нетто-ставок по коммутационным числам	393
9.5.	Расчет годовых и месячных нетто-ставок	397
10.	ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СТРАХОВАНИИ ...	411
10.1.	Расчет вероятности разорения страховой компании	411
10.2.	Принципы назначения страховых премий	422
10.3.	Расчет тарифов в краткосрочных видах страхования	432
10.4.	Влияние механизма перестрахования на вероятность разорения страховой компании	438
10.5.	Решение типовых задач по страхованию	447
	<i>Литература</i>	461

CONTENTS

INTRODUCTION	9
1. FINANCIAL RELATIONS IN MARKET ECONOMY	12
1.1. The role of government in the economy	12
1.2. Banks, banking and their functions	14
1.3. The organized market and the exchange trade	39
1.4. The security market and its characteristics	47
1.5. Financial tools of the securities market	65
2. CALCULATION OF EFFICIENCY OF FINANCIAL OPERATIONS	94
2.1. Interest accrual and discounting	94
2.2. Equation of financial operations	105
2.3. Equivalence of interest rates and discount rates	111
2.4. Spot and forward interest rates	116
2.5. Calculations under the conditions of inflation	118
3. ESTIMATION OF FLOWS OF PAYMENTS	126
3.1. Financial rent	126
3.2. Characteristics of discretionary flow of payment	131
3.3. Average amounts of financial flows	139
3.4. Re-structuring of a flow of payments	144
3.5. Estimation of efficiency of investment projects	153
4. FINANCIAL CALCULATIONS WITH CURRENCY	159
4.1. Classification of currency transactions	159
4.2. Calculation of currency foreign exchange quotation	165
4.3. Conversion of currency accumulation of interests	172
5. RISK, PROFITABILITY AND PRICE OF FINANCIAL TOOLS	179
5.1. Types of financial risks	179
5.2. Models of calculation of the price and profitability of shares	192
5.3. Cost and profitability of bonds	201
5.4. Converting of bonds	207
5.5. Examples of calculations at work with financial assets	213

6.	ANALYTICAL WORK IN FINANCIAL MARKET	232
6.1.	Fundamental analysis	232
6.2.	Technical analysis	239
6.3.	Expert methods	264
6.4.	Construction of a parametrical market model of securities	268
6.5.	Market and exchange indexes	270
7.	DERIVATIVE SECURITIES	280
7.1.	Forward and futures contracts	280
7.2.	Stock options	295
7.3.	Determination of options' premiums	316
7.4.	Models of determination of the price of options	323
8.	SECURITIES PORTFOLIO	344
8.1.	Securities portfolio and its characteristics	344
8.2.	Models of portfolio strategies	347
8.3.	Optimization of securities portfolio	354
9.	ACTUARIAL CALCULATIONS	373
9.1.	Basics	373
9.2.	Determination of probabilistic characteristics of duration and residual time of life	380
9.3.	Calculation of single rates on life insurance and in case of death	387
9.4.	Calculation of net premiums on shuffle exchange	393
9.5.	Calculation of annual and month net premium	397
10.	FINANCIAL COMPUTATIONS IN INSURANCE	411
10.1.	Calculation of the probability of the insurance company ruin	411
10.2.	Principles of appointment of insurance premiums	422
10.3.	Calculation of tariffs in short-term insurance	432
10.4.	Influence of the mechanism of reinsurance on the probability of the ruin of the insurance company	438
10.5.	Typical tasks solution	447
	<i>Literature</i>	461

ВВЕДЕНИЕ

Одно из самых динамичных направлений современной экономической науки – количественный финансовый анализ, сформировавшийся на стыке финансовой науки и математики. Он нацелен на решение широкого круга задач – от элементарных начислений процентов до анализа сложных инвестиционных, кредитных, коммерческих, актуарных и других проблем в различных их постановках, зависящих от конкретных условий.

Финансовые ресурсы и капитал находятся в постоянном движении.

Управление этим движением осуществляется через финансовый механизм посредством определенных приемов.

Современный специалист (экономист, аналитик, предприниматель, коммерсант, менеджер, руководитель фирмы) должен хорошо ориентироваться в особенностях функционирования организованных рынков, банковских структур, владеть методами расчета эффективности финансовых операций с различными видами ценных бумаг и приемами управления движением финансовых ресурсов и капитала. Перед инвестором всегда возникает проблема выбора наиболее рациональных решений с позиций их доходности и уровня риска.

Количественные расчеты используются с целью определения финансовых последствий конкретного бизнес-плана и устранения нежелательных последствий на конкретный период деятельности.

Изменение какого-либо параметра во внутренних или внешних условиях работы фирмы вызывает необходимость переориентации в целом ряде стратегических и тактических направлений воздействия на финансовое состояние.

Финансовый менеджмент предполагает многовариантные подходы к оценке последствий возникновения тех или иных ситуаций.

Управление активами должно осуществляться постоянно.

Принятые решения необходимо подвергать оперативной корректировке в случае изменения обстоятельств, на которых базировалось принятое решение.

Развитие экономики страны тесно связано с рынком ценных бумаг (РЦБ), который позволяет предприятиям аккумулировать свободные денежные средства для расширения производства. Формирование российского РЦБ привело к появлению в стране фондовых бирж, института профессиональных участников рынка, созданию правовой базы.

Цель учебного пособия – дать современное представление о финансовых операциях и расчетах на РЦБ, методах управления движением финансовых ресурсов и капитала. При этом основное внимание уделяется практической стороне количественного описания и анализа возникающих ситуаций.

В пособии рассматриваются инвестиционные качества инструментов рынка и деятельность его участников. Раскрываются понятия и сущность ценных бумаг (ЦБ), методы управления портфелем ЦБ и проведения инвестиционного анализа операций, совершаемых на РЦБ, особенности аналитической работы на рынках. Пособие позволяет получить определенный набор знаний по основным вопросам финансового анализа сделок (проектов), принятию инвестиционных решений с количественной оценкой доходности и риска операций.

Пособие предназначено для студентов направлений «Прикладная математика и информатика», «Экономика», «Менеджмент», «Бизнес-информатика», изучающим учебные дисциплины «Финансовая и актуарная математика», «Основы финансовых вычислений». Пособие будет полезно студентам и магистрантам других направлений (специальностей, программ), изучающих вопросы рыночной экономики и инвестиций в финансовые активы организованных рынков.

Целью освоения дисциплин «Финансовая и актуарная математика» и «Основы финансовых вычислений» является формирование современного представления о принципах функционирования рыночной экономики, финансовых операциях и расчетах на РЦБ, методах управления движением финансовых ресурсов и капитала, особенностях актуарных расчетов.

В результате изучения дисциплин обучающийся должен:

• **знать:**

основные методы математических расчетов и исследований, используемых при решении прикладных задач оптимизации в экономике и финансах; математические методы, применяемые при решении

финансово-экономических задач; возможные интерпретации полученных результатов; количественные методы обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей;

- **уметь:**

формулировать модели прикладных задач; применять основные методы для качественного исследования математических моделей; интерпретировать результаты, полученные при исследовании моделей прикладных финансово-экономических задач; применять количественные методы обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы;

- **владеть:**

методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов; навыками интерпретирования полученных результатов; методами обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей.

В пособии приняты следующие основные обозначения:

АО	– Акционерное общество
ГЦБ	– Государственная ценная бумага
КБ	– Коммерческий банк
КО	– Кредитная организация (учреждение)
ММВБ	– Московская межбанковская валютная биржа
ПИФ	– Паевой инвестиционный фонд
РКО	– Расчетно-клиринговая организация
РТС	– Российская торговая система
РЦБ	– Рынок ценных бумаг
РФ	– Российская Федерация
СКВ	– Свободно конвертируемая валюта
ЦБ	– Ценная бумага (ценные бумаги)
ЦБРФ	– Центральный Банк Российской Федерации (Банк России)
ФКЦБ	– Федеральная комиссия по ценным бумагам и фондовому рынку

ФИНАНСОВЫЕ ОТНОШЕНИЯ В РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКЕ

1.1. Роль государства в экономике

Рыночная экономика – это экономика, основанная на отношениях, возникающих при купле-продаже товара на рынке. Под рынком понимают социально-экономические условия реализации товара. В основе функционирования рыночной экономики лежат следующие **принципы**.

1. Равенство производителей (продавцов) и потребителей (покупателей) товаров (услуг) перед различными факторами внешней среды.
2. Равновесие цен (курсов, процентных ставок) на основе сбалансированности спроса и предложения.
3. Экономическое регулирование самостоятельных действий субъектов рыночных отношений.
4. Экономическое регулирование через юридические законы.
5. Наличие конкуренции как условие экономического прогресса и экономического регулирования.

Государство создает условия для экономической деятельности, защищает предпринимателей от угрозы со стороны монополий, обеспечивает потребности общества в необходимых товарах, берет на себя социальную защиту малообеспеченных слоев населения и социально справедливое распределение дохода, решает вопросы национальной обороны и фундаментальных научных разработок, регулирует рынок труда и др.

В целом государство реализует политические и социально-экономические принципы данного сообщества граждан.

Государство активно участвует в формировании макроэкономических рыночных процессов через следующие свои важнейшие функции.

1. Создание правовой основы для принятия экономических решений.

Государство разрабатывает и принимает законы, регулирующие предпринимательскую деятельность, определяет права и обязанности граждан.

2. Стабилизация экономики. Правительство использует бюджетно-налоговую и кредитно-денежную политику для преодоления спада производства, для сглаживания инфляции, снижения безработицы, поддержания стабильного уровня цен и национальной валюты.

3. Социально-ориентированное распределение ресурсов.

Государство организует производство товаров и услуг, которым не занимается частный сектор. Оно создает условия для развития сельского хозяйства, связи, транспорта, определяет расходы на оборону, на науку, формирует программы развития образования, здравоохранения и т.д.

4. Обеспечение социальной защиты и социальной гарантии.

Государство гарантирует минимальный уровень заработной платы, пенсий по старости, инвалидности, пособий по безработице, различных видов помощи малоимущим и т.д.

Государство оказывает воздействие на рыночный механизм через свои расходы, налогообложение, регулирование и гос. предпринимательство.

Финансовый менеджмент (управление финансовыми ресурсами и отношениями) охватывает систему принципов, методов, форм и приемов регулирования рыночного механизма в области финансов.

Финансы не только экономическая категория.

Одновременно финансы выступают инструментом воздействия на производственно-торговый процесс хозяйствующих субъектов.

Это воздействие осуществляется через соответствующий финансовый механизм.

Финансовый механизм это система действия определенных рычагов, выражающаяся в организации, планировании, стимулировании использования финансовых ресурсов и включающая в себя следующие взаимосвязанные понятия:

1) **финансовые методы** – способы воздействия финансовых отношений на хозяйственный процесс (планирование, прогнозирование, инвестирование, кредитование, налогообложение, система расчетов, страхование, залоговые операции, трансфертные операции, трастовые операции, аренда, лизинг, факторинг и др.);

2) **финансовые рычаги** – прием действия финансового метода (прибыль, доход, амортизационные отчисления, цена, дивиденды, арендная плата, процентные ставки, дисконт, экономические фонды различного назначения, финансовые санкции, вклады, инвестиции, формы расчетов, виды кредитов и др.);

3) **правовое обеспечение** (законы, указы Президента, постановления Правительства, приказы и письма министерств и ведомств, устав хозяйствующего субъекта);

4) **нормативное обеспечение** (инструкции, нормативы, нормы, методические указания, другая нормативная документация);

5) **информационное обеспечение** (информация разного вида и рода).

Коммерческий расчет – это метод ведения хозяйства путем соизмерения в денежной (стоимостной) форме затрат и результатов хозяйственной деятельности с целью получения максимальных доходов или прибыли при минимальных затратах капитала в условиях конкурентной борьбы.

В рыночной экономике деньги должны находиться в постоянном обороте, совершать непрерывное обращение.

Временно свободные денежные средства должны незамедлительно поступать на рынок ссудных капиталов, аккумулироваться в кредитно-финансовых учреждениях, а затем эффективно пускаться в дело, размещаться в тех отраслях экономики, где есть потребность в дополнительных капиталовложениях.

Деньги – язык рынка.

В системе товарно-денежных отношений деньги опосредуют процесс товарного обращения, являются целью предпринимательской деятельности (прибыль) и средством ее реализации.

1.2. БАНКИ, БАНКОВСКАЯ СИСТЕМА И ИХ ФУНКЦИИ

Банк (итал. *banco* – скамья) – особый кредитный институт, специализирующийся на аккумулировании денежных средств и размещении их от своего имени с целью извлечения прибыли.

Основное назначение банка – посредничество в платежах и в перемещении денежных средств от кредиторов к заемщикам. В результате свободные денежные средства превращаются в ссудный капитал, приносящий процент.

Выделим **7 основных функций** банков.

1. Привлечение (аккумуляция) денежных средств и превращение их в ссудный капитал (в инвестиции). Функция отражает важный процесс превращения доходов и сбережений в инвестиции.

Банки не просто формируют собственные ресурсы, они обеспечивают внутреннее накопление средств для развития экономики страны.

2. Стимулирование накоплений в народном хозяйстве.

Стимулы к сбережению свободных средств населения и накоплению капитала обеспечиваются гибкой депозитной политикой банка при наличии благоприятной макроэкономической ситуации в стране.

Стимулирующая политика предполагает: установление привлекательных процентных ставок по вкладам; высокие гарантии сохранности денежных средств вкладчиков; достаточно высокий рейтинг надежности банка и доступность информации о его деятельности; разнообразие депозитных услуг.

3. Посредничество в кредите обеспечивает эффективное перераспределение финансовых ресурсов в народном хозяйстве на принципах возвратности, срочности и платности.

Кредитные операции является главным источником доходов банка.

4. Посредничество в платежах – изначальная и основополагающая функция банков. В рыночной экономике все хозяйствующие субъекты независимо от форм собственности имеют расчетные счета в банках, с помощью которых осуществляются все безналичные расчеты.

На банках лежит ответственность за своевременное выполнение поручений своих клиентов по совершению платежей.

5. Создание кредитных средств обращения представляет собой процесс производства денег банковской системой. Она способна расширять кредиты и депозиты путем многократного увеличения денежной базы. Такое расширение денежной массы называется эффектом мультипликатора.

6. Посредничество на фондовом рынке (операции с ЦБ). Банки – главное звено финансового рынка. Финансовый рынок – ос-

новная сфера функционирования кредитных и кредитно-финансовых учреждений.

7. Предоставление консультационных, информационных и др. услуг. Предоставление консультационных, информационных и др. услуг позволяет банку не только поддерживать положительный (привлекательный) имидж, но и получать дополнительную прибыль за счет платности этих услуг.

Конкретным результатом банковской деятельности является банковский продукт.

Банковский продукт – это особые услуги, оказываемые банком клиентам, и эмитируемые им наличные и безналичные платежные средства. Специфика банковского продукта состоит в его нематериальном содержании и ограниченности сферой денежного обращения. Услуги банка носят рыночный характер и имеют рыночную цену, за исключением отдельных услуг специализированных институтов. Банковский продукт – результат той или иной услуги. Например, кредитование – услуга, ссуда – продукт, привлечение средств во вклады – услуга (деятельность), банковский счет – продукт.

Банковская система – исторически сложившаяся и законодательно закреплённая система организации банковского дела в конкретной стране.

Банковская система включает в себя все банковские и небанковские институты, выполняющие отдельные банковские операции. Законодательство определяет структуру банковской системы, устанавливает сферу деятельности, подчиненности и ответственности для различных институтов, входящих в систему. Банковские системы отдельных стран имеют свою специфику, но в то же время существуют общие закономерности их формирования и развития.

Одноуровневая банковская система предполагает преобладание горизонтальных связей между банками, универсализацию их операций и функций.

В рамках одноуровневой системы все кредитные институты (включая Центральные Банки) находятся на одной иерархической ступени, выполняя аналогичные функции по кредитно-расчетному обслуживанию клиентуры.

Подобный принцип построения характерен в основном как для стран со слаборазвитыми экономическими структурами, так и для

стран с тоталитарными, административно-командными режимами управления.

Двухуровневая банковская система основывается на построении взаимоотношений между банками в двух плоскостях: по вертикали и по горизонтали. По вертикали – отношения подчинения между центральным банком как руководящим, управляющим центром и низовыми звеньями – коммерческими и специализированными банками; по горизонтали – отношения равноправного партнерства между различными низовыми звеньями.

В настоящее время в большинстве стран действует двухярусная (двухуровневая) система, включающая наличие центрального эмиссионного банка и сети различных коммерческих и специализированных банков.

По критерию права собственности на банки и другие кредитно-финансовые институты различаются: государственные; частные; кооперативные; смешанные (представляют разные формы собственности) кредитные и кредитно-финансовые институты.

К первой группе относятся все центральные банки и отдельные КБ или специализированные институты, национализированные полностью или путем приобретения государством контрольного пакета акций.

Частные финансовые институты могут быть образованы на основе любой формы собственности. В международной практике преобладает акционерная форма банковской организации.

По характеру деятельности банки делятся на универсальные и специализированные. КБ, как правило, универсальные.

Универсальные банки выполняют все виды кредитных, расчетных и финансовых операций. Специализированные банки ограничивают количество банковских операций 1–3 видами услуг или выделяют один из видов деятельности. Эти банки классифицируются в основном по трем критериям: функциональный; отраслевой; по клиентам.

По территориальному признаку банки делятся на международные, национальные, региональные, межрегиональные, муниципальные, заграничные (например, российские банки за рубежом).

Принципы банковской коммерции:

1) прибыльность (доходность) деятельности – основная цель банка (практически все услуги банка – платные);

2) спекулятивный характер деятельности определяется стремлением привлечь («купить») ресурсы подешевле, а разместить («продать») – подороже;

3) структура капитала банка формируется по принципу: «получить большую прибыль при меньшей доле собственного капитала по отношению к привлеченному» (эти устремления банка ограничены нормативами ЦБРФ);

4) обеспечение финансовой устойчивости и высокого рейтинга конкурентоспособности;

5) наличие эффективной системы снижения банковских рисков (банк – рисковое предприятие);

6) формирование системы партнерских отношений с клиентами (банк – партнерское предприятие).

Базовым принципом является прибыльность банковской деятельности, все остальные в той или иной степени работают на эту цель.

Не производя реального продукта, банковский сектор, тем не менее, занимает центральное место в экономическом механизме, являясь, по сути дела, его кровеносной системой.

Выделим **два основных принципа** организации современной банковской системы России: 1) двухуровневая структура; 2) универсальность банков.

1. В настоящее время в России сформировалась двухуровневая банковская система: 1 уровень – Центральный Банк России (ЦБРФ); 2 уровень – коммерческие банки и другие финансовые кредитные организации (КО).

КБ и другие КО осуществляют посредничество в расчетах, кредитовании и инвестировании, но не принимают участие в разработке и реализации денежно-кредитной политики, а ориентируются в своей работе на установленные ЦБРФ параметры денежной массы, процентных ставок и т.п.

Они должны выполнять нормативы и требования ЦБРФ.

2. Принцип универсальности означает, что все действующие на территории РФ банки имеют универсальные функциональные возможности. Они имеют право осуществлять все коммерческие и инвестиционные операции, предусмотренные законодательством и банковскими лицензиями.

Универсальный статус не исключает возможности добровольной специализации на отдельных продуктах, операциях или видах деятельности.

Всю ответственность за решение о выборе сфер деятельности несут сами банки и их учредители.

Статьей 75 Конституции РФ установлен особый конституционно-правовой статус Банка России, определено его исключительное право на осуществление денежной эмиссии и в качестве основной функции – защита и обеспечение устойчивости рубля. Статус, цели деятельности, функции и полномочия Банка России определяются также Федеральным законом 10 июля 2002 г. № 86-ФЗ «О Центральном банке Российской Федерации (Банке России)» и другими федеральными законами.

Основными целями деятельности Банка России являются: защита и обеспечение устойчивости рубля; развитие и укрепление банковской системы РФ; обеспечение стабильности и развитие национальной платежной системы; развитие финансового рынка РФ и обеспечение его стабильности.

Выделяются два **основных типа денежно-кредитной политики**: рестрикционная и экспансионистская (для каждого из которых характерен свой набор инструментов и определенное сочетание экономических и административных методов регулирования).

Рестрикционная денежно-кредитная политика направлена на ужесточение условий и ограничение объема кредитных операций КБ путем повышения уровня процентных ставок. Ее проведение обычно сопровождается увеличением налогов, сокращением государственных расходов, а также другими мероприятиями, направленными на сдерживание инфляции и оздоровление платежного баланса. Такая политика может быть использована как в целях борьбы с инфляцией, так и в целях сглаживания циклических колебаний деловой активности.

Экспансионистская денежно-кредитная политика сопровождается, как правило, расширением масштабов кредитования, ослаблением контроля над приростом количества денег в обращении, сокращением налоговых ставок и понижением уровня процентных ставок.

Ключевая ставка Банка России – процентная ставка по основным операциям Банка России по регулированию ликвидности банковского сектора. Является основным индикатором денежно-кредитной политики.

Контрактная кредитная линия ликвидности ЦБРФ (*Contractual committed liquidity facilities*) – инструмент рефинансирования Банка России, за счет которого, согласно методологии Базеля III, может быть расширен объем высоколиквидных активов в юрисдикциях с недостаточным объемом ликвидных активов. Контрактная кредитная линия представляет собой специальное соглашение, удовлетворяющее определенным требованиям: срок кредитной линии должен быть более 30 дней; она должна быть безотзывной; плата по данному инструменту должна взиматься вне зависимости от фактического использования денежных средств.

Коридор процентных ставок Банка России (процентный коридор) – основа системы процентных ставок Банка России. Процентный коридор имеет следующую структуру: центр коридора задается ключевой ставкой Банка России; верхняя и нижняя границы, симметричные относительно ключевой ставки, формируются процентными ставками по операциям постоянного действия на срок 1 день (депозитным операциям и операциям рефинансирования).

Ликвидность банковского сектора – средства КО, поддерживаемые на корреспондентских счетах в Банке России в целях осуществления платежных операций и выполнения резервных требований Банка России.

Направленность денежно-кредитной политики – характеристика воздействия денежно-кредитной политики на экономику. Жесткая направленность предполагает сдерживающее воздействие на экономическую активность с целью снижения инфляционного давления. Мягкая направленность предполагает стимулирование экономики с возможным созданием давления на инфляцию в сторону ее увеличения.

Операция «валютный своп» – сделка, состоящая из двух частей: изначально одна сторона сделки обменивает определенную сумму в национальной или иностранной валюте на эквивалентное количество другой валюты, предоставляемой второй стороной сделки, а затем, по истечении срока сделки, стороны производят обратный обмен валют (в соответствующем объеме) по заранее установленному курсу. Операции «валютный своп» Банка России используются для предоставления кредитным организациям рефинансирования в рублях.

Операции на открытом рынке – операции, которые проводятся по инициативе Банка России. К данному виду относятся проводимые на аукционной основе операции рефинансирования и стерилизации (аукционы РЕПО, депозитные аукционы и др.), а также операции по покупке и продаже финансовых активов (государственных ценных бумаг, валюты, золота).

Операция РЕПО – сделка, состоящая из двух частей: изначально одна сторона сделки продает ценные бумаги другой стороне, получая за них денежные средства, а затем, по истечении определенного срока, выкупает их обратно по заранее установленной цене. Операции РЕПО Банка России используются для предоставления кредитным организациям ликвидности в рублях в обмен на обеспечение в виде ценных бумаг.

Плавающая процентная ставка по операциям Банка России – ставка, привязанная к уровню ключевой ставки Банка России.

В случае принятия Советом директоров Банка России решения об изменении ключевой ставки с соответствующей даты по ранее предоставленным по плавающей ставке кредитам применяется процентная ставка, скорректированная на величину изменения ключевой ставки.

Режим плавающего валютного курса – в рамках данного режима курс национальной валюты формируется преимущественно под влиянием рыночных факторов, и его траектория не является предсказуемой.

Банк России не устанавливает целевых ориентиров для уровня или изменения валютного курса. При этом допускается проведение Банком России валютных интервенций для сглаживания чрезмерных колебаний курса, не связанных с действием фундаментальных факторов.

Режим таргетирования инфляции – режим денежно-кредитной политики, при котором главной целью Банка России является обеспечение ценовой стабильности. В рамках данного режима устанавливается и объявляется количественная цель по инфляции, за достижение которой ответственен ЦБРФ.

Обычно в рамках режима таргетирования инфляции воздействие денежно-кредитной политики на экономику осуществляется через процентные ставки. Решения принимаются в первую очередь на основе прогноза развития экономики и динамики инфляции.

Важным элементом данного режима является практика регулярного разъяснения общественности принимаемых ЦБРФ решений, что обеспечивает подотчетность и информационную открытость ЦБРФ.

Свободные резервы КО включают остатки средств на корреспондентских счетах в валюте РФ и депозитных счетах КО в Банке России, а также вложения КО в облигации Банка России.

Средства на счетах расширенного правительства – средства на счетах в Банке России по учету средств федерального бюджета, бюджетов субъектов РФ, местных бюджетов, государственных внебюджетных фондов и внебюджетных фондов субъектов РФ и местных органов власти.

Структурный дефицит ликвидности банковского сектора – состояние банковского сектора, характеризующееся существованием устойчивой потребности у КО в получении ликвидности посредством операций с Банком России. Обратная ситуация (наличие устойчивой потребности у КО в размещении средств в Банке России) – **структурный профицит** ликвидности.

Трансмиссионный механизм денежно-кредитной политики – процесс воздействия решений в области денежно-кредитной политики (в частности, решения Банка России относительно изменения процентных ставок по своим операциям) на экономику в целом и прежде всего на ценовую динамику.

Важнейшим каналом здесь является процентный канал, действие которого основано на влиянии политики ЦБРФ на изменения процентных ставок, по которым субъекты экономики могут размещать и привлекать средства, а через них – на решения о потреблении, сбережении и инвестировании и, таким образом, на уровень совокупного спроса, экономическую активность и инфляцию.

Усреднение обязательных резервов – право КО на выполнение установленных Банком России нормативов обязательных резервов за счет поддержания их доли, равной коэффициенту усреднения, на корреспондентском счете в Банке России в среднем в течение установленного периода.

Чистый кредит Банка России кредитным организациям – валовой кредит Банка России КО за вычетом остатков средств на корреспондентских счетах в валюте РФ (включая усредненную величину обязательных резервов) и депозитных счетах КО в Банке России,

вложений КО в облигации Банка России (по фиксированной на начало текущего года стоимости).

Автономные факторы формирования ликвидности банковского сектора – факторы изменения статей баланса Банка России, оказывающие влияние на ликвидность сектора, но не являющиеся результатом операций Банка России по управлению ликвидностью. Это факторы изменения объема наличных денег в обращении и остатков на счетах расширенного правительства в Банке России, операции Банка России на внутреннем валютном рынке (кроме операций по регулированию ликвидности банковского сектора), а также изменение объема обязательных резервов КО.

По масштабам воздействия денежно-кредитная политика может быть **тотальной и селективной**.

При тотальной денежно-кредитной политике мероприятия ЦБРФ распространяются на все КО, при селективной – на отдельные кредитные институты либо их группы или же на определенные виды банковской деятельности. В соответствии с целями и типом проводимой Банка России денежно-кредитной политики определяются конкретные методы и инструменты ее проведения.

Основные инструменты и методы денежно-кредитной политики ЦБРФ:

- 1) процентные ставки по операциям Банка России;
- 2) нормативы обязательных резервов, депонируемых в Банке России;
- 3) операции на открытом рынке;
- 4) рефинансирование банков;
- 5) валютное регулирование;
- 6) установление ориентиров роста денежной массы;
- 7) прямые количественные ограничения.

Процентные ставки Банка России представляют собой минимальные ставки, по которым он осуществляет свои операции (известны: базовая ставка, ставка рефинансирования, учетная ставка, ломбардная ставка).

Рефинансирование – кредитование Банком России других банков, включая учет и переучет векселей.

Учетная ставка устанавливается для проведения операций с векселями.

Ломбардная ставка – процентная ставка по краткосрочному кредиту банкам под залог государственных ценных бумаг.

Регулируя уровень ставок по рефинансированию, Банк России влияет на величину денежной массы в стране, способствует повышению или сокращению спроса КБ на кредит. Повышение официальных ставок затрудняет для КБ возможность получить кредитные ресурсы, а в результате и возможность расширять операции с клиентурой. Официальные процентные ставки оказывают косвенное влияние на рыночные процентные ставки, устанавливаемые КБ самостоятельно в соответствии с условиями рынка кредитных ресурсов и не находящиеся под прямым контролем Банка России.

Кредитная организация (КО) – юридическое лицо, которое на основании лицензии Банка России имеет право осуществлять банковские операции, предусмотренные законодательством.

Банковское законодательство России выделяет **два вида КО**:

- 1) банки;
- 2) небанковские КО.

Банк – это кредитная организация, которая имеет исключительное право в совокупности выполнять следующие три банковские операции:

- 1) привлечение во вклады денежных средств и других ценностей юридических и физических лиц;
- 2) размещение этих средств от своего имени и за свой счет на условиях возвратности, платности и срочности;
- 3) открытие и ведение банковских счетов юридических и физических лиц.

Небанковская кредитная организация – КО, имеющая право на основании лицензии ЦБРФ осуществлять отдельные банковские операции.

К небанковским организациям относятся: инвестиционные фонды; пенсионные фонды; лизинговые компании; факторинговые компании; кредитные товарищества и союзы; расчетные (клиринговые) центры; страховые общества; почтово-сберегательная система; другие кредитно-финансовые институты.

Высказываются точки зрения на включение в банковскую систему элементов банковской инфраструктуры: аудиторские, инкассаторские, консалтинговые, рейтинговые, дилерские фирмы и расчетно-кассовые центры (РКЦ).

Выделяются три типа небанковских КО (учреждений):

- 1) расчетные небанковские КО;
- 2) небанковские КО инкассации;
- 3) небанковские депозитно-кредитные КО.

В названии кредитных учреждений не может быть использован термин «банк» и производные от этого термина.

Статус банковских операций имеют следующие 7 операций: депозитные; кредитные; кассовое обслуживание клиентов; инкассация денежных средств, векселей, платежных и расчетных документов; привлечение во вклады и размещение драгоценных металлов; покупка или продажа иностранной валюты (в наличной или безналичной форме); выдача банковских гарантий.

Эти операции могут выполнять только банки.

За небанковскими КО оставили право: осуществлять клиринговые расчеты; заниматься инкассацией денежных средств; выполнять операции по обмену валюты; управлять денежными средствами клиентов.

Дополнительные виды деятельности, которыми банкам разрешено заниматься:

- 1) операции с ценными бумагами (размещение, подписка, покупка, продажа, учет и хранение);
- 2) выдача поручительств за третьих лиц, предусматривающих исполнение обязательств в денежной форме;
- 3) приобретение права требования от третьих лиц исполнения обязательств в денежной форме;
- 4) доверительное управление денежными средствами и иным имуществом по договору с физическими и юридическими лицами;
- 5) осуществление операций с драгоценными металлами и драгоценными камнями;
- 6) предоставление в аренду физическим и юр. лицам специальных помещений или находящихся в них сейфов для хранения документов и ценностей;
- 7) лизинговые операции;
- 8) оказание консультационных и информационных услуг.

Закон предписывает и те виды деятельности, которыми банкам заниматься запрещено (производственная, торговая, страховая деятельность).

Низовое звено банковской системы состоит из сети самостоятельных банковских учреждений, непосредственно выполняющих функции кредитно-расчетного обслуживания клиентуры на коммерческих принципах.

Основу этого уровня составляют коммерческие банки (таблица 1.1).

Банки имеют право создавать банковские группы, банковские холдинги, дочерние банки (дочерние КО), филиалы и свои представительства.

Таблица 1.1 – Классификация банков

<i>№ n/n</i>	<i>Критерий классификации</i>	<i>Разновидности банков</i>
1.	Право эмиссии	Эмиссионные, коммерческие
2.	Характер выполняемых операций	Универсальные, специализированные
3.	Тип собственности	Государственные, акционерные, кооперативные, частные, смешанные
4.	Способ формирования уставного капитала	Акционерные закрытого типа, акционерные открытого типа, паевые
5.	Участие иностранных инвесторов	Совместные, иностранные, филиалы банков-нерезидентов
6.	Масштаб деятельности	Банковские консорциумы, крупные банки, средние, мелкие
7.	Сфера обслуживания	Международные, национальные, региональные (местные)
8.	Число филиалов	Многофилиальные, бесфилиальные
9.	Обслуживаемые отрасли	Многоотраслевые, отраслевые (по отраслям)

Банковская группа – это объединение КО, не являющееся юридическим лицом, в котором одна головная КО оказывает прямо или косвенно (через третье лицо) существенное влияние на решения, принимаемые органами управления кредитных организаций.

Банковский холдинг – это объединение юридических лиц с участием КО, не являющееся юридическим лицом, в котором юридическое лицо (головная организация холдинга), не являющееся КО, оказывает прямо или косвенно (через третье лицо) существенное влияние на решения, принимаемые органами управления другими КО.

Дочерним банком в России считается банк, в котором головным банком за счет своей прибыли оплачено более 50,4% уставного капитала, и этот факт отражен в его уставе.

Дочерний банк является юридическим лицом и действует как самостоятельная коммерческая организация: обладает обособленным имуществом, в том числе и собственным капиталом, несет ответственность по своим обязательствам и имеет свой корреспондентский счет.

Филиал банка – обособленное структурное подразделение, расположенное вне места его нахождения и осуществляющее все или часть его функций. Филиал не является юридическим лицом.

Представительство является обособленным подразделением КБ, расположенным вне места его нахождения, не обладающим правами юридического лица. Оно создается для обеспечения представительских функций банка, совершения сделок и иных правовых действий.

Представительство не занимается расчетно-кредитным обслуживанием клиентов и не имеет корреспондентского субсчета. Для осуществления хозяйственных расходов ему открывается текущий счет.

В России банки могут создаваться на основе любой формы собственности – частной, коллективной, акционерной, смешанной.

Для формирования уставных капиталов Российских банков допускается привлечение иностранных инвестиций.

Под банками с участием иностранных инвестиций понимаются:

- **совместные банки**, т.е. банки, уставный капитал которых формируется за счет резидентов (российских юридических и физических лиц) и нерезидентов (иностраннх юридических и физических лиц).
- **иностраннне банки** – это банки, уставный капитал которых формируется за счет средств нерезидентов;
- **филиалы банков-нерезидентов**.

Решение об открытии каждого отдельного банка с участием иностранных инвестиций принимается Советом директоров ЦБРФ.

По способу формирования уставного капитала банки подразделяются на **акционерные** (открытого и закрытого типа) и **паевые**. Возможность создания банков, принадлежащих одному лицу (юридическому или физическому) исключена, так как в соответствии с действующим законодательством уставный капитал банка формируется из средств не менее трех участников.

Если на начальном этапе реформирования кредитной системы КБ создавались главным образом на паевой основе, то затем наблюдалось преобразование паевых банков в акционерные и создание новых банков в форме акционерных обществ (АО). Для АО характерно, что собственником капитала выступает само общество, т.е. банк.

Паевые КБ собственниками своего капитала не являются, поскольку каждый из пайщиков сохраняет право собственности на свою долю, а не передает его банку. Паевые КБ организованы на принципах общества с ограниченной ответственностью (ООО), т.е. общества, где ответственность каждого участника (пайщика) ограничена пределами его вклада в общий капитал банка.

Банки, созданные в форме ООО, как правило, не имеют права выпуска акций и облигаций (иногда это право им предоставляется дополнительно).

У банков, функционирующих как АО, уставный капитал разделен на определенное число акций равной номинальной стоимости, размещаемых среди юридических лиц и граждан. Акционеры отвечают по обязательствам банка в пределах их вклада в общий уставный капитал. Акционеры не вправе требовать от банка возврата этого вклада (за исключением некоторых особых случаев), что повышает устойчивость и надежность банка и создает для банка прочные основы для управления его ликвидностью.

Акционерные банки бывают открытого и закрытого типов. Акции банков закрытого типа могут переходить из рук в руки только с согласия большинства акционеров. Акции банков открытого типа могут переходить из рук в руки без согласия других акционеров и распространяться в открытой подписке.

Четыре основных принципа деятельности КБ сводятся к следующему.

1. Работа в пределах реально имеющихся ресурсов. Это означает, что КБ должен обеспечивать не только количественное соответствие между своими ресурсами и кредитными вложениями, но и до-

бываться соответствия характера банковских активов специфике мобилизованных им ресурсов.

2. Полная экономическая самостоятельность, подразумевающая и экономическую ответственность банка за результаты своей деятельности. Экономическая самостоятельность предполагает свободу распоряжения собственными средствами банка и привлеченными ресурсами, свободный выбор клиентов и вкладчиков, распоряжение доходами.

3. Взаимоотношения КБ со своими клиентами строятся как обычные рыночные отношения, исходя из рыночных критериев прибыльности, риска и ликвидности.

4. Регулирование деятельности КБ может осуществляться только экономическими методами (а не административными). Государство определяет «правила игры» для КБ, но не может давать им приказов.

Деньги выполняют в экономике следующие **5 функций**: мера стоимости (единица счета); средство обращения (обмена); средство платежа; средство накопления; мировые деньги.

По форме существования в истории известны металлические, бумажные и кредитные знаки. Современные деньги – это кредитные деньги.

Кредитные деньги – это деньги, эмитируемые банками в процессе совершения кредитных операций. Это банкноты центрального банка и банковские депозиты, возникающие на их основе.

Денежное обращение – непрерывное движение денег в наличной и безналичной форме в сфере обращения и платежа.

Деятельность банков оказывает непосредственное воздействие на денежный оборот. Банки в рыночной экономике становятся ключевым звеном, питающим народное хозяйство денежными ресурсами. В результате этого деньги являются элементом воспроизводственного процесса.

Контроль за денежным обращением и деятельностью банков осуществляется государством при помощи денежно-кредитной политики.

Денежно-кредитная политика – это система государственных мер по управлению денежной массой, находящейся в обращении.

Денежная масса – количество кредитных средств в обращении.

Объем всей денежной массы – совокупный денежный агрегат, который характеризуется различными показателями денежной массы. По странам рассчитывают от одного до пяти показателей (агрегатов).

ЦБРФ рассчитывает следующие статистические показатели.

1. Денежный агрегат M0 – наличные деньги в обращении (не включая наличные деньги, держателем которых является банковская система).

2. Средства на расчетных, текущих и специальных счетах предприятий, населения и местных бюджетов.

3. Депозиты населения и предприятий в коммерческих банках.

4. Депозиты населения до востребования в сберегательных банках.

5. Средства Госстраха.

6. Денежный агрегат M1 = (M0 + п.2 + п.3 + п.4 + п.5).

7. Срочные депозиты населения в сберегательных банках.

8. Денежный агрегат M2 = (M1 + п.7).

9. Сертификаты и облигации госзайма.

10. Денежный агрегат M3 = (M2 + п.9).

11. Средства в иностранной валюте физических и юридических лиц.

12. Денежный агрегат M4 = (M3 + п.11).

В российской практике в качестве наиболее универсального показателя денежной массы применяется денежный агрегат M2.

Денежная масса – сумма наличных денег в обращении и безналичных средств нефинансовых и финансовых (кроме кредитных) организаций и физических лиц, являющихся резидентами РФ, на счетах до востребования и срочных счетах, открытых в банковской системе в валюте РФ.

Широкая денежная масса (денежный агрегат M2X) включает все компоненты денежного агрегата M2 и депозиты в иностранной валюте резидентов РФ (организаций и физических лиц), размещенные в действующих КО.

Денежная масса оценивается агрегатами M0, M1, M2, M3, M4 и агрегатом денежной базой (самостоятельным компонентом денежной массы).

Денежная база (ДБ) включает денежный агрегат M0, денежные средства в кассах банков, обязательные резервы коммерческих банков в ЦБРФ и их средства на корреспондентских счетах в ЦБРФ.

Эти деньги контролируются ЦБРФ и находятся на его счетах.

Для контроля за динамикой денежной массы, анализа возможности коммерческих банков расширять объемы кредитных вложений в экономику используется показатель «денежный мультипликатор».

Денежный мультипликатор (ДМ) – это коэффициент, характеризующий увеличение денежной массы в обороте в результате роста банковских резервов. Он рассчитывается по формуле:

$$DM = M2/ДБ = (M0 + Д)/(M0 + R),$$

где $M2$ – денежная масса в обращении; $ДБ$ – денежная база; $M0$ – наличные деньги; $Д$ – депозиты; R – обязательные резервы коммерческих банков.

Денежный мультипликатор показывает, во сколько раз денежная масса больше величины наличных денег в банковской система (наличные плюс резервы).

Предельная (максимально возможная) величина денежного мультипликатора находится в обратной зависимости к ставке обязательных резервов, устанавливаемой ЦБРФ для коммерческих банков.

Коэффициент наличности характеризует соотношение объемов наличного и общего (наличного и безналичного) денежного обращения:

$$K_n = M0/M2.$$

Коэффициент монетаризации характеризует относительную степень оборота платежными средствами:

$$K_m = M2/ВВП.$$

Долларизация депозитов – доля депозитов в иностранной валюте в общем объеме депозитов банковского сектора.

Бивалютная корзина – выраженный в национальной валюте операционный ориентир курсовой политики Банка России, состоящий из доллара США и евро (действует с февраля 2005 года). Рублевая стоимость бивалютной корзины рассчитывается как сумма 55 центов доллара США и 45 евроцентов в рублях (действует с 8 февраля 2007 года).

Закон денежного обращения определяет количество денежных единиц, необходимых для обращения:

«Произведение количества денег в обращении ($M2$) на скорость их обращения (V_{M2}) равно производству товарной массы Q на уровень цен P ».

Нарушение этого равенства свидетельствует о том, что денег в обращении оказывается либо больше, чем необходимо для обслуживания товарного оборота (и тогда страна имеет инфляцию), либо меньше (что свидетельствует о сокращении денежной массы – дефляция).

Воздействуя на скорость обращения денег и размер денежной массы, государство использует разные методы денежно-кредитной политики, но в любом случае ее реализация осуществляется через банки.

Денежные отношения на практике осуществляются в трех сферах: бюджетной; налоговой; кредитной.

Каждой из них присуще собственное экономическое содержание, свой механизм денежного обращения и функционирование особых финансовых институтов.

Уравнение обмена символически можно выразить в виде уравнения:

$$M2 \cdot V_{M2} = P \cdot Q = ВВП.$$

Согласно экономической теории скорость обращения денег (количество оборотов за год) V и объем реального уровня производства Q мало зависят от количества денег в обращении $M2$, так как они стремятся к некоторому естественному уровню, зависящему в основном от уровня технологического развития производства и механизма проведения платежей.

То есть в уравнении обмена зависимыми переменными в основном становятся только количество денег в обращении $M2$ и уровень цен P .

Скорость обращения денег можно измерить и продолжительностью одного оборота денежной массы:

$$t_{об} = \frac{T_{год}}{V_{M2}} = \frac{M2 \cdot T_{год}}{ВВП},$$

где $T_{год}$ – число дней в году (периоде).

Обычно $T_{год} = 360$ дней.

Для описания динамики денежного обращения часто используются следующие индексы.

I_{M2} – индекс объема денежной массы;

$I_{V_{M2}}$ – индекс скорости оборачиваемости денежной массы (количества оборотов в год);

I_Q – индекс физического объема ВВП

$$I_Q = \frac{I_{M2} \cdot I_V}{I_P} = \frac{\sum_{i=1}^N P_{0_i} \cdot Q_{t_i}}{\sum_{i=1}^N P_{0_i} \cdot Q_{0_i}};$$

I_P – индекс цен (индекс-дефлятор)

$$I_P = \frac{I_{M2} \cdot I_V}{I_Q} = \frac{\sum_{i=1}^N P_{t_i} \cdot Q_{t_i}}{\sum_{i=1}^N P_{0_i} \cdot Q_{t_i}}.$$

Здесь $\sum_{i=1}^N P_{t_i} \cdot Q_{t_i}$ – объем ВВП в текущих ценах;

$\sum_{i=1}^N P_{0_i} \cdot Q_{t_i}$ – объем ВВП текущего периода в постоянных ценах.

Динамика скорости обращения денежной массы характеризуется взаимосвязью следующих индексов:

$$I_{M2} = I_{V_{M0}} \cdot I_{K_H},$$

где $I_{V_{M0}}$ – индекс количества оборотов наличной денежной массы;

I_{K_H} – индекс доли наличности в общем объеме денежной массы.

Абсолютное изменение скорости обращения массы денег ΔV_{M2} происходит за счет действия двух факторов:

1) за счет изменения скорости изменения наличной денежной массы;

2) за счет изменения доли наличности в общем объеме денежной массы:

$$\Delta V_{M2} = V_{M2_t} - V_{M2_0} = \Delta V_{M2}(\Delta V_{M0}) + \Delta V_{M2}(\Delta K_H).$$

При этом $\Delta V_{M2}(\Delta V_{M0}) = (V_{M0_t} - V_{M0_0})K_{H_t}$;

$$\Delta V_{M2}(\Delta K_H) = (K_{H_t} - K_{H_0})V_{M0}.$$

Покупательная способность денег $I_{руб}$ (рубля) обратно пропорциональна индексу инфляции (индексу–дефлятору, индексу цен):
 $I_{руб} = 1 / I_P$.

Номинальная покупательная способность рубля с учетом индекса курса рубля по отношению к иностранной валюте (доллару) $I_{руб}^{ном}$ определяется соотношением:

$$I_{руб}^{ном} = I_{ден} \cdot d_{руб} + I_{руб/долл} \cdot d_{долл}.$$

где $I_{руб}$ – покупательная способность рубля;

$d_{руб}$ – доля рубля в денежном обороте;

$d_{долл}$ – доля денежного оборота в иностранной валюте (долларах);

$I_{руб/долл}$ – индекс рубля по отношению к доллару.

Базовая инфляция – инфляция, измеренная на основе базового индекса потребительских цен (БИПЦ). Отличие БИПЦ от индекса потребительских цен (ИПЦ) состоит в исключении при расчете БИПЦ изменения цен на отдельные товары и услуги, подверженные влиянию факторов, которые носят административный и сезонный характер (плодоовощная продукция, топливо, отдельные услуги пассажирского транспорта, услуги связи, большинство жилищно-коммунальных услуг).

Индекс потребительских цен (ИПЦ) характеризует изменение во времени общего уровня цен на товары и услуги, приобретаемые населением для непроизводственного потребления. Рассчитывается Федеральной службой государственной статистики как отношение стоимости фиксированного набора товаров и услуг в ценах текущего периода к его стоимости в ценах предыдущего (базисного) периода. ИПЦ рассчитывается на основе данных о фактической структуре потребительских расходов и поэтому является основным индикатором стоимости жизни населения.

Индекс номинального эффективного курса рубля отражает динамику курса рубля к валютам стран – основных торговых партнеров России. Рассчитывается как средневзвешенное изменение номинальных курсов рубля к валютам этих стран. В качестве весов используются доли внешнеторгового оборота России с каждой из этих стран в совокупном внешнеторговом обороте России со странами – основными торговыми партнерами.

Индекс реального эффективного курса рубля – отражает изменение конкурентоспособности российских товаров относительно товаров стран – основных торговых партнеров России. Рассчитывается как средневзвешенное изменение реальных курсов рубля к валютам этих стран. При этом реальный курс рубля к иностранной валюте рассчитывается с учетом номинального курса рубля к данной валюте и соотношения уровня цен в России и соответствующей стране. При расчете реального эффективного курса в качестве весов используются доли внешнеторгового оборота России с каждой из этих стран в совокупном внешнеторговом обороте России с этими странами.

Воздействуя на скорость обращения денег и размер денежной массы, государство использует разные методы денежно – кредитной политики, но в любом случае ее реализация осуществляется через банки.

➔ **Пример 1.1.** Имеются условные данные о валовом внутреннем продукте (ВВП) и денежной массе (млрд руб.):

<i>Показатель</i>	<i>Базисный год</i>	<i>Отчетный год</i>
ВВП в текущих ценах	171,5	612
ВВП в постоянных ценах	171,5	150
Денежная масса в обращении в среднем за год	34,3	102

Определить:

- 1) показатели оборачиваемости денежной массы (количество оборотов и продолжительность одного оборота);
- 2) индекс-дефлятор ВВП;
- 3) индексы ВВП в текущих ценах и постоянных ценах;
- 4) индекс объема денежной массы;
- 5) индекс оборачиваемости денежной массы.

Решение.

1. Показатели оборачиваемости денежной массы:
– количество оборотов (скорость):

$$V_{M2_0} = \frac{ВВП_0}{M2_0} = \frac{171,5}{34,3} = 5 \text{ оборотов в базисный год};$$

$$V_{M2_t} = \frac{ВВП_t}{M2_t} = \frac{612}{102} = 6 \text{ оборотов в отчётный год};$$

– продолжительность одного оборота:

$$t_{об_0} = \frac{T_{год}}{V_{M2_0}} = \frac{360}{5} = 72 \text{ дня в базисном году};$$

$$t_{об_t} = \frac{T_{год}}{V_{M2_t}} = \frac{360}{6} = 60 \text{ дней в отчетном году.}$$

2. Индекс–дефлятор ВВП:

$$I_p = \frac{ВВП_t^{тек}}{ВВП_t^{ном}} = \frac{612}{150} = 4,08.$$

Это означает повышение уровня инфляции на 308%.

3. Индекс ВВП в текущих ценах:

$$I_{ВВП}^{тек} = \frac{ВВП_t^{тек}}{ВВП_0^{тек}} = \frac{612}{171,5} = 3,568.$$

Товарооборот увеличился на 256,8% за счет увеличения цен.

Индекс ВВП в постоянных ценах (индекс товарооборота):

$$I_{ВВП}^{ном} = \frac{ВВП_t^{ном}}{ВВП_0^{ном}} = \frac{150}{171,5} = 0,875.$$

Объем производства уменьшился на 12,5%.

4. Индекс объема денежной массы:

$$I_{M2} = \frac{M2_t}{M2_0} = \frac{102}{34,3} = 2,974.$$

5. Индекс оборачиваемости денежной массы

$$I_{V_{M2}} = \frac{V_{M2_t}}{V_{M2_0}} = \frac{6}{5} = 1,2.$$

➔ **Пример 1.2.** Имеются условные данные о валовом внутреннем продукте и денежной массе за два полугодия (млрд руб.):

Показатель	Полугодие 1	Полугодие 2
ВВП	644,5	689,0
Денежная масса (M2)	124,0	106,0
Наличные деньги в обращении (M0)	46,0	53,0

Цены за второе полугодие повысились на 32,5%, а валютный курс рубля возрос с 23 до 29 руб. за доллар. Доля денежного оборота в иностранной валюте на денежном рынке России составила 24%.

Определить:

- 1) скорость обращения денежной массы (количество оборотов);
- 2) скорость обращения наличности (количество оборотов);
- 3) долю наличности в общем объеме денежной массы;
- 4) абсолютное изменение скорости обращения денежной массы;
- 5) изменение скорости обращения денежной массы за счет изменения количества оборотов наличных денег;
- 6) изменение скорости обращения денежной массы за счет изменения доли наличности в общем объеме денежной массы;
- 7) индекс покупательной способности рубля;
- 8) индекс цен на покупку долларов;
- 9) индекс рубля по отношению к доллару;
- 10) номинальный индекс покупательной способности рубля.

Решение.

1. Скорость обращения денежной массы по полугодиям:

$$V_{M2_0} = \frac{ВВП_0}{M2_0} = \frac{644,5}{124} = 5,2 \text{ оборотов};$$

$$V_{M2_t} = \frac{ВВП_t}{M2_t} = \frac{689}{106} = 6,5 \text{ оборотов}.$$

2. Скорость обращения наличности по полугодиям:

$$V_{M0_0} = \frac{ВВП_0}{M0_0} = \frac{644,5}{46} = 14 \text{ оборотов};$$

$$V_{M0_t} = \frac{ВВП_t}{M0_t} = \frac{689}{53} = 13 \text{ оборотов}.$$

3. Доля наличности в общем объеме денежной массы по полугодиям:

$$K_{H_0} = \frac{M0_0}{M2_0} = \frac{46}{124} = 0,371.$$

$$K_{H_t} = \frac{M0_t}{M2_t} = \frac{53}{106} = 0,5.$$

4. Абсолютное изменение скорости обращения денежной массы:

$$\Delta V_{M2} = V_{M2_t} - V_{M2_0} = 6,5 - 5,2 = 1,3 \text{ оборота.}$$

5. Изменение скорости обращения денежной массы за счет изменения количества оборотов наличных денег:

$$\Delta V_{M2}(\Delta V_{M0}) = (V_{M0_t} - V_{M0_0})K_{H_t} = (13 - 14) \cdot 0,5 = -0,5 \text{ оборота.}$$

$$\Delta V_{M0} = (V_{M0_t} - V_{M0_0}) \cdot K_{H_t} = (13 - 14) \cdot 0,5 = -0,5 \text{ оборота.}$$

6. Изменение скорости обращения денежной массы за счет изменения доли наличности в общем объеме денежной массы:

$$\Delta V_{M2}(\Delta K_H) = (K_{H_t} - K_{H_0})V_{M0_0} = (0,5 - 0,371) \cdot 14 = 1,8 \text{ оборота.}$$

Таким образом, получаем (проверка):

$$\Delta V_{M2} = V_{M2_t} - V_{M2_0} = \Delta V_{M2}(\Delta V_{M0}) + \Delta V_{M2}(\Delta K_H) = -0,5 + 1,8 = 1,3 \text{ оборота.}$$

Скорость обращения денежной массы повысилась во втором полугодии на 1,3 оборота и составила 6,5 оборота.

Ускорение оборачиваемости денежной массы было обусловлено уменьшением скорости обращения наличных денег на 0,5 оборота.

Доля наличных денег в общем объеме денежной массы увеличилась на 0,129, что обусловило рост скорости обращения денег на 1,8 оборота.

7. Покупательную способность рубля оценим индексом

$$I_{руб} = 1 / I_P = 1 / 1,325 = 0,755.$$

Покупательная способность рубля уменьшилась на 24,5%.

8. Индекс цен на покупку долларов увеличился и составил величину

$$I_{дол} = 29 / 23 = 1,261.$$

9. Индекс рубля по отношению к доллару снизился:

$$I_{руб/долл} = 23 / 29 = 1 / 1,261 = 0,79.$$

10. Номинальный индекс покупательной способности рубля с учетом изменения курса рубля по отношению к доллару будет равен:

$$I_{руб}^{ном} = I_{руб} \cdot d_{руб} + I_{руб/долл} \cdot d_{долл} = 0,755 \cdot 0,76 + 0,79 \cdot 0,24 = 0,7634.$$

Покупательная способность денег $I_{руб}$ (рубля) обратно пропорциональна индексу инфляции (индексу-дефлятору, индексу цен):

$$I_{руб} = 1 / I_P.$$

Номинальная покупательная способность рубля с учетом индекса курса рубля по отношению к доллару снизилась на 23,66%.

1.3. ОРГАНИЗОВАННЫЙ РЫНОК И БИРЖЕВАЯ ТОРГОВЛЯ

1.3.1. Понятие организованного рынка и биржевой торговли

Биржевая торговля – одна из форм организованного рынка, т.е. рынка, функционирующего по установленным правилам, записанным в тех или иных нормативных актах.

Возникновение организованного рынка в его различных формах объясняется потребностями развития как собственно производства, так и сферы обращения, которая связывает производителей между собой и с конечными потребителями товаров и услуг (таблица 1.2).

Таблица 1.2 – Организованные рынки

<i>№ n/n</i>	<i>Критерий классификации</i>	<i>Разновидности организованных рынков</i>
1.	Вид торгуемого актива	Товарные рынки. Рынки ценных бумаг. Рынки банковских ссуд (кредитные рынки). Валютные рынки.
2.	Уровень организованности	Малоорганизованные (правила торговли регулируют не все стороны процесса торговли). Организованные (правила торговли регулируют все основные элементы процесса торговли). Высокоорганизованные (правила торговли регулируют практически весь процесс торговли).
3.	Происхождение	Самоорганизованные (их организовали сами участники процесса торговли). Централизованные (рынок организован по инициативе государства).
4.	Форма торговли	Оптовые рынки. Розничная торговля. Биржевые рынки.

Понятие рынка вообще включает все множество процессов, происходящих в условиях производственных отношений, основывающихся на фундаменте частной собственности на капитал.

Организованный рынок – это организованные определенным образом отношения по поводу купли-продажи любого рода активов: товаров, услуг, ценных бумаг и др.

Правила торговли вырабатываются многолетним опытом работы, но должна быть некая организация (в той или иной форме), которая эти правила опишет, утвердит, доведет до сведения всех участников данного рынка, будет контролировать их соблюдение.

Биржевая торговля – это организованная торговля, так как ее специально создавала особая организация, получившая название биржи.

Участники биржевой торговли могут проводить между собой любые операции по поводу купли-продажи биржевого актива (брать в ссуду деньги, ценные бумаги, брать в залог товар и т.п.), но собственно биржевая торговля – это всегда только купля-продажа соответствующего актива.

Биржевая торговля в отличие от других видов торговой деятельности (базарной, ярмарочной, магазинной, оптовой) имеет следующие основные **черты**:

1) приуроченность к определенному месту и времени (биржевая торговля проводится только в специально отведенном для этого процесса месте и только в установленные часы работы биржи);

2) подчиненность установленным правилам биржевой торговли (каждая биржа вырабатывает свои правила торговли на данной бирже и все участники биржевой торговли обязаны соблюдать эти правила);

3) публичность (биржевая торговля ведется в присутствии всех членов биржи или с их ведома);

4) гласность (результаты биржевой торговли являются открытыми для широкой публики, сведения о них поступают в общество через СМИ);

5) регулируемость со стороны государства и общественности (государство через свои законодательные и нормативные акты устанавливает правила, в соответствии с которыми биржи строят свою деятельность);

б) концентрация спроса и предложения по товарам, реализуемым на бирже (биржа – это самое подходящее место, где легко можно найти покупателя или продавца товаров).

Основные этапы эволюции сущности биржи приведены в таблице 1.3.

Таблица 1.3 – Эволюция сущности биржи

<i>№ n/n</i>	<i>Период времени</i>	<i>Основная сущность (определение) биржи</i>
1.	XVI век	Место оптовой торговли товарами
2.	XVII – XIX века	Организация крупных торговцев, проводящая главные публичные торги товарами, ценными бумагами, валютой
3.	2-я половина XIX в. – 1-я половина XX в.	Организация, проводящая гласную, публичную торговлю ценными бумагами и фьючерсными контрактами на товары
4.	70 – 80-е годы XX века	Организация, проводящая гласные, публичные и электронные торги ценными бумагами и фьючерсными контрактами
5.	Начало XXI века	Организация, осуществляющая электронные торги ценными бумагами и фьючерсными контрактами
6.	Прогноз на середину XXI века	Организация, управляющая торговлей по компьютерным сетям

1.3.2. Виды бирж и их функции

Биржа (*exchange*) – форма организации торговли в соответствии с заранее установленными правилами. Основными задачами любой биржи являются обеспечение конкуренции на рынке и недопущение манипулирования ценами.

Помимо этого в функции биржи входят разработка новых контрактов, обеспечение соблюдения правил заключения сделок, контроль за повседневной деятельностью членов и публикация учебных материалов.

В зависимости от того, чем производится торговля на биржах, они подразделяются на:

- 1) биржи фондовые, на которых производится торговля ЦБ;
- 2) биржи валютные, на которых торгуют валютой;

- 3) биржи товарные;
- 4) биржи фьючерсные, торгующие контрактами;
- 5) универсальные биржи (торговля идет разными видами товаров).

Биржа товарная (*commodity exchange, mercantile exchange*) – корпоративная некоммерческая ассоциация членов (ограниченная определенным числом частных лиц и корпораций), обеспечивающая материальные условия для купли-продажи товаров на рынке путем публичных торгов согласно правилам и процедурам, защищающим и обеспечивающим справедливость и равенство для клиентов и членов биржи.

Сама по себе биржа не является собственником каких-либо товаров и не ведет торговли. В узком смысле товарная биржа, или биржа фьючерсных сделок с товарами, – это место, где встречаются покупатели и продавцы для торговли фьючерсами и опционами.

Биржа фьючерсная (*futures market, terminal market, contract market, paper market, commodity exchange*) – современная форма товарной биржи, торговля на которой ведется фьючерсными контрактами.

Торговлю на фьючерсной бирже по сравнению с торговлей реальным товаром на товарной бирже отличают: преимущественно фиктивный характер сделок (лишь 1–2% сделок завершаются поставкой товара, а остальные – выплатой разницы в ценах); косвенная связь с рынком реального товара через хеджирование; полная унификация всех условий контракта, кроме цены; обезличенность сделок, так как между покупателем и продавцом стоит Расчетная палата.

Основные функции биржи – следующие.

1. Организация биржевых собраний для проведения торгов.

Эта функция включает: организацию торгов; разработку правил торговли; материально-техническое обеспечение торгов; обучение персонала биржи; разработку квалификационных требований для участников торгов.

Для организации торговли биржа должна располагать хорошо оборудованным «рыночным местом» (биржевым залом), которое могло бы вмещать достаточно большое количество продавцов и покупателей, ведущих открытый биржевой торг. Использование современных электронных средств связи не требует физического присутствия торгующих в одном месте, а позволяет вести торговлю через компьютерные терминалы.

Организация торговли требует от биржи разработки и строгого соблюдения правил торговли (норм и правил поведения участников торга в зале).

Материально-техническое обеспечение торгов включает оборудование биржевого зала, рабочих мест участников торгов, компьютерное обеспечение всех процессов на бирже и т.д.

Для ведения биржевых торгов биржа должна располагать высококвалифицированным штатом сотрудников.

Члены биржи, принимающие участие в биржевых торгах, должны знать правила работы на бирже, иметь необходимые знания и практические навыки во всех сферах деятельности, связанных с биржевой торговлей.

2. Разработка биржевых контрактов.

Данная функция биржи включает: стандартизацию требований к качественным характеристикам биржевых товаров; стандартизацию размеров партий актива, лежащего в основе контракта; выработку единых требований к расчетам по биржевым сделкам (включая условия и сроки поставки по контрактам, взаиморасчеты и расчеты с биржей).

3. Биржевой арбитраж (разрешение споров, возникающих по заключенным биржевым сделкам в ходе биржевых торгов; улаживание технических и других ошибок, возникающих в ходе торгов из-за неточности записей о сделках, сбоев в системе компьютерного обеспечения и т.п.).

4. Ценностная функция биржи.

Задача биржи – выявление объективных рыночных цен и их регулирование с целью недопущения незаконных манипуляций с ценами на бирже.

Эта задача решается двумя основными путями.

1. Выявление и регулирование цен на все виды биржевых товаров.

Концентрация спроса и предложения на бирже, заключение большого количества сделок исключают влияние нерыночных факторов на цену, делают ее максимально приближенной к реальному спросу и предложению. Биржевая цена устанавливается в процессе ее котировки, т.е. фиксации цен на бирже в течение каждого дня ее работы.

2. Анализ структуры ценообразования и прогноз цен.

Массовый характер биржевых сделок и их огромные масштабы превращают биржевые цены в представительные рыночные цены на биржевые товары, которые обычно лежат в основе образования цен

на многие другие товары. В результате биржевые цены выполняют функцию ценообразования, становятся его базисом наряду со ставками заработной платы, нормами амортизационных отчислений и т.п. На бирже торгуют товарами (контрактами) с поставкой через несколько месяцев после даты заключения сделки, тем самым происходит процесс ежедневного прогнозирования цен на будущие даты поставки товара, т.е. имеет место реальное ценопрогнозирование и не только цен на биржевые товары, но и на все те активы, которые основаны на этих биржевых товарах.

5. Функция хеджирования (биржевое страхование участников торговли от неблагоприятных для них колебаний цен).

Функция хеджирования основывается на использовании механизма биржевой торговли фьючерсными контрактами.

Суть этой функции состоит в том, что торговец-хеджер (тот, кто страхуется) должен стать одновременно и продавцом товара, и его покупателем.

В этом случае любое изменение цены его товара нейтрализуется, так как выигрыш продавца есть одновременно проигрыш покупателя и наоборот.

Такая ситуация достигается тем, что хеджер, занимая, например, позицию покупателя на обычном рынке, должен занять противоположную позицию (продавца) на рынке биржевых фьючерсных контрактов.

Обычно производители товара хеджируются от снижения цен на их продукцию, а покупатели – от повышения цен на закупаемую продукцию.

6. Спекулятивная биржевая деятельность.

Это форма коммерческой деятельности на бирже, имеющая целью получение прибыли от игры на разнице в ценах купли–продажи биржевых товаров.

Спекулятивная функция биржи неразрывно связана с ее функцией хеджирования. Риск, от которого избавляется хеджер на бирже, принимает на себя спекулянт.

Спекулянт – это не обязательно профессиональный биржевик.

Это любое лицо, компания, которые желают получить прибыль, действуя по принципу: «купить дешевле, продать дороже».

7. Функция гарантирования исполнения сделок.

Это достигается с помощью биржевых систем клиринга и расчетов. Для этого биржа использует систему безналичных расчетов, зачет взаимных требований и обязательств участников торгов, а также организует их исполнение.

8. Информационная функция биржи.

Биржа предоставляет в средства массовой информации многочисленные данные о биржевых ценах, компаниях, торгующих на бирже, о рыночной конъюнктуре, прогнозах по различным рынкам и т.д.

Информационная деятельность современной биржи настолько значительна, что до 30% своих доходов в развитых странах биржи получают от продажи биржевой информации.

Признаками классификации бирж могут являться:

- 1) вид биржевого товара;
- 2) принцип организации (роль государства в создании биржи);
- 3) правовое положение (статус биржи);
- 4) участники биржевых торгов;
- 5) состав товаров, являющихся объектом биржевого торга;
- 6) место и роль в международной торговле;
- 7) сфера деятельности;
- 8) преобладающий вид биржевых сделок.

Виды бирж можно представить в виде таблице 1.4.

Таблица 1.4 – Классификация бирж

<i>Признак классификации</i>	<i>Виды и разновидности бирж</i>
<i>1</i>	<i>2</i>
1. Виды биржевого товара	Фондовые, товарные, валютные (товарно-сырьевые, товарно-фондовые)
2. Роль государства в создании биржи (принцип организации)	Публично-правовые (государственные), Частно-правовые (частные), смешанные
3. Статус биржи (правовое положение)	Акционерное общество, общество с ограниченной ответственностью
4. Участники биржевых торгов	Закрытые, открытые (идеально открытые, открытые смешанного типа)
5. Состав товаров биржевого торга	Универсальные, специализированные (узко-специализированные, широкой специализации)

1	2
6. Место и роль в международной торговле	Международные, национальные
7. Сфера деятельности	Центральные (столичные), межрегиональные, региональные (локальные)
8. Преобладающий вид биржевых сделок	Биржи реального товара, фьючерсные, опционные, смешанные

По характеру заключаемых сделок выделяются следующие виды бирж: 1) реального товара; 2) фьючерсные; 3) опционные; 4) смешанные.

Биржа реального товара характерна для начального этапа биржевой торговли. На биржах реального товара совершение сделок осуществляется при отсутствии товара как такового на основе его описательной характеристики. При этом имеют место встречные предложения покупателей и продавцов.

Существенной чертой биржи реального товара являются обязательная поставка и получение товара после проведения торгов, т.е. фактическая смена собственника и перемещение проданного товара от продавца к покупателю.

Биржи реального товара сохранились лишь в некоторых странах и имеют незначительные обороты. Они представляют собой, как правило, одну из форм оптовой торговли товарами местного значения, рынки которых отличаются низкой концентрацией производства, сбыта и потребления или создаются в развивающихся странах в попытке защитить национальные интересы при экспорте важнейших для этих государств товаров.

В экономически развитых странах бирж реального товара почти не осталось, хотя во всех западноевропейских государствах до сих пор существуют товарные биржи, объединяющие торговцев, посредников, транспортные и перерабатывающие фирмы. Эти биржи занимаются в основном разработкой типовых контрактов, а также сбором информации о рынках реальных товаров.

Основными признаками фьючерсной торговли являются:

- 1) фиктивный характер сделок;
- 2) связь с рынком реального товара через страхование (хеджирование), а не через поставку товара;

3) заранее строго определенная и унифицированная потребительная стоимость товара (лишенная каких-либо индивидуальных особенностей) и его количество;

4) полная унификация условий поставки товара;

5) обезличенность сделки и заменимость ее контрагентов.

Опционные биржи используются для усиления страхования участников биржевой торговли, так как дают возможность покупателям опционов ограничить возможные убытки при заключении биржевых сделок.

Если фьючерсные биржи возникли уже давно (в США они активно работают с 1865 г.), то опционные биржи появились совсем недавно (в 80-х гг. XX в.). Поэтому на многих биржах могут заключаться как фьючерсные, так и опционные сделки (Лондонская биржа ФОКС).

Для российских бирж возможно заключение на одной бирже всех видов сделок: с реальным товаром, фьючерсных и опционных. Поэтому их можно отнести к смешанным биржам.

1.4. РЫНОК ЦЕННЫХ БУМАГ И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

1.4.1. Основные понятия РЦБ

Рынок ценных бумаг (РЦБ) – совокупность экономических отношений по поводу выпуска и обращения ЦБ.

Основные отличия РЦБ от рынка любого другого традиционного товара (нефти, зерна) состоят в том, что если товары производятся (добываются, выращиваются), то ЦБ выпускаются в обращение.

Чтобы товар дошел до своего потребителя, нужна своя организация товародвижения, а для ЦБ – своя. Товар продается один или несколько раз, а ЦБ может продаваться и покупаться неограниченное число раз и т.д.

Различают: международные и национальные РЦБ; национальные и региональные (территориальные) рынки; рынки конкретных видов ЦБ (акций, облигаций и т.п.); рынки государственных и корпоративных (негосударственных) ЦБ; рынки первичных и производных ЦБ.

Место РЦБ можно оценить с двух позиций: с точки зрения объемов привлечения денежных средств из разных источников и с точки зрения вложения свободных денежных средств в какой-либо рынок.

Привлечение денежных средств может осуществляться за счет внутренних и внешних источников.

К внутренним источникам обычно относятся амортизационные отчисления и прибыль. Основными внешними источниками являются банковские ссуды и средства, полученные от выпуска ЦБ.

В обществе в целом преобладают внутренние источники, а внешние являются результатом перераспределения первых. Внутренние источники в развитых странах составляют до 75% привлеченных средств, а на банковские ссуды и ценные бумаги приходится соответственно 5 и 20%.

Свободные денежные средства могут быть использованы для прибыльного инвестирования во многие сферы: в производственную и иную хозяйственную деятельность (промышленность, строительство, торговлю, связь и т.п.), в недвижимость, в антиквариат, драгоценности и драгоценные металлы, произведения искусства.

Денежные средства могут быть вложены в иностранную валюту, если отечественная валюта обесценивается, в пенсионные и страховые фонды, в ЦБ различных видов, отданы в ссуду или положены под проценты на банковский депозит и т.п.

Движение средств между перечисленными рынками вложений капитала происходит в зависимости от многих факторов, основными из которых являются: уровень доходности рынка; условия налогообложения рынка; уровень риска потери капитала или недополучения ожидаемого дохода; организация рынка и удобства для инвестора, возможность быстрого входа и выхода с рынка, уровень информированности рынка и т.п.

РЦБ имеет ряд функций, которые условно можно разделить на две группы: общерыночные функции (присущие обычно каждому рынку), и специфические функции, которые отличают его от других рынков.

Общерыночные функции РЦБ:

1) коммерческая функция (получение прибыли от операций на рынке);

2) ценовая функция (рынок обеспечивает процесс складывания рыночных цен, их постоянное движение и т.д.);

3) информационная функция, т.е. рынок производит и доводит до своих участников рыночную информацию об объектах торговли и ее участниках;

4) регулирующая функция (рынок создает правила торговли и участия в ней, порядок разрешения споров между участниками, устанавливает приоритеты, органы контроля или даже управления и т.д.).

Специфические функции РЦБ:

1) перераспределительная (перераспределение денежных средств между отраслями и сферами рыночной деятельности; перевод сбережений (прежде всего населения) из непроизводительной в производительную форму; финансирование дефицита государственного бюджета на неинфляционной основе, т.е. без выпуска в обращение дополнительных денежных средств);

2) функция страхования (хеджирования) ценовых и финансовых рисков (стала возможной благодаря появлению класса производных ЦБ: фьючерсных и опционных контрактов).

РЦБ можно подразделять на: организованный и неорганизованный; биржевой и внебиржевой; традиционный и компьютеризированный.

Организованный РЦБ – это обращение ЦБ на основе твердо устойчивых правил между лицензированными профессиональными посредниками (участниками рынка) по поручению других участников рынка.

Неорганизованный РЦБ – это обращение ЦБ без соблюдения единых для всех участников рынка правил.

Биржевой РЦБ – это торговля ценными бумагами на фондовых биржах.

Внебиржевой РЦБ – это торговля ЦБ, минуя фондовую биржу.

Биржевой рынок – это всегда организованный РЦБ, торговля на нем ведется строго по правилам биржи и только между биржевыми посредниками.

Внебиржевой рынок может быть организованным и неорганизованным.

Организованный внебиржевой рынок основывается на компьютерных системах связи, торговли и обслуживания по ценным бумагам.

Торговля ЦБ может осуществляться на традиционных и компьютеризированных рынках. В последнем случае торговля ведется через компьютерные сети, которые объединяют соответствующих фондовых посредников в единый компьютеризированный рынок, характерными чертами которого являются:

- 1) отсутствие физического места, где встречаются продавцы и покупатели, и, следовательно, отсутствие прямого контакта между ними;
- 2) полная автоматизация процесса торговли и его обслуживания; роль участников рынка сводится в основном только к вводу своих заявок на куплю-продажу ЦБ в систему торгов.

Основные **тенденции** развития современного РЦБ:

- 1) интернационализация и глобализация рынка;
- 2) повышение уровня организованности и усиление госконтроля;
- 3) компьютеризация РЦБ;
- 4) нововведения на рынке;
- 5) секьюритизация.

Интернационализация РЦБ означает, что национальный капитал переходит границы стран, формируется мировой РЦБ, по отношению к которому национальные рынки становятся второстепенными. Инвестор из любой страны получает возможность вкладывать свои свободные средства в ЦБ, обращающиеся в других странах. РЦБ принимает глобальный характер.

Национальные рынки – это составные части глобального всемирного РЦБ. Торговля на таком глобальном рынке ведется непрерывно и повсеместно. Его основу составляют ценные бумаги транснациональных компаний.

Повышение уровня организованности рынка и усиление государственного контроля за ним имеет целью обеспечение надежности РЦБ и доверия к нему со стороны массового инвестора. Масштабы и значение РЦБ таковы, что его разрушение прямо ведет к разрушению всего экономического процесса.

Другая причина данного процесса – фискальная. Усиление организованности рынка и контроля за ним позволяет государству увеличивать свою налогооблагаемую базу и размер налоговых поступлений от участников рынка.

Нововведения на РЦБ: новые инструменты данного рынка; новые системы торговли ценными бумагами; новая инфраструктура рынка.

Компьютеризация составляет фундамент всех нововведений на РЦБ.

Новыми инструментами РЦБ являются прежде всего многочисленные виды производных ЦБ, создание новых ЦБ, их видов и разновидностей.

Новые системы торговли – это системы торговли, основанные на использовании компьютеров и современных средств связи, позволяющие вести торговлю полностью в автоматическом режиме, без посредников, без непосредственных контактов между продавцами и покупателями.

Новая инфраструктура рынка – это современные информационные системы, системы клиринга и расчетов, депозитарного обслуживания РЦБ.

Секьюритизация – это тенденция перехода все большей массы капитала и денежных средств из своих традиционных форм (сбережения, наличность, депозиты и т.п.) в форму ценных бумаг; тенденция перехода одних форм ЦБ в другие, более доступные для широких кругов инвесторов.

Классификация финансовых рынков может базироваться на различных сроках обращения финансовых инструментов.

Рынки денег характеризуются тем, что финансовые активы, с которыми на них работают, краткосрочны, ликвидны и им присущ небольшой риск.

На **рынках капитала** оперируют инструментами с большим сроком погашения и часто меньшей ликвидностью.

На финансовом рынке могут заключаться различные сделки.

Сделки, имеющие своей целью немедленную поставку актива (предмета, лежащего в основе контракта), называются **кассовыми**, или **спотовыми**.

Сделки на поставку товаров (активов) в будущем называются **срочными**.

В настоящее время во многих странах существуют, действуют и развиваются три рынка ЦБ: внебиржевой (первичный), вторичный рынок (биржевой) ЦБ, а также внебиржевой («уличный») рынок.

Первичный и биржевой рынки в определенной степени противостоят друг другу, но в то же время и взаимно дополняют.

Такое противоречие возникает в связи с тем, что, выполняя общую функцию по торговле и обращению ЦБ, они руководствуются специфическими методами их отбора и реализации.

Первичный оборот, как правило, охватывает лишь новые выпуски ценных бумаг и, главным образом, размещение облигаций торгово-промышленных корпораций. Последние вступают в непосред-

ственный контакт через инвестиционные банки, банкирские дома с кредитно-финансовыми институтами, которые и приобретают эти ЦБ.

На бирже, наоборот, котируются старые выпуски ЦБ и главным образом акции торгово-промышленных корпораций.

Если через внебиржевой оборот осуществляется в основном финансирование воспроизводственного процесса, то на бирже с помощью скупки акций происходит перераспределение контроля над корпорациями и фирмами, идет формирование и перетасовка контроля между различными финансовыми группами.

В то же время через биржу осуществляется определенная часть финансирования, в основном через мелкого и среднего вкладчика.

1.4.2. Инфраструктура и участники рынка ценных бумаг

Всех участников РЦБ можно разделить на две группы.

1. Профессиональные участники РЦБ, представленные главным образом организациями, которые оказывают посреднические и консультационные услуги на РЦБ, а также выступают в роли активных игроков на фондовом рынке. Эти организации формируют инфраструктуру фондового рынка.

2. Участники РЦБ, выходящие на фондовый рынок в целях временного размещения свободных финансовых ресурсов.

Профессиональная деятельность участников РЦБ требует лицензирования со стороны государства.

Лицензии выдаются Федеральной комиссией по рынку ценных бумаг или уполномоченными ею организациями.

Физические лица, работающие в организациях – профессиональных участниках РЦБ, связанные с осуществлением сделок с ЦБ, должны иметь аттестат ФКЦБ, дающий им право заниматься этим видом деятельности.

Элементами инфраструктуры фондового рынка являются: специализированные организации, обеспечивающие все процедуры сделок: торговая система; расчетная система (клиринговые организации); система ведения реестра; депозитарии.

Брокерская деятельность

Особенностью биржевой торговли является то, что она ведется не самими продавцами или покупателями, а их представителями – биржевыми посредниками, которых в России делят на брокеров и дилеров.

Брокер – это лицо, действующее за счет клиента на основе договоров поручения или комиссии.

В качестве брокера обычно выступает брокерская компания.

Физическое лицо также может осуществлять брокерские функции, если зарегистрируется в качестве предпринимателя.

За оказанные услуги брокер получает **комиссионные**.

В обязанности брокера входит добросовестное выполнение поручений клиента, которым должно отдаваться предпочтение по сравнению со сделками самого брокера, если он также имеет право выполнять функции дилера.

Брокер **должен**: хорошо разбираться в том биржевом товаре, который является объектом торговли; знать правила торговли той биржи, на которой он работает; уметь вести биржевой торг; найти правильный подход к клиентам, которых представляет на бирже; определить доход от тех сделок, которые заключаются по его инициативе на бирже.

Биржи и регулирующие органы предъявляют свои требования к брокерам. Так, для физических или юридических лиц, занимающихся брокерской деятельностью, устанавливаются следующие виды требований: финансовые (размер собственного капитала); профессиональные и квалификационные к руководителям и специалистам; организационно-технические; специальные.

Данные о лице, получившем лицензию, вносятся лицензирующим органом в реестр выданных, приостановленных и аннулированных лицензий, ведение которого осуществляется самим органом. Эти данные должны быть немедленно переданы в ФКЦБ для внесения в реестр лицензий на осуществление профессиональной брокерской и дилерской деятельности.

Брокер и дилер обязаны ежеквартально с момента получения лицензии в срок не позднее 45 дней со дня окончания квартала представлять отчетность, включающую информацию об итогах своей финансово-хозяйственной деятельности за истекший квартал, объеме и количестве заключенных им сделок и иную информацию по форме, установленной Федеральной комиссией.

Брокерские фирмы, работающие на бирже, проходят соответствующую аккредитацию, т.е. биржа устанавливает соответствие фирмы тем требованиям, которые к ней предъявляются.

На некоторых биржах, кроме аккредитации самой фирмы, требуется аккредитация брокеров, которые будут ее представлять в ходе биржевых торгов.

Прибегая к услугам брокерской фирмы, клиенты имеют преимущества:

1) значительно увеличивается объем торговых операций без роста собственных затрат на эти цели;

2) появляется возможность располагать услугами высококвалифицированного торгового персонала;

3) затраты на услуги, связанные с проведением торговых операций с участием брокерской фирмы, исчисляются в размере определенного процента от их объема.

Брокерская фирма обычно не участвует в расчетах между контрагентами в сделках, и на ее расчетный счет поступают лишь комиссионные.

Однако возможен вариант покупки брокерской фирмой товара с последующей перепродажей. В этом случае она проводит дилерские операции, а ее доход состоит из разницы между ценой покупки и продажи.

Брокерские фирмы и брокеры, работающие на бирже, совершают сделки в соответствии с Правилами биржевой торговли; приобретают или получают информацию о всех видах продуктов и услуг, предлагаемых для реализации на бирже; пользуются в установленном порядке услугами персонала биржи, включая использование торговых залов и иных биржевых помещений, средств связи и другой организационной (в том числе вычислительной) техники; участвуют в работе арбитражной комиссии биржи.

Дилерская деятельность

Дилер – это профессиональный участник РЦБ, лицо, совершающее сделки купли–продажи ЦБ от своего имени и за свой счет на основе публичного объявления их котировок. В качестве дилера может выступать только юридическое лицо. Для работы в качестве дилера на РЦБ необходима лицензия.

Дилер извлекает прибыль за счет двух источников: 1) он постоянно объявляет котировки, по которым готов купить и продать ЦБ; 2) дилер зарабатывает за счет возможного прироста курсовой стоимости приобретенных им бумаг.

Дилер – это крупная организация. Поэтому она обычно совмещает два вида деятельности: собственно дилера и брокера.

Обязанности дилера: 1) объявление цены продажи и покупки, минимальное и максимальное количество покупаемых и (или) продаваемых ЦБ, а также срок, в течение которого действуют объявленные цены; 2) совершение сделок (заключение договора купли–продажи ЦБ) на условиях, предложенных клиентом, но при отсутствии соответствующих предложений со стороны дилера; 3) раскрытие имеющейся у него информации при совершении операций с ЦБ эмитента или сообщение о факте отсутствия у него этой информации; 4) представление отчетности о своей деятельности в ФКЦБ; 5) организацию внутреннего учета операций с ЦБ.

Права дилера: 1) заключение договоров купли-продажи ЦБ; 2) выполнение функций андеррайтера при первичном размещении эмиссионных ЦБ; 3) консультирование клиентов по вопросам приобретения ЦБ; 4) предоставление своим клиентам денежных средств по договору займа для приобретения ЦБ под их залог (сумма займа в этом случае не должна превышать 50% рыночной стоимости этих ЦБ с одной стороны, а с другой – общая сумма денежных средств, предоставляемых клиентам по договорам займа, не может превышать сумму, равную двукратному размеру собственного капитала дилера); 5) получение от клиентов сведений, характеризующих их финансовое положение (платежеспособность), цены приобретения ЦБ и правильного и своевременного исполнения обязательств перед ними.

Депозитарная деятельность на РЦБ

Некоторая организация может предоставлять услуги по хранению сертификатов ЦБ и/или учету и переходу прав на ЦБ.

Профессиональный участник РЦБ, осуществляющий данную деятельность, называется **депозитарием**.

Депозитарием может выступать только юридическое лицо.

Деятельность депозитария представляет собой комплекс мер по оказанию услуг, связанных с хранением сертификатов ЦБ и/или учетом и переходом прав на ЦБ.

Депозитарной деятельностью могут заниматься только юридические лица на основании лицензии, выдаваемой ФКЦБ.

Клиент, пользующийся услугами депозитария, называется **депонентом**.

Депоненту открывается счет, именуемый «счет депо», на котором учитываются ЦБ депонента и производятся записи обо всех операциях, совершенных депонентом с ЦБ. То, что ценные бумаги (права на ЦБ) переданы на хранение депозитарию, подтверждается выпиской со счета-депо. Сама по себе выписка не является и не может служить предметом купли-продажи.

Взаимоотношения между депозитарием и депонентом регулируются договором, в котором должны быть отражены: предмет договора; срок действия договора; порядок передачи депонентом ЦБ на хранение, а если бумаги выпущены в бездокументарной форме, то порядок передачи депонентом информации о правах на ЦБ; порядок учета прав на ЦБ и процедура перерегистрации перехода прав на ЦБ от одного лица к другому; размер и порядок оплаты услуг депозитария; порядок представления отчетности депозитарием перед депонентом. Передача ЦБ депозитарию на хранение не означает перехода прав собственности на эти ценные бумаги.

Главная задача депозитария – обеспечить сохранность ЦБ или прав на ЦБ и действовать исключительно в интересах депонента.

Депозитарий не имеет права распоряжаться ЦБ, управлять ими или совершать с ними какие-либо операции. В связи с тем, что находящиеся на хранении у депозитария ценные бумаги не являются его собственностью, на них не может быть обращено взыскание по его обязательствам.

Функции депозитария: хранение сертификатов ценных бумаг, если бумаги выпущены в документарной форме; регистрацию обременения ЦБ депонента какими-либо обязательствами (залог, ресурсное обеспечение и др.); ведение счетов-депо с отражением в них количества и вида ЦБ всех операций, проведенных депонентом; передачу депоненту информации, полученной депозитарием от эмитента и реестродержателя; проверку сертификатов ЦБ на подлинность; инкассацию и перевозку ценных бумаг.

Депозитарий может выполнять функции номинального держателя, т.е. держать бумаги от своего имени, не являясь владельцем ЦБ.

В качестве номинального держателя депозитарий может осуществлять права, закрепленные ценной бумагой, только в случае получения соответствующих полномочий от их реального владельца.

Регистрационная деятельность – деятельность по ведению реестров владельцев ЦБ. Этой деятельностью признаются сбор, фикса-

ция, обработка, хранение и представление зарегистрированным лицам и эмитентам данных из системы ведения реестра. Реестр ведется только по именованным ЦБ с целью идентификации владельцев ЦБ.

Торговая система РЦБ

Сделка с ценными бумагами представляет собой сложную процедуру и совершается в несколько этапов: 1) заключение сделки (составление договора); 2) сверка параметров заключенной сделки; 3) клиринг; 4) исполнение сделки (проведение платежа и передача ценных бумаг).

Торговая система – это совокупность технических, технологических и организационных средств, позволяющих заключить договор о сделке, сверить параметры сделки, осуществить клиринг. При помощи торговой системы совершаются первые три этапа сделки с ЦБ.

Этап 4 охватывает деятельность расчетной системы и депозитария.

1. Заключение сделки. Договор купли–продажи может составляться непосредственно между инвесторами либо через посредника (брокера – договор поручения, дилера – договор комиссии). Обычно на полное завершение сделки с момента ее заключения проходит несколько дней.

2. Сверка параметров заключенной сделки. Этап необходим, чтобы участники сделки уточнили ее параметры, согласовали расхождения в понимании сделки (длится 1 день). Сделки, прошедшие этот этап, – зафиксированные.

3. Клиринг. Этап клиринга включает четыре подэтапа:

1) анализ сверочных документов (проверяются документы на их подлинность и правильность заполнения);

2) вычисления (рассчитываются денежные суммы, подлежащие уплате, и количество ценных бумаг, подлежащих поставке);

3) взаимозачет. На данном подэтапе клиринга для продавца по каждой отдельной сделке производится вычисление количества ЦБ, которые он должен поставить, и денежной суммы, которую он должен получить кроме сборов и налогов. Для покупателя по каждой сделке рассчитывается количество ЦБ, которые он должен получить, и денежная сумма, которую он должен заплатить (плюс налоги и сборы). Взаимозачет позволяет значительно снизить объем документооборота и количество платежей по итогам торгов.

Взаимозачеты бывают: **двусторонние**, которые предполагают попарное сопоставление взаимных требований и вычитание этих тре-

бований, пока не будет получено чистое сальдо задолженности одного контрагента другому; **многосторонние (неттинг)** – при этом из всех требований участника вычитаются все его обязательства и получается чистое сальдо («позицию»);

4) составление расчетных документов.

4. Исполнение сделки (проведение платежа и передача ЦБ). Этот этап выполняет расчетная система и депозитарий. Он производится в заранее зафиксированный в договоре купли-продажи день и зависит от зафиксированных на данном рынке правил.

Если сделка исполняется в самый короткий срок, то ее называют «спот» («кассовой»). Если срок исполнения сделки большой, то ее называют «форвардной» («срочной»).

Способ исполнения сделки определяется принципом поставки против платежа. Этот процесс контролируется расчетной системой и самой биржей.

Участники биржевого рынка

Участники РЦБ – это физические лица или организации, которые продают или покупают ЦБ, обслуживают их оборот и расчеты по ним; это те, кто вступает между собой в определенные экономические отношения по поводу обращения ЦБ.

Можно выделить 5 групп участников РЦБ в зависимости от их функционального назначения: 1) эмитенты; 2) инвесторы; 3) фондовые посредники; 4) организации, обслуживающие РЦБ; 5) государственные органы регулирования и контроля.

Эмитенты – это те, кто выпускает ЦБ в обращение (государство, коммерческие предприятия и организации).

Эмитентов можно классифицировать по той политике, которую они проводят на фондовом рынке. Они могут осуществлять активную политику, выходя на организованные торговые площадки, инициируя процедуру листинга своих ЦБ и поддерживая их котировку.

Эта политика может быть безразличной, когда эмитент не обращает внимания на свои ЦБ. Она может быть и негативной, когда эмитент всячески стремится ограничить обращение своих ЦБ на фондовом рынке.

Эмитенты могут отличаться по тому кругу инвесторов, для которых осуществляется новая эмиссия ЦБ (например, на применение отечественного или иностранного инвестиционного капитала рассчитана эмиссия).

По характеру инвесторов выпуск акций может быть спланирован следующим образом:

1) акции могут быть выпущены по закрытой подписке для ограниченного круга стратегических инвесторов;

2) выпуск акций может быть организован по открытой ориентированной, однако, на ограниченный круг институциональных инвесторов;

3) эмиссия акций может быть предназначена для размещения среди большого количества частных инвесторов.

Эмитентов можно разделить по государственной принадлежности, т.е. на резидентов и нерезидентов.

В большинстве стран установлены определенные ограничения на обращение ЦБ иностранных эмитентов на национальных фондовых рынках.

В России ЦБ, номинированные в иностранной валюте, относятся к категории валютных ценностей. Их обращение регулируется валютным законодательством.

Юридические лица – организации, которым присущи следующие основные признаки:

1) имеет в собственности обособленное имущество;

2) отвечает по своим обязательствам этим имуществом;

3) может от своего имени приобретать и осуществлять имущественные и личные неимущественные права;

4) нести обязанности, быть истцом и ответчиком в суде.

В связи с участием в образовании имущества юрлица его учредители могут иметь либо права в отношении этого юридического лица, называемые обязательственными правами, либо вещные права на его имущество.

К юридическим лицам, в отношении которых их участники имеют обязательственные права, относятся хозяйственные товарищества и общества, производственные и потребительские кооперативы.

К юридическим лицам, на имущество которых их учредители имеют право собственности, относятся государственные и муниципальные унитарные предприятия, а также финансируемые собственником учреждения.

К юридическим лицам, в отношении которых их учредители не имеют имущественных прав, относятся общественные и религиозные организации, благотворительные и иные фонды» ассоциации и союзы.

Юридические лица могут создаваться в форме коммерческих и некоммерческих организаций.

Коммерческие организации – юридические лица, преследующие извлечение прибыли в качестве основной цели своей деятельности. Коммерческие организации могут создаваться в форме хозяйственных товариществ и обществ, производственных кооперативов, государственных и муниципальных унитарных предприятий.

Некоммерческая организация является юридическим лицом, не ставящим перед собой извлечение прибыли в качестве основной цели деятельности и не распределяющим полученную прибыль между учредителями.

Некоммерческие организации могут осуществлять предпринимательскую деятельность лишь в той степени, насколько она служит достижению целей, ради которых создавались эти организации.

Некоммерческие организации создаются в форме потребительских кооперативов, общественных или религиозных организаций, финансируемых собственником учреждений и благотворительных фондов.

Допускается создание объединений юрлиц в форме ассоциаций и союзов.

Юридическое лицо может иметь гражданские права, соответствующие целям его деятельности, и нести соответствующие обязанности. Правоспособность юридического лица возникает в момент его создания и прекращается в момент ликвидации. Цели деятельности общества должны быть зафиксированы в учредительных документах. Отдельными видами деятельности юридическое лицо может заниматься только на основании лицензии.

Инвесторы – это все те, кто покупает ценные бумаги, выпущенные в обращение (это обычно население, а также коммерческие организации, заинтересованные в увеличении (приросте) свободных денежных средств).

Стратегические инвесторы ставят своей целью не получение прибыли от владения акциями, а получение возможности воздействия на функционирование акционерного общества.

Степень влияния на деятельность АО зависит от количества акций, принадлежащих инвестору. Согласно российскому законодательству обладание различным количеством акций в процентном от-

ношении от величины оплаченного уставного капитала общества предоставляет инвестору различные права.

Институциональные инвесторы – это портфельные инвесторы, т.е. инвесторы, которые формируют портфель ЦБ, основываясь на фундаментальном прогнозе поведения их котировок в долгосрочном и среднесрочном плане, а затем управляют этим портфелем (продают и покупают ЦБ).

В качестве институциональных инвесторов обычно выступают коммерческие банки, инвестиционные фонды и инвестиционные компании, паевые инвестиционные фонды, страховые компании и пенсионные фонды.

При этом работа по размещению активов, принадлежащих институциональным инвесторам, происходит по двум направлениям:

- 1) выбор типа актива, который будет использоваться для формирования инвестиционного портфеля;
- 2) определение объема средств вложения в каждый тип акций.

Спекулянты – участники срочного рынка, цель которых получить прибыль за счет разницы в курсах финансовых инструментов, которая может возникнуть во времени. Спекулянт, например, покупает фьючерсный контракт в надежде в будущем продать его дороже и наоборот.

Успех спекулянта зависит от того, насколько умело он прогнозирует тенденции изменения цены на соответствующие активы. Он может открывать позиции как на длительный период времени, так и на короткий, например, на торговую сессию. В первом случае он ориентируется на долгосрочные тенденции движения цены, во втором – на динамику цены в течение короткого периода времени.

Спекулянты, стремящиеся извлечь прибыль на малейших колебаниях цены в течение торговой сессии, на профессиональном жаргоне именуется скальперами.

Спекулянты являются необходимыми участниками срочного рынка, поскольку, во-первых, они увеличивают ликвидность срочных контрактов, позволяя трейдеру открыть позицию или заключить офсетную сделку, и, во-вторых, берут риск изменения цены, который перекладывают на них другие участники рынка – хеджеры.

Хеджеры участвуют в срочной торговле с целью – установить заранее уровень цен, по которым они в будущем планируют совер-

шить сделку с реальным товаром или финансовым активом или застраховать на срочном рынке уже приобретенные активы на спотовом рынке.

Арбитражер – это лицо, извлекающее прибыль за счет одновременной купли–продажи одного и того же актива на разных рынках, если на них наблюдаются разные цены, или взаимосвязанных активов при нарушении между ними паритетных отношений.

Арбитражная операция – это операция, которая позволяет получить вкладчику прибыль без всякого риска и не требует от него каких-либо инвестиций. Осуществление арбитражных операций приводит к выравниванию возникших отклонений в ценах на одни и те же активы на разных рынках и возникновению паритетных отношений между взаимосвязанными активами.

Организации, обслуживающие РЦБ, выполняют все другие функции на РЦБ, кроме функции купли-продажи этих ценных бумаг: фондовые биржи, расчетные центры, регистраторы, депозитарии и др.

Государственные органы регулирования и контроля РЦБ в РФ включают: высшие органы управления (Президент, Правительство); министерства и ведомства (Министерство финансов РФ, Федеральная Комиссия по рынку ценных бумаг, другие); Центральный банк РФ.

Активными участниками РЦБ являются паевые инвестиционные фонды.

Паевой инвестиционный фонд (ПИФ) представляет собой имущество, переданное инвесторами (физическими и юридическими лицами) в доверительное управление лицензированной управляющей компании в целях прироста этого имущества.

ПИФ – институт коллективного инвестирования, инструмент аккумуляирования активов множества инвесторов. ПИФ – своего рода «денежный мешок», за счет которого осуществляются операции на финансовом и фондовом рынках. Инвестор, вложивший денежные средства в ПИФ, становится владельцем инвестиционного пая (пайщиком). Имущество, составляющее ПИФ, принадлежит пайщикам на праве общей долевой собственности.

Законодательством установлен перечень активов, которые могут составлять имущество фонда: денежные средства, в том числе в иностранной валюте; денежные средства, размещенные на банковский

вклад (депозит); государственные ЦБ; государственные ЦБ субъектов РФ; муниципальные ЦБ; акции и облигации российских АО; ЦБ иностранных государств; акции иностранных АО и облигации иностранных коммерческих организаций; иные ЦБ, предусмотренные нормативными правовыми актами ФКЦБ РФ.

Инвестиционный пай – именная ценная бумага, удостоверяющая долю его владельца в праве собственности на имущество, составляющее фонд.

Инвестиционные паи, как и другие ЦБ, можно продать, подарить или передать по наследству. Для этого нужно перерегистрировать право собственности на нового владельца в управляющей компании.

Лицензирование профессиональной деятельности на РЦБ

Лицензия (лат. *licentia* – свобода, право) профессионального участника РЦБ – официальный документ установленного образца, имеющий учетную серию, номер, подпись ответственного лица и печать.

Лицензия оформляется на специальном бланке лицензирующим органом и дает право владельцу осуществлять указанный в ней вид (виды) профессиональной деятельности на РЦБ и операции с ЦБ в течение определенного срока.

Построение правовых основ рыночной экономики предусматривает создание законодательной базы, регулирующей этот процесс посредством процедуры лицензирования.

Лицензирование отдельных видов деятельности направлено на обеспечение выполнения требований единой государственной политики защиты прав граждан и их законных интересов.

Лицензия – разрешение (право) на осуществление лицензируемого вида деятельности при обязательном соблюдении лицензионных требований и условий, выданное лицензирующим органом юридическому лицу или индивидуальному предпринимателю.

Лицензируемый вид деятельности – вид деятельности, на осуществление которого на территории РФ требуется получение лицензии.

Лицензирование – мероприятия, связанные с выдачей лицензий, продлением срока их действия, приостановлением и аннулированием, надзором за соблюдением лицензионных требований и условий.

Лицензионные требования и условия – совокупность установленных нормативными правовыми актами требований и условий, вы-

полнение которых лицензиатом обязательно при осуществлении лицензируемого вида деятельности.

Лицензирующие органы – федеральные органы государственной власти, органы государственной власти субъектов РФ, органы местного самоуправления, осуществляющие лицензирование в соответствии с законодательством РФ.

Лицензиат – юридическое лицо или индивидуальный предприниматель, имеющие лицензию на осуществление конкретного вида деятельности.

Соискатель лицензии – юридическое лицо или индивидуальный предприниматель, обратившийся в лицензирующий орган с заявлением о выдаче лицензии на осуществление конкретного вида деятельности.

Реестр лицензий – совокупность сведений о выданных, приостановленных, возобновленных и аннулированных лицензиях на осуществление лицензиатами конкретных видов деятельности.

Надзор за соблюдением лицензиатами лицензионных требований и условий – система мер, осуществляемых лицензирующими органами, государственными надзорными и контрольными органами в пределах их компетенции в целях обеспечения соблюдения лицензиатами при осуществлении лицензируемых видов деятельности соответствующих лицензионных требований и условий.

Основными принципами осуществления лицензирования являются:

- 1) защита свобод, прав, законных интересов, нравственности и здоровья граждан, обеспечение обороны и безопасности государства;
- 2) обеспечение единства экономического пространства в РФ;
- 3) утверждение единого перечня лицензируемых видов деятельности и единого порядка лицензирования на территории РФ;
- 4) гласность и открытость лицензирования;
- 5) соблюдение законности при осуществлении лицензирования.

Лицензированию подлежит каждый вид профессиональной деятельности на РЦБ. Деятельность, на осуществление которой получена лицензия, может выполняться только получившим ее юридическим лицом или индивидуальным предпринимателем.

Лицензия характеризуется признаком строгой принадлежности ее владельцу, соответствием лицензионному виду деятельности.

Кроме того, она дает право владельцу выполнять лицензионный вид деятельности на всей территории РФ в течение определенного срока действия.

К профессиональным участникам РЦБ со стороны ФКЦБ предъявляются следующие требования.

1. Требования к организационно-правовой форме: соответствие одной из законодательно установленных организационно-правовых форм.

Согласно требованиям российского законодательства, лицензия профессионального участника РЦБ может быть выдана не только юридическому лицу, но и физическому. Это возможно том случае, если оно намерено заниматься брокерской деятельностью или деятельностью по доверительному управлению ЦБ и зарегистрировано в качестве индивидуального предпринимателя.

2. Требования к размеру собственного капитала. Этот показатель является величиной, рассчитываемой на основе данных бухгалтерского баланса. Причем необходимая его величина должна соблюдаться профессиональными участниками РЦБ в течение всего срока действия лицензии.

1.5. ФИНАНСОВЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ РЫНКА ЦЕННЫХ БУМАГ

1.5.1. Ценные бумаги как биржевой товар

Ценная бумага – это особый товар, который обращается на своем собственном рынке – рынке ЦБ. Она не имеет ни вещественной, ни денежной потребительской стоимости, т.е. не есть ни физический товар, ни услуга.

В расширенном понимании ЦБ – это любой документ («бумага»), который продается и покупается по соответствующей цене.

Все, что объявлено как ЦБ, подпадает под законодательные акты, регулирующие ее жизнь от момента выпуска до окончания срока обращения.

Ценная бумага выполняет ряд общественно значимых **функций**:

1) перераспределяет денежные средства (капиталы) между отраслями и сферами экономики, между территориями и странами, между группами и слоями населения, между населением и сферами экономики, между населением и государством и т.п.;

2) кроме права на капитал устанавливает определенные дополнительные права для ее владельца (на участие в управлении, на соответствующую информацию, на преимущества в определенных ситуациях и т.п.);

3) обеспечивает получение дохода на капитал и (или) возврат самого капитала и др.

Ценная бумага имеет 3 группы характеристик:

– **временные** (срок существования; происхождение: ведет ли начало ЦБ от своей первичной основы (товара, денег) или от других ЦБ);

– **пространственные** (форма существования: бумажная (документарная) или безбумажная (бездокументарная); национальная принадлежность: ЦБ отечественная или другого государства; территориальная принадлежность: в каком регионе страны выпущена данная ЦБ);

– **рыночные** (тип актива, лежащего в основе ЦБ, или ее исходная основа (товары, деньги, совокупные активы фирмы и др.); форма владения: ЦБ на предъявителя или на конкретное лицо (юридическое, физическое); форма выпуска: эмиссионная, т.е. выпускаемая отдельными сериями, внутри которых все ЦБ совершенно одинаковы по своим характеристикам, или неэмиссионная (индивидуальная); форма собственности и вид эмитента, т.е. кто выпускает на рынок ЦБ: государство, корпорации, частные лица; характер обращаемости: свободно обращается на рынке или есть ограничения; экономическая сущность с точки зрения вида прав, которые дает ЦБ ее владельцу; уровень риска: высокий, низкий и т.п.; наличие дохода: выплачивается по ЦБ какой-то доход или нет; форма вложения средств: при покупке ЦБ одалживаются деньги в долг или приобретается право собственности).

Главное свойство ЦБ – возможность обмена на деньги самыми различными способами (путем погашения, купли–продажи, возврата эмитенту, переуступки и т.д.). Она может использоваться в расчетах, быть предметом залога, храниться в течение ряда лет или бессрочно, передаваться по наследству, служить подарком и т.п.

Первоначально все ЦБ выпускались только в бумажной форме (отсюда и их название – бумага, но ценная), почти как бумажные деньги. Ее стоимость определяется либо той суммой, что написана на ней, либо рыночным путем.

Развитие рыночных отношений в последние десятилетия привело к появлению безбумажной (бездокументарной) формы существования ЦБ.

Причины перехода от бумажной формы ЦБ к безбумажной:

- 1) нарастание количества обращающихся ЦБ (акций и облигаций);
- 2) многие права, которые закрепляются за владельцем ЦБ, могут осуществляться независимо от ее формы (выплата дохода, купля–продажа и др.);
- 3) безбумажная форма ЦБ может ускорять, упрощать и удешевлять ее обращение в части расчетов, передачи от одного владельца к другому, хранения и учета, налогообложения и т.п.;
- 4) изменение в структуре совокупности обращающихся ЦБ (увеличение числа именных и снижение доли предъявительских ЦБ).

Для того чтобы стать биржевым товаром, та или иная ЦБ должна быть выпущена в обращение в объеме, достаточном для обеспечения постоянного спроса и предложения этих бумаг на бирже.

По уровню риска ЦБ располагаются исходя из принципа: чем выше доходность, тем выше риск, и чем выше гарантированность дохода (или надежность) ценной бумаги, тем ниже риск.

Главными чертами ЦБ, обращающихся на бирже, являются:

- 1) свободная купля-продажа без ограничений со стороны органа, выпустившего ЦБ (эмитента);
- 2) надежность эмитента, его безубыточная деятельность и выполнение принятых им обязательств;
- 3) размеры компании-эмитента и количество свободно обращающихся акций, облигаций и т.п.

1.5.2. Основные понятия и инструменты РЦБ

Отметим основные понятия и инструменты РЦБ базирясь на терминологии профессиональных участников российского фондового рынка и официальной терминологии, юридически закрепленной в тех или иных руководящих документах.

Ценная бумага:

1) документ, удостоверяющий с соблюдением установленной формы и обязательных реквизитов имущественные права, осуществление или передача которых возможны только при его предъявлении.

К ЦБ относятся: государственная облигация, облигация, вексель, чек, депозитный и сберегательный сертификаты, банковская сберегательная книжка на предъявителя, коносамент, акция, приватизацион-

ные ЦБ и другие документы, которые законами о ЦБ или в установленном ими порядке отнесены к числу ЦБ. К ЦБ также относятся: двойное складское свидетельство, каждая из его двух частей, простое складское свидетельство и закладная;

2) именная эмиссионная ценная бумага;

3) акции акционерных обществ, облигации акционерных обществ и иных коммерческих организаций, ЦБ, конвертируемые в акции и облигации.

Ценная бумага на предъявителя – ценная бумага, права, удостоверенные которой, принадлежат ее предъявителю.

Ценная бумага эмиссионная – любая ЦБ, в том числе бездокументарная, которая характеризуется одновременно следующими признаками: закрепляет совокупность имущественных и неимущественных прав, подлежащих удостоверению, уступке и безусловному осуществлению с соблюдением установленных законодательством формы и порядка; размещается выпусками и имеет равные объем и сроки осуществления прав внутри одного выпуска вне зависимости от времени приобретения ЦБ.

Ценные бумаги в валюте РФ – платежные документы (чеки, векселя, аккредитивы и др.), фондовые ценности (акции, облигации) и другие долговые обязательства, выраженные в рублях.

Ценные бумаги, конвертируемые в акции и облигации – привилегированные акции определенных типов, конвертируемые в дополнительные обыкновенные акции и (или) дополнительные привилегированные акции других типов, а также облигации определенных серий, конвертируемые в дополнительные акции и (или) облигации других серий.

Ценные бумаги органов государственной власти субъектов РФ – ЦБ, выпущенные органами гос. власти субъектов РФ и органами местного самоуправления и зарегистрированные Министерством финансов РФ.

Ценные бумаги с рыночной котировкой – ЦБ с одним государственным регистрационным номером, которые: включены в листинг ЦБ не менее чем на одной фондовой бирже или фондовом отделе товарной биржи; имеют среднемесячный биржевой оборот по итогам отчетного квартала не менее 5 млн руб.; официальные биржевые котировки их публикуются в общероссийской газете; не имеют ограничений на обращение ценной бумаги.

Ценные бумаги эмиссионные, бездокументарная форма – форма эмиссионных ЦБ, при которой владелец устанавливается на основании записи в системе ведения реестра владельцев ЦБ или, в случае депонирования ЦБ, на основании записи по счету депо.

Ценные бумаги эмиссионные, документарная форма – форма эмиссионных ЦБ, при которой владелец устанавливается на основании предъявления оформленного надлежащим образом сертификата ЦБ или, в случае депонирования такового, на основании записи по счету депо.

Ценные бумаги эмиссионные, именные – ЦБ, информация о владельцах которых должна быть доступна эмитенту в форме реестра владельцев ЦБ, переход прав на которые и осуществление закрепленных ими прав требуют обязательной идентификации владельца.

Ценные бумаги на предъявителя – ЦБ, переход прав на которые и осуществление закрепленных ими прав не требуют идентификации владельца.

Акция:

1) эмиссионная ЦБ, закрепляющая права ее владельца (акционера) на получение части прибыли АО в виде дивидендов на участие в управлении АО и на часть имущества, остающегося после его ликвидации;

2) ЦБ, выпускаемая АО и удостоверяющая право собственности на долю в уставном капитале АО и получение дивидендов, зависящих от прибыли АО.

Акция без номинальной стоимости – акция, гарантирующая ее владельцу при ликвидации АО лишь определенную часть имеющихся средств АО.

Акция ванкулированная – акция, которая может быть передана другому лицу лишь с разрешения АО.

Облигация:

1) ЦБ, удостоверяющая право ее держателя на получение от лица, выпустившего облигацию, в предусмотренный ею срок номинальной стоимости облигации или иного имущественного эквивалента. Облигация предоставляет ее держателю также право на получение фиксированного в ней процента от номинальной стоимости облигации либо иные имущественные права;

2) эмиссионная ЦБ, закрепляющая право ее держателя на получение с эмитента облигации в предусмотренный ею срок ее номинальной стоимости и зафиксированного в ней процента от этой стои-

мости или иного имущественного эквивалента. Облигация может предусматривать иные имущественные права ее держателя, если это не противоречит законодательству РФ.

Вексель:

1) ЦБ, удостоверяющая ничем не обусловленное обязательство векселедателя (простой вексель) либо иного указанного в векселе плательщика (переводной вексель) выплатить по наступлении предусмотренного векселем срока полученную взаймы денежную сумму;

2) ЦБ установленной формы, удостоверяющая письменное безусловное обязательство векселедателя векселедержателю произвести платеж определенному лицу или по его приказу указанной в нем денежной суммы в определенный срок.

Вексель представляет собой разновидность кредитных денег.

Государственные ценные бумаги (ГЦБ) – это форма существования государственного внутреннего долга; это долговые ЦБ, эмитентом которых выступает государство.

Государственный долг – это общая сумма задолженности государства по непогашенным займам и невыплаченным процентам по ним. С учетом сферы размещения займов госдолг подразделяется на внутренний и внешний.

Госдолг РФ имеет следующие формы: 1) кредиты, полученные Правительством РФ; 2) госзаймы, т. е. эмиссии ЦБ от имени Правительства РФ; 3) другие долговые обязательства, гарантированные Правительством РФ.

Правительство определяет условия выпуска и размещения государственных долговых обязательств. Обслуживание госдолга производится ЦБРФ и его учреждениями. Оно заключается в операциях по размещению долговых обязательств, их погашении и выплате доходов в виде процентов по ним. Покрытие внутреннего долга происходит за счет госбюджета, в расходах бюджета необходимые для этого средства даются отдельной строкой.

Выпуск в обращение ГЦБ может использоваться для решения следующих основных задач: 1) финансирования дефицита госбюджета на неинфляционной основе, т.е. без дополнительного выпуска денег в обращение; 2) финансирования целевых госпрограмм в области жилищного строительства, инфраструктуры, социального обеспечения и т.п.; 3) регулирования экономической активности: денежной

массы в обращении, воздействия на цены и инфляцию, на расходы и направления инвестирования, экономический рост и т.п.

Государственные ЦБ имеют, как правило, два преимущества перед любыми другими. Во-первых, это самый высокий относительный уровень надежности для вложенных средств и, соответственно, минимальный риск потери основного капитала и доходов по нему. Во-вторых, наиболее льготное налогообложение по сравнению с другими ЦБ (часто на ГЦБ отсутствуют налоги на операции с ними и на получаемые доходы).

ГЦБ размещаются в бумажной или безбумажной формах (в виде записей на счетах в уполномоченных депозитариях) разнообразными методами: аукционными торгами, открытой продажей всем желающим по установленным ценам, закрытым распространением среди определенного круга инвесторов и др.

ГЦБ по срочности различаются на следующие категории:

- от 5 до 30 лет (долгосрочные казначейские билеты или бонды);
- от 1 до 5 лет (среднесрочные казначейские билеты или ноты);
- от 1 месяца до 1 года (краткосрочные казначейские векселя).

Основные виды российских ГЦБ:

- государственные краткосрочные облигации (ГКО);
- казначейские обязательства. Их владельцы вправе производить с ними следующие операции: погашать кредиторскую задолженность, оплачивать без ограничений товары и услуги, продавать их физическим и юридическим лицам (резидентам), совершать залоговые операции;
- облигации внутреннего валютного займа (ОВВЗ);
- облигации федерального займа с переменным купонным процентом;
- государственный сберегательный займ (ГСЗ).

Варрант:

1) одна из частей (залоговое свидетельство) двойного складского свидетельства;

2) вид сертификата, предусматривающий возможность приобретения пакета ЦБ по номиналу до их выпуска в обращение.

Особенностью варранта является разрыв сроков приобретения сертификата и ЦБ. Цена варранта – это величина, «исходящая» из прогноза курсовой стоимости данных ЦБ.

Цена (премия) выплачивается сразу при покупке варранта, сами же ЦБ оплачиваются непосредственно при их получении. От покупки ЦБ можно отказаться, но при этом премия плательщику не возвращается.

Отличие варранта от права заключается в периоде действия. Если право – это краткосрочная ЦБ, которая обычно функционирует на рынке 3–4 недели, то варрант действует в течение 3–5 и более лет.

Как правило, варранты выпускаются вместе с облигациями и акциями с тем, чтобы сделать ЦБ более привлекательными для инвесторов.

Варрант выпускается как самостоятельная ЦБ и может продаваться и покупаться отдельно от акции или облигации, к которой он прилагается.

Цена варранта состоит из двух компонентов: скрытой и временной цены.

Скрытая цена – это разность между рыночной ценой обычной акции и исполнительской ценой, по которой эти акции можно приобрести на основании варранта. Варрант не имеет скрытой цены, если его исполнительская цена выше рыночной цены стоящих за ним обыкновенных акций или других активов.

Временная цена – это разница между будущей рыночной ценой акции, которая может возрасти вследствие успешного развития данной компании, и ее существующей рыночной ценой.

Цена варранта определяется как сумма скрытой и временной цен.

В конечном итоге фактическая цена варранта колеблется около его теоретической цены в зависимости от спроса и предложения и других факторов.

Варрант может не иметь скрытой цены, когда рыночная цена акции ниже исполнительской цены. Однако он будет иметь временную цену вследствие того что у рыночной цены акций есть тенденция к росту.

Временная цена варранта снижается по мере приближения конца срока его действия, так как уменьшаются спекулятивные ожидания роста курсовой стоимости акций.

По истечении срока действия варрант теряет всякую ценность.

Варрант по сравнению с акцией обладает большим спекулятивным потенциалом, что привлекает к нему внимание участников фондового рынка.

Цена варранта изменяется одновременно с изменением цены акций.

При этом величина прироста цены варранта обычно равна сумме изменения цены акций. Вследствие этого доходность операций с варрантами значительно выше, чем по акциям.

Операции с варрантами являются высокодоходными, но одновременно и рискованными. При обратной ситуации, когда происходит падение курсовой стоимости акций, цена варранта, соответственно, снижается.

При одинаковом абсолютном снижении цен процентный убыток по варранту будет значительно больше, чем по акциям.

Высокая доходность (убыточность) операций с варрантами – это главное свойство варранта, которое получило название «эффект рычага».

Складское свидетельство может быть двух видов:

– **простое складское свидетельство**;

– **двойное складское свидетельство**, которое, в свою очередь, состоит из двух частей, каждая из которых в случае разделения двойного складского свидетельства будет также являться ЦБ: **складское свидетельство** и **залоговое свидетельство** (или «**варрант**»). Каждая из частей свидетельства может обращаться отдельно от другой и в свою очередь является ЦБ.

Эти ЦБ могут появиться на свет при передаче товара на хранение специальной коммерческой организации – товарному складу.

По своему «социальному происхождению» эти бумаги восходят к складским квитанциям или распискам о приеме вещей на хранение.

Простое складское свидетельство является ЦБ на предъявителя и удостоверяет право собственности на товар.

Двойное складское свидетельство также удостоверяет право собственности на товар. При этом ГК умалчивает о характере этой ЦБ: не указано однозначно, именная она или ордерная. Считать ее предъявительской не представляется возможным, так как в числе ее обязательных реквизитов имеется «Наименование поклажедателя».

Кроме того, указано, что двойное складское свидетельство (как и каждая из его частей) может передаваться посредством передаточной надписи.

ГК РФ предусматривает два типа «передаточных надписей»: **цессия** (применяется для именных ЦБ) и **индоссамент** (применяется для ордерных). Первая часть, собственно складское свидетельство, удостоверяет право собственности на товар.

Простое складское свидетельство – бумага предъявительская, а складское свидетельство как часть двойного складского свидетельства – бумага именная.

Держателю простого складского свидетельства не требуется никаких дополнительных документов для того, чтобы реализовать свои права собственника товара. А держатель складского свидетельства, для того чтобы получить товар, т.е. реализовать права собственника, должен предъявить не только складское свидетельство, но и залоговое свидетельство или какой-либо заменяющий его документ.

Залоговое свидетельство («варрант») удостоверяет, что его владелец имеет право залога на товар, право собственности на который удостоверяется складским свидетельством. Отделение залогового свидетельства от складского означает, что товар, находящийся на складе, передан в залог. При этом характер обязательства, обеспеченного залогом, не имеет никакого значения. А поскольку распоряжение заложенным имуществом без согласия залогодержателя не правомерно, то и осуществление в полной мере права собственности держателем только складского свидетельства оказывается невозможным до тех пор, пока и залоговое и складское свидетельства не попадут к одному лицу.

Международные ценные бумаги – ЦБ, находящиеся в обращении одновременно в разных странах. Основными методами выхода российских предприятий на международный рынок капиталов являются давно используемые в международной практике и получившие мировое признание **депозитарные расписки и еврооблигации**.

Еврооблигации – это облигации, эмитированные на международном фондовом рынке и деноминированные в евровалютах – валютах, иностранных по отношению к стране–эмитенту.

Еврокоммерческие бумаги – форма краткосрочных ЦБ, эмитируемых быстро растущими компаниями.

Евроакции – новые эмиссии (первичные выпуски) обыкновенных и привилегированных акций и других долевых ЦБ, распространяемых на международном фондовом рынке.

К прочим акциям относятся вторичные эмиссии, размещаемые путем закрытой подписки и с помощью инвестиционных фондов закрытого типа.

Облигации, размещаемые за пределами государства–эмитента, называются **международными**. Они подразделяются на еврооблига-

ции и зарубежные облигации. Основную долю (80–90%) составляют еврооблигации.

Известны и другие разновидности международных облигаций.

Если облигации размещаются одновременно на евროрынке и на национальном рынке (одном или нескольких), они называются глобальными.

Облигации одной эмиссии, предлагаемые к продаже одновременно в нескольких государствах в национальных для них валютах, называются параллельными.

Часто понятие «международные облигации» используется для обозначения всех основных долговых инструментов, распространяемых за границей. К ним относятся долгосрочные долговые инструменты – облигации (бонды) и среднесрочные долговые инструменты (ноты).

Международные облигации отличаются от национальных режимом налогообложения, методикой размещения, объемом доступной информации, кругом потенциальных покупателей.

В узком смысле слова термин «международные облигации» соответствует долговым инструментам.

Бонды и ноты часто не различаются по срокам, основное отличие состоит в способе выплаты дохода. Чаще всего ноты эмитируются с плавающей купонной ставкой, а облигации – с фиксированной. Около 70% эмиссий размещается банками и нефинансовыми компаниями, а остальное – государством и международными организациями.

Еврооблигации – ЦБ, эмитированные в евровалютах, размещающиеся среди зарубежных инвесторов с помощью международного синдиката андеррайтеров.

Еврооблигации используются для долгосрочного кредитования. Они похожи на облигации, эмитируемые государством и компаниями на внутреннем рынке, но мобилизуют средства «европула», поскольку характеризуются низкими процентными ставками и сохранением неизменными долей.

Андеррайтер – лицо, принявшее на себя обязанность разместить ЦБ от имени эмитента или от своего имени, но за счет и по поручению эмитента.

На современных фондовых рынках широко используются срочные производные финансовые инструменты. Наиболее известными из них являются фьючерсные контракты и опционы.

Фьючерсный контракт – это обязательство поставить либо принять и оплатить некоторый базисный актив в будущем. Характерными признаками являются базисный актив контракта и дата его поставки.

Опцион предоставляет владельцу право купить или продать товар или финансовые инструменты (ЦБ) по установленной цене в течение определенного времени в обмен на уплату некоторой суммы (премии). Опцион – это разновидность срочной сделки, не требующей обязательного исполнения.

Опционы подразделяются: по форме реализации, времени исполнения, условиям исполнения, характеру базисного актива, качественным и количественным параметрам, внутренней и временной (срочной) стоимости.

Специфической ценной бумагой, характерной только для российского фондового рынка, являются опционные свидетельства.

Опционные свидетельства – это обеспеченные залогом эмиссионные именные ЦБ, которые могут быть выписаны только на акции и облигации. Опционные свидетельства подлежат учету в системе ведения реестра; их выпуск подлежит государственной регистрации. Эмиссия опционных свидетельств может быть осуществлена только при наличии соответствующего обеспечения.

Депозитарные свидетельства на мировом фондовом рынке

На мировых финансовых рынках депозитарные свидетельства появились достаточно давно. Еще в 1927 г. в Великобритании депозитарные свидетельства впервые появились в связи с запретом британского правительства на вывоз акций национальных компаний за границу.

Первые американские депозитарные свидетельства были выпущены в конце 20-х гг. банком «Морган Гэранти».

С 50-х гг. депозитарные свидетельства стали котироваться в США.

В 1955 г. американская Комиссия по ценным бумагам (SEC) утвердила форму, в которой стали регламентироваться условия осуществления программ американских депозитарных свидетельств (*American Depositary Receipts* – ADR).

В результате депозитарные свидетельства получили современный вид.

ADR представляет собой ЦБ, выпущенную американским банком, имеющим в качестве финансового обеспечения ЦБ иностранного эмитента, которые приобретены банком-эмитентом ADR и хранятся в банке-кастодиане по месту их приобретения.

Для понимания процесса сделки с ADR необходимо представлять разницу между кастодианом и депозитарным банком (депозитарием).

В соответствии с трактовкой американских специалистов, основной задачей депозитария является дематериализация сертификатов ЦБ с целью упрощения и ускорения процесса их обращения, а также снижения возможных рисков.

Основной задачей кастодиана является предоставление клиенту широкого круга услуг, связанных с обеспечением сохранности прав на ЦБ клиента и реализацией прав, ими удостоверяемых, а также с исполнением сделок с ЦБ.

Предприятия-эмитенты, предпринимая попытку выхода на рынок капиталов США, преследуют различные цели.

1. Внутренний рынок страны эмитента может оказаться недостаточно емким для размещения выпущенных эмитентом акций (это не зависит от масштабов компании и вида ее деятельности).

2. Рынок США может представлять интерес для малых и средних предприятий, особенно быстрорастущих компаний, которым затруднен доступ к капиталам в своей стране. В свою очередь, готовность американских частных вкладчиков и компаний иметь доли участия в перспективных предприятиях, которые, возможно, находятся на стадии разработки нового высоко конкурентного продукта, может помочь предприятиям-эмитентам облегчить привлечение необходимого им капитала.

3. Желание эмитента начать операции с собственными акциями на американском РЦБ. В зависимости от выбранного способа внедрения на рынок капиталов США существует несколько вариантов привлечения к себе внимания, ориентированных на разные категории инвесторов (в частности, прохождение процедуры листинга на американской бирже).

Конечно, иностранная компания может выйти на фондовый рынок США через **американские депозитарные акции (ADS)**. Однако выпуск ADS иностранными эмитентами – довольно сложное, длительное и дорогостоящее дело.

Компания, планирующая выпустить «депозитарные акции», должна соответствовать определенным требованиям американского законодательства к регистрации проспекта эмиссии, финансовой отчетности и раскрытию информации.

Действия компании по подготовке к выпуску ADS достаточно затруднены, поскольку многие из них (особенно это относится к российским компаниям) не обладают необходимым размером капитала и необходимой продолжительностью функционирования, чтобы соответствовать поставленным условиям.

По этим причинам российские предприятия чаще всего прибегают к выпуску ADR, так как проекты ADR требуют гораздо меньше усилий и значительно меньших материальных затрат.

На вопросы: что же такое «депозитарная акция» и «депозитарная расписка», являются ли они ценными бумагами и в чем их юридическое различие – специалисты дают следующий ответ.

Из определения, данного в законах США 1933 и 1934 гг. «О ценных бумагах» и «Об обмене ценными бумагами», следует, что под ЦБ понимаются не только акции, облигации, чеки, векселя, но и опционы, права на природные ресурсы, долевые сертификаты, инвестиционные контракты и вообще любой интерес или инструмент, традиционно известный как ЦБ.

Данное определение достаточно широко трактует понятие «ценные бумаги», которое позволяет причислить к ним разнообразные документы.

Несмотря на это, в 1983 г. Комиссия по ценным бумагам (SEC) провела разграничения между депозитарной акцией и депозитарным свидетельством и установила, что депозитарное свидетельство не является ЦБ, поскольку американское депозитарное свидетельство – это выпущенный американским депозитарием сертификат, подтверждающий право на определенное количество акций, которые, в свою очередь, предоставляют право собственности на определенное количество депонированных ЦБ иностранного частного эмитента.

Следовательно, под такими свидетельствами можно понимать выдаваемые в долларовом выражении банками-депозитариями сертификаты на акции, которые выступают в качестве заменителей определенных акций и с которыми можно оперировать наравне с американскими ЦБ. Сами же акции хранятся, как правило, в депозитарном банке на родине эмитента.

ADR на российские ценные бумаги

Первые выпуски ADR, имеющие в качестве базисного актива акции российских эмитентов, были осуществлены осенью 1995 г.

Выпуски ADR стали популярными у ряда предприятий. Это обусловлено инвестиционными ожиданиями эмитентов, которые рассчитывают на привлечение дополнительных капиталов и получение возможностей дальнейшего продвижения ЦБ эмитента на американский фондовый рынок.

Производные ЦБ, к которым относятся и депозитарные свидетельства, являются ЦБ с высокой степенью риска, и при возникновении кризисных ситуаций от них избавляются в первую очередь.

1.5.3. Эмиссия ценных бумаг

Российским законодательством выработаны определенные правила выпуска ЦБ. Сначала принимается решение о выпуске ЦБ, затем определяется форма удостоверения прав по ним; оговаривается процедура эмиссии и ее этапы. После этого осуществляется регистрация выпуска ЦБ, публикуются условия их размещения, раскрывается информация о выпуске ЦБ и составляется отчет об итогах выпуска.

Эмитент, принимая решение об эмиссии ЦБ, руководствуется стандартами эмиссии. Основная задача их состоит в регламентации процедуры эмиссии.

Размещение ЦБ происходит путем подписки и конвертации.

Размещение акций среди учредителей АО при его создании осуществляется путем распределения.

Все выпуски ЦБ, осуществляемые в РФ, подлежат государственной регистрации. Государственными регистрирующими органами в настоящее время являются Министерство финансов РФ, Федеральная комиссия по РЦБ и ЦБРФ.

Государственный регистрационный номер входит в состав реквизитов ЦБ; отсутствие его делает ее ничтожной.

Следуя этим правилам, на российском РЦБ обращаются как государственные, так и корпоративные ЦБ, оказывая существенное влияние на финансовое состояние России.

На РЦБ государственные ЦБ представлены федеральными государственными ЦБ, государственными ЦБ субъектов РФ и муниципальными ЦБ.

Субъекты РФ могут осуществлять выпуск собственных ЦБ от своего имени. Эти бумаги получили статус государственных ЦБ субъектов РФ.

Муниципальными ЦБ признаются ЦБ, выпущенные от имени Муниципального образования.

На рынке государственных ЦБ ключевыми фигурами являются эмитент, дилер, инвестор и выполняющий контролируемую функцию Банк России.

Эмитентом ЦБ РФ может быть только федеральный орган исполнительной власти, о котором Правительством РФ принимается специальное решение.

Эмитентом федеральных государственных ЦБ может быть Министерство финансов РФ, ЦБ субъектов РФ – орган исполнительной власти субъекта РФ, а муниципальных ЦБ – исполнительный орган местного самоуправления.

Дилером на рынке государственных ЦБ может быть как кредитная, так и некредитная организация. Банком России выработаны определенные требования к кандидатам на роль дилеров. В структуре рынка государственных ЦБ Банк России занимает одну из ключевых позиций.

Банк России является агентом Министерства финансов РФ и осуществляет контролирующие функции. Наряду с этим он имеет право самостоятельно присутствовать на рынке в качестве дилера и выступать организатором денежных расчетов по сделкам с ЦБ.

Требования к выпуску, обращению и эмиссии государственных и муниципальных ЦБ, которые распространяются на все виды федеральных и государственных ЦБ субъектов Федерации и муниципальных ЦБ, следующие:

1) государственные и муниципальные ЦБ могут быть выпущены в виде облигаций или иных ЦБ, относящихся к эмиссионным ЦБ как именные ЦБ в документарной и бездокументарной форме;

2) государственные и муниципальные ЦБ должны удостоверить право их владельца на получение от эмитента ЦБ денежных средств или имущественного эквивалента – в зависимости от условий эмиссии;

3) владельцы государственных ЦБ должны получить установленный доход в виде процентов от номинальной стоимости либо имущественные права в сроки, предусмотренные условиями эмиссии.

Основными документами, сопровождающими эмиссию государственных или муниципальных ЦБ, являются генеральные условия эмиссии и обращения.

Акции АО, долговые обязательства, облигации, жилищные сертификаты, векселя, складские свидетельства являются корпоративными ЦБ.

Корпоративные ЦБ регулируют имущественные отношения между акционерами и АО, непосредственно между акционерными обществами, эмитентом и инвесторами, продавцами и покупателями товаров.

Процедура эмиссии эмиссионных ЦБ включает следующие этапы:

- 1) принятие решения о размещении эмиссионных ЦБ;
- 2) утверждение решения о выпуске (доп. выпуске) эмиссионных ЦБ;
- 3) государственную регистрацию выпуска (доп. выпуска) эмиссионных ЦБ;
- 4) размещение эмиссионных ЦБ;
- 5) государственную регистрацию отчета об итогах выпуска (дополнительного выпуска) эмиссионных ЦБ.

Эмиссионные ЦБ, выпуск (дополнительный выпуск) которых не прошел государственную регистрацию в соответствии с требованиями закона, не подлежат размещению.

При учреждении акционерного общества или реорганизации юридических лиц, осуществляемой в форме слияния, разделения, выделения и преобразования, размещение эмиссионных ЦБ осуществляется до государственной регистрации их выпуска, а государственная регистрация отчета об итогах выпуска эмиссионных ЦБ осуществляется одновременно с государственной регистрацией выпуска эмиссионных ЦБ.

К заявлению о государственной регистрации выпуска эмиссионных ЦБ прилагаются решение о выпуске ЦБ, документы, подтверждающие соблюдение эмитентом требований законодательства РФ, определяющих порядок и условия принятия решения о размещении ЦБ, утверждения решения о выпуске ЦБ и других требований, соблюдение которых необходимо при осуществлении эмиссии ЦБ, и в случае, если регистрация выпуска ЦБ должна сопровождаться регистрацией проспекта ЦБ, проспект ценных бумаг.

Регистрирующий орган обязан осуществить государственную регистрацию выпуска эмиссионных ЦБ или принять мотивированное

решение об отказе в регистрации выпуска в течение 30 дней с даты получения документов.

Методы биржевых котировок

Определение цены или курса ценной бумаги – постоянно возобновляемая операция на каждом биржевом собрании в процессе аукциона.

Котировка ценной бумаги – это механизм выявления цены, ее фиксация и публикация в биржевых бюллетенях.

Появление цены в процессе биржевого торга – результат взаимодействия зарегистрированных торговцев, а биржа лишь ее выявляет, объективно способствуя ее формированию.

Биржа концентрирует спрос и предложение на покупку и продажу ЦБ, определяет соотношение между текущим спросом и текущим предложением и в результате этого выявляется цена как выражение равновесия.

Цена, по которой заключаются сделки, и ЦБ переходят из рук в руки, называется **курсом**.

Биржевые курсы используются как ориентир при заключении сделок как в биржевом, так и во внебиржевом обороте.

1.5.4. Инвестиционная привлекательность эмитентов

Классификация инвестиционной привлекательности ЦБ

Эмитентов ЦБ можно классифицировать в зависимости от инвестиционной привлекательности выпущенных ими ценных бумаг.

На западных фондовых рынках используется следующая классификация.

«Голубые фишки» – ЦБ мощных компаний, обладающих высокой кредитоспособностью и имеющих стабильное положение на рынке.

На российском фондовом рынке к «голубым фишкам» относятся акции Лукойл, РАО «ЕЭС России», РАО «Газпром», Мосэнерго и некоторых других.

«Акции второго эшелона» – ЦБ молодых, но достаточно крупных компаний. Они обладают свойствами «голубых фишек», но пользуются меньшим доверием у инвесторов.

«Центровые» – ЦБ эмитентов, которые занимают лидирующие позиции в отрасли и оказывают влияние на курсовую стоимость акций остальных эмитентов группы.

К таким ЦБ относятся акции: РАО «ЕЭС России» и Мосэнерго в энергетической отрасли; РАО «Газпром», Лукойл и Сургутнефтегаз в нефтегазодобывающей отрасли; «Ростелеком» и Московская городская телефонная сеть в телекоммуникационной отрасли и т.п.

«Оборонительные акции» – ЦБ крупных компаний, выплачивающих высокие дивиденды и имеющих такие инвестиционные качества, которые даже при падающем рынке не допускают отрицательной разницы цен продажи и покупки. На российском фондовом рынке таких акций нет.

Перечисленные выше типы акций на западном фондовом рынке отличаются стабильными рыночными ценами и дивидендами.

«Гвоздь программы» – ЦБ, обладающие высокой ликвидностью.

При операциях с ними можно получить высокий доход даже от небольшого колебания цен.

На российском фондовом рынке «гвоздем программы» была государственная ЦБ – приватизационный чек (ваучер).

«Премиальные акции» – ЦБ, являющиеся лидерами по росту курсовой стоимости и имеющие максимальную разницу цен продажи и покупки.

«Обаятельные акции» – ЦБ молодых компаний, близкие по доходности к «премиальным акциям», курсовая стоимость которых быстро повышается в цене.

«Циклические акции» – ЦБ, доходность по которым меняется синхронно с деловой активностью эмитента.

«Спящие акции» – ЦБ эмитентов, имеющих большой потенциал роста, однако еще не завоевавшие рынок. Акции большого количества российских эмитентов являются «спящими».

«Дутые акции» – переоцененные ценные бумаги.

«Спекулятивные акции» – ЦБ эмитентов, недавно появившихся на рынке и не имеющих деловой репутации и истории.

Динамику котировок и предполагаемые дивидендные выплаты по таким ЦБ весьма трудно прогнозировать.

Примером спекулятивного инструмента на российском фондовом рынке были депозитарные свидетельства, или, как их еще называли, «народные ценные бумаги».

Правила игры в них определяли организации, запустившие их в оборот.

Они и получили от этих инструментов наибольшую прибыль.

«Неактивные акции» – неликвидные и неинтересные с точки зрения инвестора ЦБ.

На российском рынке такие ЦБ иногда называют «ботва».

1.5.5. Модель скоринга ценных бумаг

Понятие скоринга обозначает процесс оценивания, построения рейтинга и выделения рейтинговых классов некоторых объектов в пределах однородной группы на основе расчета комплексного оценочного показателя для каждого объекта, с учетом количественных и качественных факторов, влияющих на качество объекта, и значимости данных факторов для экспертов, лиц, принимающих решение (ЛПР).

Модели скоринга широко применяются в практике оценки инвестиционной привлекательности эмитентов.

В общем виде модель скоринга выглядит следующим образом:

$$S = \sum_{i=1}^n p_i \bar{X}_i,$$

где S – значение обобщенной оценки объекта;

\bar{X}_i – нормированные значения факторов, влияющих на анализируемую характеристику оцениваемого объекта;

p_i – веса значимости соответствующих факторов для ЛПР.

Если количество факторов, учитываемых при оценке, достаточно велико, то целесообразно объединить их в группы и подгруппы, что сделает процесс оценки факторов более удобным и понятным для экспертов.

Скоринг ЦБ является альтернативой традиционным методам финансового анализа фондовых рынков и позволяет получить единый обобщенный показатель инвестиционной привлекательности каждой ценной бумаги на основе как биржевой статистики и отчетности эмитентов, так и экспертных суждений.

Применим модель скоринга для оценки инвестиционной привлекательности ценных бумаг (акций).

Модель скоринга обеспечивает комплексный учет факторов, прямо и косвенно влияющих на привлекательность ценной бумаги, в том числе и фундаментальные показатели деятельности эмитентов:

$$J = p_d \sum_{i=1}^{N_d} p_i^d \bar{X}_i^d + p_r \sum_{i=1}^{N_r} p_i^r \bar{X}_i^r + p_L \sum_{i=1}^{N_L} p_i^L \bar{X}_i^L,$$

- где J – показатель инвестиционной привлекательности ценной бумаги;
- p_d, p_r, p_L – степени значимости для инвестора соответственно доходности, риска и ликвидности;
- $\bar{X}_i^d, \bar{X}_i^r, \bar{X}_i^L$ – нормированные значения показателей, влияющих на доходность, риск и ликвидность, соответственно;
- N_d, N_r, N_L – количество показателей, влияющих соответственно на доходность, риск, ликвидность;
- p_i^d, p_i^r, p_i^L – степень значимости i -го показателя соответствующей группы.

При оценке акций целесообразно учитывать следующие факторы:

1) влияющие на доходность – коэффициенты прибыльности и показатели P/E и P/S ;

2) влияющие на риск – коэффициенты рентабельности и финансовой независимости, вычисляемые по данным финансовой отчетности эмитента;

3) влияющие на ликвидность – отношение количества торговых дней, в которых заключались сделки по акциям, к длине анализируемого периода в днях; среднее количество сделок по акциям в день; объем торгов; количество участников фондового рынка, заключивших сделки по акциям.

Получаемый показатель инвестиционной привлекательности может служить основой построения рейтинга ценных бумаг, выделения в нем инвестиционных и неинвестиционных классов.

Модель скоринга обладает рядом преимуществ: учет в обобщенном агрегированном показателе, наряду с доходностью и риском, фактора ликвидности; исследование риска независимо от доходности ЦБ; интерпретация терпимости инвестора к риску через степени значимости доходности, риска и ликвидности.

Последнее преимущество позволяет избежать ошибок, связанных с неправильной трактовкой терпимости к риску.

Например, для консервативного инвестора, предпочитающего вкладывать средства с меньшим риском, модель скоринга может выглядеть следующим образом ($p_r > p_L > p_d$):

$$J = 0,1 \sum_{i=1}^{N_d} p_i^d \bar{X}_i^d + 0,7 \sum_{i=1}^{N_r} p_i^r \bar{X}_i^r + 0,2 \sum_{i=1}^{N_L} p_i^L \bar{X}_i^L.$$

Для агрессивного инвестора, наоборот, доходность имеет большую значимость, чем риск, а также повышается значимость ликвидности, и модель приобретает следующий вид ($p_d > p_L > p_r$):

$$J = 0,6 \sum_{i=1}^{N_d} p_i^d \bar{X}_i^d + 0,1 \sum_{i=1}^{N_r} p_i^r \bar{X}_i^r + 0,3 \sum_{i=1}^{N_L} p_i^L \bar{X}_i^L.$$

После расчета индексов инвестиционной привлекательности ЦБ строится их рейтинг, в котором выделяются классы по предлагаемым правилам таблицы 1.5.

Таблица 1.5 – Выделение рейтинговых классов ценных бумаг

<i>Значение индекса J</i>	<i>Рейтинг</i>	<i>Описание рейтингового класса</i>	<i>Торговая рекомендация</i>	<i>Степень уверенности в торговой рекомендации</i>
$0,8 \leq J \leq 1$	A	Достаточно высокий	Рекомендуется покупка ЦБ	100%
$0,6 < J < 0,8$	AB	Относительно высокий	Возможна покупка ЦБ	$(0,8 - J) / 0,2 \cdot 100\%$ – удержание $(J - 0,6) / 0,2 \cdot 100\%$ – покупка
$0,4 \leq J \leq 0,6$	B	Средний	Рекомендуется удержание ЦБ	100%
$0,2 < J < 0,4$	BC	Относительно низкий	Возможна продажа ЦБ	$(0,4 - J) / 0,2 \cdot 100\%$ – продажа $(J - 0,2) / 0,2 \cdot 100\%$ – удержание
$0 \leq J \leq 0,2$	C	Достаточно низкий	Рекомендуется продажа ЦБ	100%

Ценные бумаги класса «А» характеризуются высокими инвестиционными качествами и высокой ожидаемой доходностью.

Покупка акций рейтингового класса «AB» возможна, однако, изменяющиеся рыночные условия могут привести к частичному ухудшению их инвестиционных качеств.

Акции категории «В», находящиеся у инвестора, следует удерживать, их продажа не принесет выгоды, а сохранение их в портфеле даст некоторый доход, если же акции выставлены на продажу, то с покупкой следует повременить.

Ценные бумаги класса «ВС» следует частично продавать, их удержание с изменением рыночных условий может стать невыгодно.

Акции категории «С», рекомендуется продавать, инвестиционные качества их низкие, и вложения в них невыгодны.

При формировании портфеля ценных бумаг алгоритм работы с данной методикой экспертной оценки акций может выглядеть так. ЛПР отбирает ценные бумаги, принадлежащие классам «А», «АВ» и «В».

Остальные классы ценных бумаг не рассматриваются.

Если имеется ограничение на количество ценных бумаг в портфеле не более n , то выбираются n ценных бумаг сначала из рейтинга «А», потом из рейтинга «АВ», и если требуется дальнейшая диверсификация – из рейтинга «В».

В таблице 1.6 представлены обобщенные показатели инвестиционной привлекательности некоторых ценных бумаг (тикеры ЦБ и соответствующая информация взяты с сайта Московской биржи).

Таблица 1.6 – Расчетные данные по группам факторов инвестиционной привлекательности ценных бумаг

<i>Тикер ЦБ</i>	<i>Доходность</i>	<i>Риск</i>	<i>Ликвидность</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
LKON	0,613	0,670	0,835
MTSI	0,391	0,439	0,697
SNGS	0,821	0,596	0,750
RTKM	0,523	0,236	0,587
GAZP	0,600	0,457	0,942
ROSN	0,745	0,613	0,747
URSI	0,217	0,130	0,785
SBER	0,725	0,245	0,938
VZRZ	0,437	0,921	0,241
VTBR	0,313	0,377	0,683
AFLT	0,234	0,391	0,211

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
URKA	0,155	0,691	0,178
APTK	0,113	0,260	0,254
TGKE	0,523	0,533	0,369
TGKI	0,457	0,578	0,354
PLZL	0,941	0,634	0,591
ARSA	0,795	0,815	0,194
GMKN	0,371	0,88	0,700
CHMF	0,160	0,554	0,312

Результаты скоринга для консервативного и агрессивного инвесторов представлены в таблице 1.7.

Таблица 1.7 – Результаты скоринга ценных бумаг

<i>Тикер ЦБ</i>	<i>Для консервативного инвестора</i>		<i>Для агрессивного инвестора</i>	
	<i>Показатель инвестиционной привлекательности J</i>	<i>Рейтинговый класс</i>	<i>Показатель инвестиционной привлекательности J</i>	<i>Рейтинговый класс</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
LKON	0,697	AB	0,685	AB
MTSI	0,486	B	0,487	B
SNGS	0,649	AB	0,777	AB
RTKM	0,335	BC	0,514	B
GAZP	0,568	B	0,688	AB
ROSN	0,653	AB	0,732	AB
URSI	0,27	BC	0,379	BC
SBER	0,431	B	0,741	AB
VZRZ	0,737	AB	0,427	B
VTBR	0,432	B	0,430	B
AFLT	0,339	BC	0,243	BC
URKA	0,535	B	0,215	BC

1	2	3	4	5
АРТК	0,244	BC	0,17	C
TGKE	0,499	B	0,478	B
TGKI	0,521	B	0,438	B
PLZL	0,656	AB	0,805	A
ARSA	0,689	AB	0,617	AB
GMKN	0,793	AB	0,521	B
CHMF	0,466	B	0,245	BC

Как видно из таблицы 1.7, предпочтения инвестора оказывают важное влияние на результаты: по ряду ЦБ рейтинговые классы не совпадают.

Акции URSI, AFLT и АРТК невыгодны для инвестирования в обоих случаях и исключается из дальнейшего рассмотрения, так как отнесены к рейтинговым группам «BC» и «C».

Для получения предварительной структуры портфеля доли ЦБ (таблица 1.8) вычисляются пропорционально индексу J для эмитентов класса «A» или коэффициенту J , умноженному на степень уверенности в торговой рекомендации о покупке (обозначим его Y_i^{AB}) для бумаг класса «AB» по формуле:

$$\gamma_i^{A(AB)} = \frac{J_i^{A(AB)}}{\sum_{m=1}^s J_m^A + \sum_{k=1}^w Y_k^{AB}},$$

где γ_i^A и γ_i^{AB} – доли в портфеле i -й ЦБ, относящейся к рейтинговому классу «A» и «AB» соответственно;

J_i^A – индекс привлекательности i -й ЦБ;

s – количество ценных бумаг, относящихся к классу «A»;

J_m^A – индексы инвестиционной привлекательности ЦБ, относящихся к рейтинговому классу «A»;

w – количество ЦБ, относящихся к классу «AB».

Модель скоринга может быть использована и для поддержки принятия решений при мониторинге уже сформированного портфеля ЦБ.

Так как совокупность ЦБ, по которой строится рейтинг, часто отличается от структуры портфеля инвестора, то рекомендуется сделать из рейтинга две выборки:

- 1) ценные бумаги классов «А» и «АВ», независимо от того, содержатся ли они в настоящее время в портфеле инвестора или нет;
- 2) ЦБ классов «В» и «ВС», только если они уже содержатся в портфеле.

Таблица 1.8 – Предварительная структура портфеля ценных бумаг

<i>Тикер ценной бумаги</i>	<i>Состав портфеля консервативного инвестора, %</i>	<i>Состав портфеля агрессивного инвестора, %</i>
LKON	13,9	9,3
SNGS	6,6	21,9
GAZP	0	9,6
ROSN	7,1	15,4
SBER	0	16,6
VZRZ	20,7	0
PLZL	7,6	25,6
ARSA	12,6	1,6
GMKN	31,5	0
Итого	100	100

Из этой выборки для ценных бумаг класса «А», «АВ» и «В» при расчете приближенной структуры портфеля берутся коэффициенты J , а для эмитентов класса «ВС» коэффициенты J умножаются на степень уверенности в торговой рекомендации об удержании (обозначим его Y_i^{BC}).

Доли ценных бумаг рассчитываются по формуле:

$$\gamma_i^{A,AB,B} = \frac{J_i^{A,AB,B}}{\sum_{m=1}^s J_m^{A,AB,B} + \sum_{k=1}^w Y_k^{BC}}, \quad \gamma_i^{BC} = \frac{Y_i^{BC}}{\sum_{m=1}^s J_m^{A,AB,B} + \sum_{k=1}^w Y_k^{BC}}.$$

Рассмотренная модель скоринга имеет ряд достоинств.

Во-первых, позволяет максимально полно учесть весь спектр доступной рыночной информации без увеличения сложности решаемой позже оптимизационной задачи, так как добавление дополнительных параметров в оптимизационные модели приводит к их неразрешимости или очень сложной процедуре поиска решения.

Во-вторых, позволяет предварительно исключить из дальнейшего анализа невыгодные для вложения финансовые инструменты.

В-третьих, модель обеспечивает поддержку принятия решений, и полученные результаты могут быть пересмотрены и уточнены ЛПР.

Например, если доля какого-либо вида ценных бумаг настолько мала, что это предполагает покупку одной акции, то такую акцию можно вообще исключить из состава портфеля.

Контрольные вопросы к главе 1

1. Поясните роль государства в экономике.
2. Перечислите основные функции банков.
3. Что входит в состав инструментов финансового рынка?
4. Охарактеризуйте основные инструменты и методы политики Банка России.
5. Перечислите основные черты организованного рынка.
6. Дайте определение товарной, фондовой и валютной биржам.
7. Охарактеризуйте биржи реального товара, фьючерсные и опционные.
8. Поясните разновидности ценных бумаг, их особенности.
9. Что такое листинг и делистинг?
10. Чем отличаются производные ценные бумаги от основных?
11. Приведите классификацию участников рынка ценных бумаг.
12. Дайте характеристику структуры рынка ценных бумаг и его участникам.
13. Охарактеризуйте финансовые инструменты рынка ценных бумаг.
14. Что такое скорринг?

Задание 1.1. Имеются условные данные о валовом внутреннем продукте (ВВП) в базисный и отчетный год, денежной массе (агрегат

M2), наличных деньгах (агрегат M0), курсе рубля по отношению к доллару и доле денежного оборота в иностранной валюте на денежном рынке России. Требуется:

1. Определить показатели оборачиваемости денежной массы (количество оборотов, продолжительность одного оборота, индекс скорости обращения).
2. Индекс-дефлятор ВВП.
3. Индексы ВВП в текущих и постоянных ценах.
4. Индекс объема денежной массы и ее оборачиваемости.
5. Скорость обращения денежной массы (количество оборотов) и наличности.
6. Долю наличности в агрегате M2 и коэффициент монетаризации.
7. Абсолютное изменение скорости обращения денежной массы.
8. Изменение скорости обращения денежной массы за счет изменения количества оборотов наличных денег.
9. Изменение скорости обращения денежной массы за счет доли наличности в общем объеме денежной массы.
10. Покупательную способность рубля.
11. Индекс цен на покупку долларов США.
12. Индекс рубля по отношению к доллару США.
13. Номинальный индекс покупательной способности рубля.

Исходные данные к расчетам

№ вар	Базисный период				Отчетный период					Доля валюты (%)	Повышение цен за пер.(%)
	ВВП	M2	M0	USD/ RUR	ВВП (баз.)	ВВП (тек.ц.)	M2	M0	USD/ RUR		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.	230	55	21	68	248	540	176	64	69	23	26,3
2.	430	85	44	67	350	604	184	69	66	18	25,1
3.	330	95	48	66	233	540	276	132	69	21	24,7
4.	523	185	86	66	350	634	284	162	68	16	31,2
5.	930	335	122	68	847	1140	376	152	69	21	30,7
6.	456	185	53	67	350	634	177	73	66	17	29,2
7.	362	135	17	65	272	540	276	132	69	18	25,4
8.	423	285	86	64	350	634	284	162	69	21	27,4
9.	230	63	24	68	240	340	176	68	66	19	29,3
10.	350	85	29	67	350	634	184	69	69	15	15,7
11.	436	65	22	68	456	555	276	132	66	18	14,9
12.	523	185	86	66	350	234	284	162	69	21	19,8

Окончание таблицы

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
13.	230	55	27	68	288	477	222	82	66	16	21,3
14.	156	82	41	67	350	634	184	89	69	23	35,2
15.	367	135	56	65	246	555	299	132	68	24	38,7
16.	423	285	86	64	350	634	284	162	69	21	19,7
17.	825	205	74	65	738	1235	256	93	67	20	14,6
18.	378	104	42	64	280	456	165	49	66	19	13,3
19.	278	79	35	60	289	180	43	27	62	25	12,9
20.	730	278	97	68	233	533	176	52	66	16	11,8

РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ

2.1. НАЧИСЛЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ И ДИСКОНТИРОВАНИЕ

Занятия коммерцией (бизнесом) требуют умения правильно оценивать все возможные варианты финансовых последствий при совершении любой сделки. «Золотое правило» коммерсанта гласит, что покупать надо дешево, а продавать дорого.

Для количественных характеристик понятий «дорого» и «дешево» необходимы определенные знания в области финансовых вычислений.

В финансовых операциях суммы денег всегда связываются с конкретными моментами или периодами времени и здесь уместен афоризм «Время – деньги».

Сегодняшние деньги обладают большей ценностью, чем будущие, так как могут быть немедленно инвестированы и начать приносить доход.

Стоимость денег имеет тенденцию к снижению в результате инфляционных процессов. Поэтому при проведении финансовых операций, связанных с долгосрочными вложениями денежных средств, необходимо обязательно учитывать влияние фактора времени.

Для определения эффективности сделки наиболее часто используются две величины.

1) **Относительный рост** (интерес, *interest rate, return*, процентная ставка, рентабельность, доходность за период T , декурсивная ставка, норма доходности) характеризуют приращение капитала кредитора, отнесенное к начальному вкладу:

$$r_T = \frac{\text{Прибыль}}{\text{Вложенные средства}}$$

Простейший вид финансовой сделки (операции) – однократное предоставление в долг некоторой суммы $S(0)$ с условием, что через время T будет возвращена сумма $S(T)$. Тогда доходность за период T (эффективность сделки) определится соотношением

$$r_T = \frac{S(T) - S(0)}{S(0)} = \frac{S(T)}{S(0)} - 1.$$

2) **Относительная скидка** (дисконт, *discount rate*, учетная ставка, антисипативная ставка) характеризуют приращение капитала кредитора, отнесенное либо к конечной сумме:

$$d_T = \frac{S(T) - S(0)}{S(T)} = 1 - \frac{S(0)}{S(T)}.$$

Процентные и учетные ставки решают одни и те же задачи: определяют степень доходности при операциях наращивания или при учетных операциях.

Для учета фактора времени при анализе эффективности финансовых операций используются два метода – **наращивание** и **дисконтирование**.

Процесс увеличения денежной суммы в результате начисления процентов называется **наращиванием**.

Метод наращивания используется для определения будущего значения денежной величины:

$$S(T) = S(0)(1 + r_T).$$

Величина $(1 + r_T)$ называется **коэффициентом наращивания**, **коэффициентом рентабельности** и отражает реальную прибыль (доход), полученную за период T .

Процесс определения текущего значения денежной величины по ее известному значению в будущем называется **дисконтированием**:

$$S(0) = (1 - d_T)S(T).$$

Величина $(1 - d_T)$ называется **дисконт-фактором** (*discount factor*):

$$1 - d_T = \frac{S(0)}{S(T)} = \frac{1}{1 + r_T}.$$

➔ **Пример 2.1.** Кредит выдан на 1 год в сумме 3 млн руб. с условием возврата 4 млн руб.

Определить процентную ставку и дисконт этой операции.

Решение.

Процентная ставка этого кредита равна 33,3%, а годовой дисконт составит 25% :

$$r_T = \frac{S(T) - S(0)}{S(0)} = \frac{4 - 3}{3} = 0,333 = 33,3 \ % ;$$

$$d_T = \frac{S(T) - S(0)}{S(T)} = \frac{4 - 3}{4} = 0,25 = 25 \ % .$$

Обычно в условиях сделки указывают интерес и дисконт за базовой период, равный одному году, а соответствующие величины за фактический период T вычисляют по некоторым правилам, также оговариваемым в условиях.

На практике часто используют следующие основные схемы.

2.1.1. Простые проценты

Пусть годовая простая процентная ставка равна r_n .

Тогда по формуле простых процентов (*simple interest*) получим интерес (доходность) за период времени T лет:

$$r_T = T \cdot r_n .$$

Наращенная сумма с использованием простых процентов составит величину

$$S(T) = S(0)(1 + Tr_n) .$$

При этом надо учитывать принятые условности, иногда неявно оговариваемые в сделке.

Если длительность краткосрочного кредита (ссуды) измеряется в днях, то длительность года – также в днях, но используют либо точную длительность (365 или 366 дней), либо (более часто) приближенную (360 дней или 12 месяцев, имеющих условно равную длительность в 30 дней).

В ряде стран для удобства вычислений год делится на 12 месяцев по 30 дней в каждом (год = 360 дней). Это так называемая «**германская практика**».

«**Французская практика**» предполагает продолжительность года, равной 360 дней, но продолжительность месяцев в днях соответствует календарному исчислению.

«Английская практика» предполагает продолжительность года, равной 365 дней, а продолжительность месяцев в днях соответствует календарному исчислению.

Обычно расчеты с помощью простых процентов используется на практике за краткосрочные кредиты с периодом T меньше 1 года.

➔ **Пример 2.2.** Выдан кредит в сумме 2 млн руб. с 15.01.15 г. по 15.03.15 г. под 12% годовых (простых). Какова сумма погасительного платежа?

Решение.

Сумма погасительного платежа может быть различной в зависимости от условий сделки.

Если расчет ведется точно, то искомая сумма составит величину

$$S(T) = S(0)(1 + r_T) = 2(1 + (59/365)0,12) = 2\,038\,794 \text{ руб.}$$

(17 дней января + плюс 28 дней февраля = 15 дней марта – 1 день).

Если расчет ведется приблизительно, то получим величину

$$S(T) = 2(1 + r_T) = 2(1 + (60/360)0,12) = 2\,040\,000 \text{ руб.}$$

(30 дней февраля, 16 дней января, 15 дней марта минус 1 день).

2.1.2. Сложные проценты

При расчетах по долгосрочным кредитам, охватывающим несколько лет T , обычно используют схему сложных процентов (*compound interest*).

Тогда по формуле сложных процентов получим доходность за период времени T лет:

$$r_T = (1 + r_c)^T - 1.$$

Наращенная сумма в этом случае составит величину

$$S(T) = S(0)(1 + r_c)^T.$$

Сложные проценты – проценты, полученные на реинвестированные проценты.

Основное отличие сложных процентов от простых заключается в том, что база для начисления сложных процентов меняется от одного расчетного периода к другому (добавляется вычисление «процента на процент», происходит капитализация начисленных процентов).

На практике срок операции T может быть и нецелым числом.

➔ **Пример 2.3.** Кредит в сумме 200 тыс. руб. получен в банке под 17% годовых. Сколько денег должны выплатить банку через 6 месяцев при использовании схемы сложных процентов и при схеме простых процентов?

Решение.

При схеме сложных процентов получим

$$S(T) = 200 \cdot (1 + 0,17)^{1/2} = 216,333 \text{ тыс. руб.}$$

При схеме простых процентов выплаты составят величину

$$S(T) = 200 \cdot (1 + (0,17/2)) = 217 \text{ тыс. руб.}$$

➔ **Пример 2.4.** Клиент купил за 100 руб. бескупонную облигацию номиналом 300 руб. со сроком погашения через 2,5 года.

Чему равен сложный годовой процент этой сделки?

Решение.

Из соотношения $S(T) = S(0)(1 + r_c)^T$ имеем:

$$r_c = \sqrt[T]{\frac{S(T)}{S(0)}} - 1 = \sqrt[2,5]{\frac{300}{100}} - 1 = 0,552 = 55,2\%.$$

2.1.3. Комбинированная схема начисления процентов

Если срок T платежа превышает 1 год (период), но насчитывает нецелое число лет (периодов), то финансовые структуры иногда применяют комбинированную схему, т.е. сложные проценты – за целое число лет (периодов), простые – за остаток.

Тогда по формуле комбинированных процентов получим доходность за период времени T лет:

$$r_T = (1 + r)^{[T]}(1 + r\Delta) - 1,$$

где $\Delta = T - [T]$, $[]$ – целая часть числа.

Наращенная сумма с использованием комбинированной схемы начисления процентов составит величину

$$S(T) = S(0)(1 + r)^{[T]}(1 + r\Delta).$$

2.1.4. Многократное начисление сложных процентов

В финансовых расчетах применяются также схемы, где начисление сложных процентов производится несколько раз в году.

При этом оговариваются годовая номинальная ставка $r_{сн}$ и количество начислений m за год. Фактически за базовый период принимается $1/m$ часть года со ставкой сложных процентов $r_{сн}/m$, так что доходность за период времени T лет вычисляется по соотношению:

$$r_T = (1 + r_{сн} / m)^{Tm} - 1.$$

Наращенная сумма в этом случае составит величину

$$S(T) = S(0)(1 + r_{сн} / m)^{Tm}.$$

2.1.5. Банковское дисконтирование

Вычисление дисконта или дисконт-фактора за произвольный период времени T также производится по объявленной годичной учетной ставке (или годичному дисконту) d с использованием различных схем и с учетом либо простых, либо сложных ставок.

Банковский дисконт (*bank rate*) вычисляется по соотношению:

$$d_T = Td_n,$$

где d_n – годичный простой дисконт.

Предполагается, что $Td_n < 1$.

Данная схема часто применяется в банковских расчетах при покупке (учете) банковских краткосрочных обязательств (векселей, облигаций).

Дисконтированная (начальная, современная) сумма в этом случае составит величину $S(0) = (1 - Td_n)S(T)$.

➔ **Пример 2.5.** Тратту (переводной вексель) на сумму 100 тыс. руб. с уплатой 15 ноября владелец учел досрочно в банке 21 сентября по простой учетной ставке 8%. Определить дисконт и годовую доходность операции банка по простой ставке.

Решение.

Владелец векселя получил сумму

$$S(0) = 100000 \cdot \left(1 - \frac{55}{360} \cdot 0,08 \right) = 98777,78 \text{ руб.}$$

Дисконт (абсолютная скидка с номинала) составил величину

$$D = 100000 - 98777,78 = 1222,22 \text{ руб.}$$

Годовая доходность операции банка по простой учетной ставке составит величину

$$r_n = \frac{1222,22 \cdot 360}{98777,78 \cdot 55} = 0,0785 = 7,85 \% .$$

2.1.6. Математическое дисконтирование

В этом случае дисконт за период T вычисляется по соотношению

$$d_T = \frac{r_T}{1 + r_T},$$

где r_T вычисляется для конкретной используемой схемы (для простых процентов $r_T = Tr_n$, а при сложных процентах $r_T = (1 + r_c)^T - 1$).

При расчете по сложным процентам математический дисконт-фактор за T лет легко выражается через годичный коэффициент наращения и дисконт-фактор:

$$1 - d_T = \frac{1}{(1 + r_c)^T} = (1 - d_c)^T .$$

Дисконтированная (начальная, современная) сумма в этом случае составит величину $S(0) = (1 - d_T)S(T) = (1 - d_c)^T S(T)$.

Примечание. Поскольку при $T \cdot d < 0,1$ величина $(1 - d)^T = 1 - Td$ с точностью до 1%, то при малых Td банковский учет дает почти тот же результат, что и математически строгий.

➔ **Пример 2.6.** Вексель, до погашения которого оставалось два года, учтен с дисконтом 36%. Какой сложной годовой учетной ставке соответствует этот дисконт?

Решение.

По условию задачи имеем соотношение $\frac{S(0)}{S(T)} = 0,64$.

Тогда $d_c = 1 - \sqrt[T]{\frac{S(0)}{S(T)}} = 1 - \sqrt{0,64} = 0,2 = 20 \% .$

2.1.7. Многократное математическое дисконтирование

Иногда применяют схему дисконтирования несколько раз в течение года. Оговариваются номинальный дисконт (годовая учетная ставка) $d_{сн}$ и число пересчетов в году m .

Тогда относительный дисконт за период времени T лет:

$$d_T = 1 - \left(1 - \frac{d_{сн}}{m}\right)^{Tm}.$$

Дисконтированная сумма в этом случае: $S(0) = S(T) \left(1 - \frac{d_{сн}}{m}\right)^{Tm}$.

2.1.8. Непрерывная ставка и дисконт

Начисление процентов на первоначальный капитал (или дисконтирование сумм) может производиться так часто, что этот процесс можно рассматривать как непрерывный.

В этом случае используют **непрерывные проценты**. Их суть заключается в том, количество m периодов наращения (начислений) стремится к бесконечности, а временной интервал между периодами – к нулю.

При $m \rightarrow \infty$ из формулы многократного начисления сложных процентов $r_T = (1 + r_{сн} / m)^{Tm} - 1$ можно получить предельное выражение

$$r_T = e^{r_H T} - 1. \quad r_H = r_{сн}.$$

Сложные номинальные проценты здесь можно трактовать как годовые непрерывно начисляемые проценты r_H .

В этом случае накопленная за любое время T сумма определяется соотношением

$$S(T) = S(0) \exp(r_H T).$$

Дисконтированная сумма составит величину

$$S(0) = S(T) \exp(-r_H T).$$

В общем случае можно предполагать, что накапливаемые суммы непрерывно меняются во времени.

Если $S(t)$ – сумма в любой момент времени t , то ее скорость роста

$$\frac{dS(t)}{dt} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{S(t + \Delta) - S(t)}{\Delta}.$$

Отношение скорости роста к текущему значению суммы называется **силой роста**, интереса (*force of interest*):

$$r(t) = \frac{1}{S(t)} \frac{dS(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \ln S(t).$$

Сила роста является производной натурального логарифма изменяющейся суммы $S(t)$. Если сила роста $r(t)$ задана, то можно найти накопленную за любое время T сумму:

$$S(T) = S(0) \exp\left(\int_0^T r(t) dt\right).$$

Коэффициент рентабельности сделки за время T определяется выражением $1 + r_T = \exp\left(\int_0^T r(t) dt\right)$.

При $r(t) = r_H = \text{const}$ получаем, что $1 + r_T = \exp(r_H T)$.

Примечание. При малых r_H (до 10%) сила роста и сложная годовая ставка совпадают с точностью до 0,01: $r_H = r_c$ (рисунок 2.1).

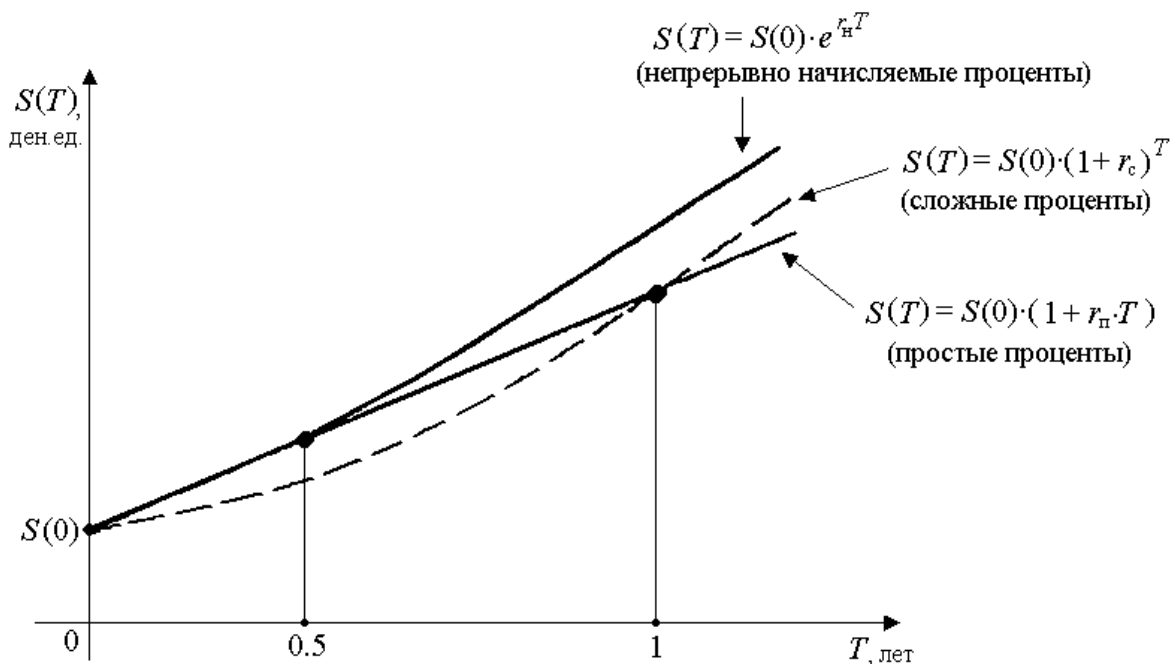


Рисунок 2.1 – Изменения величины вклада при различных схемах начислений

Для дисконт-фактора имеем соотношение

$$1 - d_T = \frac{S(0)}{S(T)} = \exp\left(-\int_0^T r(t)dt\right).$$

При $r(t) = r_H = \text{const}$ получаем, что

$$1 - d_T = \exp(-r_H T).$$

Если начисления выполняются m раз в году, то непрерывно начисляемый процент определяется выражением

$$r_H = m \cdot \ln(1 + r/m),$$

а годовая номинальная ставка вычисляется по формуле

$$r_{сн} = m(\exp(r_H / m) - 1).$$

2.1.9. Изменяющиеся во времени процентные ставки

В кредитных соглашениях иногда предусматриваются изменяющиеся во времени процентные ставки.

1. Для простых процентов наращенная к концу срока сумма определится следующим образом:

$$S(T) = S(0)(1 + T_1 r_1 + T_2 r_2 + \dots + T_N r_N) = S(0)\left(1 + \sum_{i=1}^N T_i r_i\right),$$

где $T = \sum_{i=1}^N T_i$, T_i – продолжительность i -го периода;

r_i – ставка простых процентов в периоде i ($i = \overline{1, N}$).

Если применяется последовательное повторение наращения, т.е. реинвестирование (*rollover*), полученных на каждом этапе средств по простым процентам, то наращенная для всего срока сумма составит

$$S(T) = S(0)(1 + T_1 r_1)(1 + T_2 r_2) \dots (1 + T_N r_N),$$

где r_i – ставки реинвестирования в периоде i ($i = \overline{1, N}$).

Если периоды начисления и ставки не изменяются во времени, то в этом случае получим сумму

$$S(T) = S(0)(1 + T r_n)^N \quad (N - \text{количество реинвестиций}).$$

2. Для сложных процентов наращенная к концу срока сумма определится следующим образом:

$$S(T) = S(0)(1 + r_1)^{T_1} (1 + r_2)^{T_2} \dots (1 + r_N)^{T_N},$$

где r_i – ставка сложных процентов в периоде i ($i = \overline{1, N}$),

T_i – продолжительность i -го периода.

2.1.10. Расчеты в потребительском кредите

В потребительском кредите часто проценты начисляются на всю сумму кредита и присоединяются к основному долгу уже в момент открытия кредита (т.е. имеем разовое начисление простых процентов).

Погашение долга с процентами производится частями на протяжении всего срока кредита.

В этом случае долг составляет величину

$$S(T) = S(0)(1 + Tr),$$

а величина разового погасительного платежа S_{ed} составит

$$S_{ed} = \frac{S(T)}{mT},$$

где T – срок кредита в годах;

m – число платежей (равными суммами) в году.

При такой схеме возврата кредита его действительная стоимость превышает договорную процентную ставку.

➔ **Пример 2.7.** Телевизор ценой 6,0 тыс. рублей продается в кредит на два года под 10% годовых (простые проценты). Погасительные платежи вносятся через каждый квартал.

Определить размер разового погасительного платежа.

Решение.

Сумма погашения за весь срок кредита, равна:

$$S(T) = S(0)(1 + T \cdot r) = 6(1 + 2 \cdot 0,1) = 7,2 \text{ тыс. рублей.}$$

Разовый квартальный платеж равен:

$$S_{кв} = \frac{7,2}{4 \cdot 2} = 900 \text{ рублей.}$$

2.2. СБАЛАНСИРОВАННОСТЬ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ

Необходимым условием любой финансовой сделки является сбалансированность вложений и отдачи.

Пусть ссуда в размере $S(0)$ выдана на срок T .

На протяжении этого срока в счет погашения задолженности производятся, допустим, два платежа S_1 и S_2 , а в конце срока выплачивается остаток задолженности в сумме S_3 .

Все эти действия удобно изобразить в виде контура операции (для той или иной схемы начисления процентов) (рисунок 2.2).

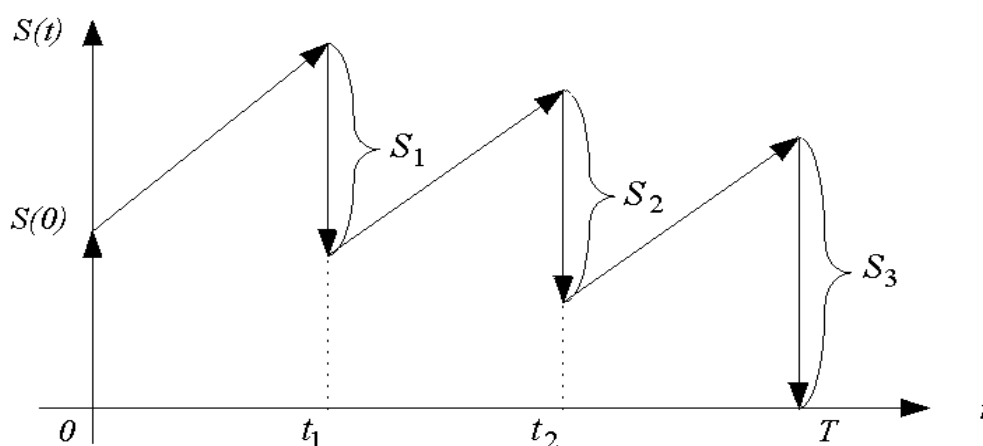


Рисунок 2.2 – Контур операции погашения ссуды по простым процентам

Сбалансированная операция обязательно имеет замкнутый контур, т.е. последняя выплата полностью покрывает остаток задолженности. В этом случае совокупность платежей точно соответствует условиям сделки.

Для рисунка 2.2 имеем соотношения для остатков задолженностей:

$$S(t_1) = S(0)(1 + t_1 r_n) - S_1;$$

$$S(t_2) = S(t_1)(1 + (t_2 - t_1)r_n) - S_2;$$

$$S_3 = S(t_2)(1 + (T - t_2)r_n).$$

При последовательности частичных платежей надо решить вопрос о том, какую сумму надо брать за базу для расчета процентов и каким путем определить остаток задолженности.

Существуют два метода решения этой задачи:

- 1) актуарный метод (обычно со сроком более года);
- 2) правило торговца (сделки со сроком не более года).

Актуарный метод предполагает последовательное начисление процентов на фактические суммы долга. Частичный платеж идет в первую очередь на погашение процентов, начисленных на дату платежа.

Если величина платежа превышает сумму начисленных процентов, то разница идет на погашение основной суммы долга.

Непогашенный остаток долга служит базой для начисления процентов за следующий период и т.д.

Если же частичный платеж меньше начисленных процентов, то никакие зачеты в сумме долга не делаются.

Такое поступление приплюсовывается к следующему платежу.

По правилу торговца если срок ссуды не превышает год, то сумма долга с начисленными за весь срок процентами остается неизменной до полного погашения. Параллельно идет накопление частичных платежей с начисленными на них до конца срока процентами.

Последний взнос должен сбалансировать долг и платежи (рисунок 2.3).

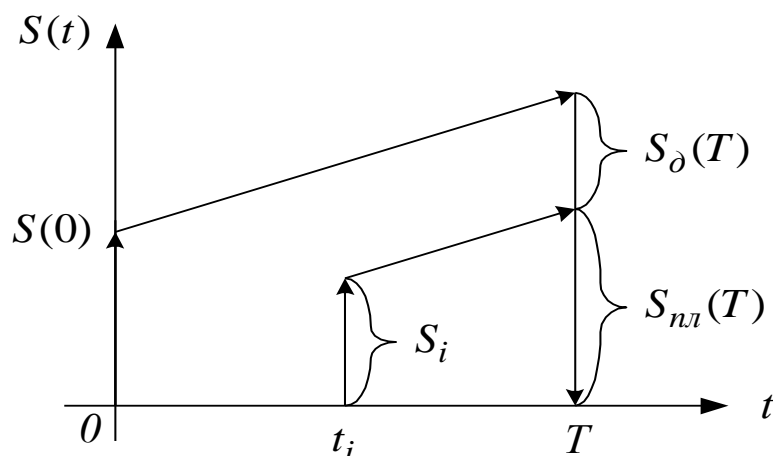


Рисунок 2.3 – **Контур операции частичных платежей по правилу торговца**

В случае, когда срок превышает год, указанные выше расчеты делаются для годового периода задолженности. В конце года из суммы задолженности вычитается наращенная сумма накопленных частичных платежей. Остаток погашается в следующем году.

Алгоритм правила торговца для простых процентов можно записать следующим образом:

$$S_{\partial} = S(T) - S_{nl}(T) = S(0)(1 + Tr_n) - \sum_{i=1}^N S_i(1 + T_i r_n),$$

где S_{∂} – остаток долга на конец срока ссуды (или года);
 $S(T)$, $S_{nl}(T)$ – наращенные суммы долга и платежа;
 S_i – сумма i -го частичного платежа i ($i = \overline{1, N}$);
 T_i – время от момента i -го платежа до конца срока ссуды;
 T – общий срок ссуды.

Заметим, что для одних и тех же данных актуарный метод часто дает несколько более высокие результаты, чем правило торговца.

Прямые и обратные финансовые задачи

При разработке условий финансовых сделок часто необходимо рассчитать продолжительность контракта или уровня процентной ставки.

При известных величинах $S(0)$ и $S(T)$ и использовании схемы сложных процентов можно получить зависимости срока платежа (таблица 2.1) и необходимой ставки (таблица 2.2) для различных условий наращения процентов и дисконтирования.

Таблица 2.1 – Зависимости срока платежа для различных условий наращения процентов и дисконтирования

<i>№ n/n</i>	<i>Условия наращения процентов и дисконтирования</i>	<i>Формула расчета</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
1	При сложной годовой ставке r_c	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(T)}{S(0)}\right)}{\ln(1 + r_c)}$
2	При номинальной (годовой) ставке $r_{сн}$ и начислении процентов m раз в году	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(T)}{S(0)}\right)}{m \ln\left(1 + \frac{r_{сн}}{m}\right)}$

1	2	3
3	При дисконтировании по сложной годовой учетной ставке d_c	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{S(T)}\right)}{\ln(1 - d_c)}$
4	При дисконтировании m раз в году по номинальной учетной ставке $d_{сн}$	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{S(T)}\right)}{m \ln\left(1 - \frac{d_{сн}}{m}\right)}$
5	При наращении по схеме непрерывных процентов	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(T)}{S(0)}\right)}{r_H}$

Таблица 2.2 – Зависимости для расчета ставки при различных условиях наращения процентов и дисконтирования

№ n/n	Условия наращения процентов и дисконтирования	Формула расчета
1	При наращении процентов по сложной годовой ставке	$r_c = \sqrt[T]{\frac{S(T)}{S(0)}} - 1$
2	При наращении процентов по номинальной ставке m раз в году	$r_{сн} = m \left(\sqrt[mT]{\frac{S(T)}{S(0)}} - 1 \right)$
3	При дисконтировании по сложной учетной ставке	$d_c = 1 - \sqrt[T]{\frac{S(0)}{S(T)}}$
4	При дисконтировании по номинальной учетной ставке	$d_{сн} = m \left(1 - \sqrt[mT]{\frac{S(0)}{S(T)}} \right)$
5	При наращении по схеме непрерывных процентов	$r_H = \frac{\ln\left(\frac{S(T)}{S(0)}\right)}{T}$

➔ **Пример 2.8.** Определить время, необходимое для увеличения первоначального капитала в три раза, используя простую и сложную процентные ставки, равные 10% годовых.

Решение.

Из соотношений

$$S(T) = S(0)(1 + T_n r_n); \quad S(T) = S(0)(1 + r_c)^{T_c}$$

определим:

$$T_n = \frac{S(T) - S(0)}{S(0)r_n} = \frac{3 - 1}{0,1} = 20 \text{ лет.}$$

$$T_c = \frac{\ln 3}{\ln(1 + r_c)} = \frac{1,09861}{0,0953102} = 11,56 \text{ года.}$$

Налогообложение доходности финансовых операций

Часто накопленные суммы по процентам облагаются **налогом**, что уменьшает наращенную сумму.

Если ставка налога на простые проценты равна W , то наращенная сумма с учетом выплаты налогов составит величину

$$\begin{aligned} S_W(T) &= S(T) - [S(T) - S(0)]W = \\ &= S(T)(1 - W) + S(0)W = S(0)[1 + T(1 - W)r_n]. \end{aligned}$$

Учет налога сводится к соответствующему сокращению процентной ставки: вместо ставки r_n фактически применяется ставка $(1 - W)r_n$.

При начислении налога на сложные проценты (в долгосрочных операциях) возможны следующие варианты:

- 1) налог начисляется на весь срок сразу (на всю сумму процентов);
- 2) налог начисляется последовательно (в конце каждого года).

В первом случае сумма налога равна $S(0)[(1 + r_c)^T - 1]W$, а наращенная сумма после выплаты налога

$$\begin{aligned} S_W(T) &= S(T) - (S(T) - S(0))W = \\ &= S(T)(1 - W) + S(0)W = S(0)[(1 - W)(1 + r_c)^T + W]. \end{aligned}$$

Во втором случае сумма налога определяется за каждый истекший год и является переменной величиной, так как сумма процентов увеличивается во времени.

Но сумма налогов за весь срок не зависит от метода начисления.

Налог S_{Wt} за год t можно найти с помощью следующего рекуррентного соотношения

$$S_{Wt} = (S(t) - S(t-1))W = S(0)[(1+r_c)^t - (1+r_c)^{t-1}]W.$$

➔ **Пример 2.9.** Вкладчик положил в банк 1 тыс. руб. на три года под 30% годовых. Ставка налога на проценты составляет 10%.

Какую сумму получит вкладчик?

Решение.

1. При начислении простых процентов:

$$S(T) = S(0)(1 + Tr_n) = 1000(1 + 3 \cdot 0,3) = 1900 \text{ руб.}$$

$$S_W(T) = S(0)[1 + T(1 - W)r_n] = 1000[1 + 3 \cdot 0,9 \cdot 0,3] = 1810 \text{ руб.}$$

Сумма налога составит $(1900 - 1000) \cdot 0,1 = 90$ руб.

2. При начислении сложных процентов

$$S(T) = S(0)(1 + r_c)^T = 1000(1 + 0,3)^3 = 2197 \text{ руб.}$$

$$S_W(T) = S(0)[(1 - W)(1 + r_c)^T + W] = 1000[(1 - 0,1)(1 + 0,3)^3 + 0,1] = 2077,3 \text{ руб.}$$

Сумма налога равна 119,7 руб.

При этом за первый год выплачивается сумма

$$S_{W1} = 1000[(1 + 0,3)^1 - (1 + 0,3)^0]0,1 = 30 \text{ руб.};$$

за второй год:

$$S_{W2} = 1000[1,3^2 - 1,3]0,1 = 39 \text{ руб.};$$

за третий год:

$$S_{W3} = 1000[1,3^3 - 1,3^2]0,1 = 50,7 \text{ руб.}$$

2.3. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ПРОЦЕНТНЫХ И УЧЕТНЫХ СТАВОК

2.3.1. Соотношения эквивалентности ставок

Ставки называются **эквивалентными**, если они дают одинаковые финансовые результаты.

Формулы эквивалентности различных ставок во всех случаях можно получить, исходя из равенства взятых попарно множителей наращенной суммы (или дисконтирования) из общих соотношений:

$$S(T) = S(0)(1 + r_T)^T; \quad S(0) = (1 - d_T)^T S(T).$$

1. Определим соотношение эквивалентности между простой и сложной ставками наращенной суммы. Для этого приравняем друг к другу соответствующие множители наращенной суммы:

$$(1 + Tr_n) = (1 + r_c)^T,$$

где r_n , r_c – ставки простых и сложных процентов.

Приведенное равенство предполагает, что начальные и наращенные суммы при применении этих двух видов ставок идентичны.

Из приведенного уравнения получаем отношения эквивалентности ставок

$$r_n = \frac{(1 + r_c)^T - 1}{T}; \quad r_c = \sqrt[T]{1 + Tr_n} - 1.$$

➔ **Пример 2.10.** Какой сложной годовой ставкой можно заменить в контракте со сроком 580 дней, простую ставку 18%, не изменяя финансовых последствий для участвующих сторон?

Решение.

Отношение эквивалентности ставок дает результат:

$$r_c = \sqrt[T]{1 + Tr_n} - 1 = \sqrt[365]{1 + \frac{580}{365} \cdot 0,18} - 1 = 0,1715 = 17,15\%.$$

2. Эквивалентность простых ставок (учетной и наращенной).

Если временные базы ставки наращенной суммы и учетной ставки одинаковы ($T_{год} = 360$ или 365 дней), то

$$r_n = \frac{d_n}{1 - Td_n}; \quad d_n = \frac{r_n}{1 + Tr_n},$$

где T – срок в годах;
 r_n – простая ставка наращенная;
 d_n – простая учетная ставка.

Пусть срок ссуды $t_{\text{дн}}$ измеряется в днях. Тогда

$$T = \frac{t_{\text{дн}}}{T_{\text{год}}}.$$

В этом случае соотношения эквивалентности будут иметь вид:
 Временные базы одинаковы и равны 360 дней:

$$r_n = \frac{360d_n}{360 - t_{\text{дн}}d_n}; \quad d_n = \frac{360r_n}{360 + t_{\text{дн}}r_n}.$$

Если при начислении процентов принята база $T_{\text{год}} = 365$, а для учетной ставки $T_{\text{год}} = 360$ дней, то

$$r_n = \frac{365d_n}{360 - t_{\text{дн}}d_n}; \quad d_n = \frac{360r_n}{365 + t_{\text{дн}}r_n}.$$

➔ **Пример 2.11.** Вексель учтен за год до даты его погашения по учетной ставке 15%. Какова доходность учетной операции в виде простой процентной ставки?

Решение.

Имеем соотношение

$$r_n = \frac{d_n}{1 - Td_n} = \frac{0,15}{1 - 0,15} = 0,1765 = 17,65 \%$$

То есть операция учета по простой учетной ставке 15% годовых дает тот же доход, что и наращение по простой процентной ставке 17,65%.

3. Эквивалентность простых, сложных и номинальных ставок характеризуется следующими соотношениями:

$$r_n = \frac{\left(1 + \frac{r_{\text{сн}}}{m}\right)^{mT} - 1}{T}; \quad r_{\text{сн}} = m(mT\sqrt[1+Tr_n]{1 - 1})$$

$$d_n = \frac{1 - (1 + r_c)^{-T}}{T}; \quad r_c = -1/T\sqrt[1 - Td_n]{1 - 1}$$

$$d_n = \frac{1 - \left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right)^{-mT}}{T}; \quad r_{CH} = m \cdot \left({}^{-1/(m \cdot T)} \sqrt[1 - Td_n]{-1} \right);$$

$$r_c = \left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right)^m - 1; \quad r_{CH} = m \left(m \sqrt[1 + r_c]{-1} \right);$$

$$r_c = \frac{d_c}{1 - d_c}; \quad d_c = \frac{r_c}{1 + r_c}; \quad r_c - d_c = r_c \cdot d_c.$$

4. Эквивалентность сложных дискретных и непрерывных ставок

$$r_c = e^{r_H} - 1; \quad r_H = \ln(1 + r_c); \quad r_{CH} = m \cdot (e^{r_H/m} - 1);$$

$$r_H = m \cdot \ln\left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right); \quad r_H = -\ln(1 - d_c); \quad d_c = 1 - e^{-r_H}.$$

➔ **Пример 2.12.** Ценная бумага обеспечивает 10% годовых с поквартальными начислениями. Какая величина непрерывно начисляемого процента соответствует данному уровню доходности?

Решение.

Отношение эквивалентности ставок дает результат:

$$r_H = m \cdot \ln\left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right) = 4 \ln(1 + 0,1/4) = 0,09877.$$

➔ **Пример 2.13.** Непрерывно начисляемый процент равен 10%. Определить годовую номинальную ставку, если начисления производятся поквартально.

Решение.

Отношение эквивалентности ставок дает результат:

$$r_{CH} = m \cdot (e^{r_H/m} - 1) = 4(\exp(0,1/4) - 1) = 0,10126 = 10,126\%.$$

➔ **Пример 2.14.** Доходность кредита (вложений) должна составлять 24% годовых. Каков должен быть размер номинальной ставки при начислении процентов ежемесячно, поквартально?

Решение.

При ежемесячной капитализации

$$r_{CH} = m \cdot (m \sqrt[1 + r_c]{-1} - 1) = 12 \cdot (12 \sqrt[1,24]{-1} - 1) = 0,217 = 21,7\%.$$

При поквартальном начислении процентов:

$$r_{CH} = 4(\sqrt[4]{1,24} - 1) = 0,221 = 22,1 \% .$$

➔ **Пример 2.15.** Какая непрерывная ставка заменит поквартальное начисление процентов по номинальной ставке 20%?

Решение.

$$r_H = m \cdot \ln \left(1 + \frac{r_{CH}}{m} \right) = 4 \cdot \ln \left(1 + \frac{0,2}{4} \right) = 0,1952 = 19,52 \% .$$

➔ **Пример 2.16.** В долг на 1,5 года выдано 2 млн руб. с условием возврата 3 млн руб. Какова сложная годовая ставка в этой сделке?

Решение.

Вычислим сложную годовую ставку операции

$$r_C = (3/2)^{1/1,5} - 1 = 0,31 = 31\% .$$

2.3.2. Эффективная ставка

Для сравнения различных сделок по их эффективности используется один измеритель – эффективная ставка.

Эффективной $r_{\text{Э}}$ называется годовая ставка сложных процентов, дающая то же соотношение между выданной суммой $S(0)$ и суммой $S(T)$, которая получена при любой схеме выплат.

Общая формула эффективной ставки следует из определения

$$(1 + r_{\text{Э}})^T = \frac{S(T)}{S(0)} .$$

Отсюда

$$r_{\text{Э}} = \left(\frac{S(T)}{S(0)} \right)^{\frac{1}{T}} - 1 .$$

При оценке эффективности сделок, определенных с помощью процентных или учетных ставок, значения суммы начального или конечного платежа несущественны. Эффективная ставка непосредственно определяется заданием интереса (или дисконта) и схемой начислений.

➔ **Пример 2.17.** Клиент дал в долг 2000 руб. с условием возврата 3200 руб. через 2,5 года. Какова эффективность этой сделки?

Решение.

Вычислим эффективную ставку операции

$$r_{\text{Э}} = r_c = \sqrt[T]{\frac{S(T)}{S(0)}} - 1 = \sqrt[2,5]{\frac{3200}{2000}} - 1 = 0,207 = 20,7\%.$$

Для расчета эффективной ставки основных схем начислений имеем следующие формулы.

1. При начислении по простым процентам:

$$r_{\text{Э}} = (1 + Tr_n)^{1/T} - 1.$$

2. При схеме сложных процентов с капитализацией m раз в год:

$$r_{\text{Э}} = \left(1 + \frac{r_{\text{сн}}}{m}\right)^m - 1.$$

3. При учете по банковскому дисконту:

$$r_{\text{Э}} = (1 - Td_n)^{-1/T} - 1.$$

4. При учете по математическому дисконту с дисконтированием m раз в год:

$$r_{\text{Э}} = \left(1 - \frac{d_{\text{сн}}}{m}\right)^{-m} - 1.$$

Расчет эффективной ставки $r_{\text{Э}}$ – один из основных инструментов финансового анализа.

Знание этой величины позволяет сравнивать между собой сделки, построенные по различным схемам: чем выше эффективная ставка, тем (при прочих равных условиях) выгоднее сделка для кредитора.

В частности, при одинаковой номинальной ставке процента эффективная ставка при начислениях по схеме простых процентов выше, чем при начислениях по схеме сложных процентов, если период начислений меньше года, и ниже, если период начисления больше года.

Эффективная ставка при комбинированной схеме начислений всегда превосходит номинальную, если число лет не является целым.

2.4. СПОТОВАЯ И ФОРВАРДНАЯ ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ

В один и тот же момент на фондовом рынке присутствуют облигации, до погашения которых остается различное время.

Поэтому можно построить график зависимости доходности ценных бумаг в зависимости от срока, остающегося до их погашения.

Такой график называется **кривой доходности** (*yield curve*).

Аналогичную картину можно увидеть и в банковских ставках.

Различают спотовую (текущую) и форвардную процентную ставку.

Спотовая процентная ставка для периода в N лет – это ставка для бескупонной облигации, до погашения которой остается N лет.

График, который отражает зависимость между существующими спотовыми ставками и временем до погашения облигации, называется **кривой доходности спот**.

Любую купонную облигацию можно представить как совокупность бескупонных облигаций, выпущенных на сроки, соответствующие срокам погашения купонов и самой облигации (номинал бескупонных облигаций равен стоимостям купонов и нарицательной (номинальной) стоимости облигации).

Располагая данными о ставках спот за $(N - 1)$ период начислений процентов и цене купонной облигации, можно рассчитать теоретическую ставку спот для N -го периода по соотношению

$$C_{обл} = \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{(1+r_i)^i} + \frac{H}{(1+r_N)^N},$$

где C_i – i -й купон облигации (N периодов);

$C_{обл}$ – цена купонной облигации;

H – номинал купонной облигации;

r_1, r_2, \dots, r_{N-1} – известные ставки спот для соответствующих периодов;

r_N – ставка спот, величину которой требуется рассчитать.

Форвардная процентная ставка – это ставка для периода времени в будущем, которая определяется ставкой спот.

➔ **Пример 2.18.** Ставка спот на один год составляет 10%, на два – 11%. Купонная облигация с номиналом 1000 руб. и ежегодно оплачиваемым купоном 8%, до погашения которой остается три года, продается по цене 916 руб. Определить ставку спот для трех лет.

Решение.

Для цены купонной облигации имеем соотношение

$$916 = 80/(1 + 0,1) + 80/(1 + 0,11)^2 + 1080/(1 + r_3)^3,$$

где r_3 – теоретическая ставка спот для трех лет.

Решив уравнение, получим

$$r_3 = 0,115 = 11,5\%.$$

→ **Пример 2.19.** Ставка спот на один год составляет 15%, на два – 18%. Определить форвардную ставку для второго года, т.е. ставку спот, которая будет на рынке через год для бескупонной облигации, выпущенной на год (например, номиналом 3 млн руб.).

Решение.

Если инвестор покупает бескупонную облигацию, выпущенную на два года с номиналом 3 млн руб., то он платит за нее

$$3/(1,18)^2 = 2,155 \text{ млн руб.}$$

Инвестор может выбрать другую стратегию, купить, например, на те же 2,155 млн руб. облигации со сроком погашения один год, а затем реинвестировать полученные от погашения облигации средства еще на один год.

Возникает вопрос: под какой процент ему следует реинвестировать средства на второй год, чтобы финансовые результаты обеих стратегий были одинаковы в конце второго года?

Имеем соотношение

$$3,0 = 2,155(1 + 0,15)(1 + r_f).$$

Получаем

$$r_f = (1 + r_2)^2/(1 + r_1) - 1 = (1,18)^2/(1,15) - 1 = 0,21 = 21\%.$$

Это и есть форвардная ставка для второго года.

Уравнение для определения форвардной ставки в общей форме можно записать так:

$$r_f = \frac{(1 + r_N)^N}{(1 + r_{N-1})^{N-1}} - 1,$$

где r_f – форвардная ставка для периода $N - (N - 1)$;

r_{N-1}, r_N – ставки спот, соответственно, для периодов $N - 1$ и N .

2.5. РАСЧЕТЫ В УСЛОВИЯХ ИНФЛЯЦИИ

Инфляция характеризуется двумя основными параметрами:

1) уровнем (темпом) инфляции и 2) индексом инфляции.

Уровень инфляции (темп инфляции) за период времени T показывает, **насколько** выросли цены за рассматриваемый период времени:

$$r_{uT} = \frac{C(T) - C(0)}{C(0)}.$$

Здесь $C(T)$ – цена какого-либо товара в начальный момент времени T .
 $C(0)$ – цена какого-либо товара в момент времени T .

Индекс инфляции (индекс цен) I_{uT} за период времени T показывает, **во сколько** раз выросли цены за рассматриваемый период времени T и вычисляется по соотношению

$$I_{uT} = 1 + r_{uT}.$$

Среднегодовой индекс инфляции I_u определяется на основе величины I_{uT} по соотношению:

$$I_u = \sqrt[T]{I_{uT}}.$$

Среднегодовой темп инфляции r_u определяется через индекс I_{uT} по соотношению

$$r_u = \sqrt[T]{I_{uT}} - 1.$$

Поскольку инфляция является цепным процессом (цены в текущем периоде повышаются на величину r_{ut} относительно уровня, сложившегося в предыдущем периоде), то индекс цен за несколько таких периодов равен произведению цепных индексов цен:

$$I_{uT} = \prod_{t=1}^T (1 + r_{ut}).$$

Если r_u – постоянный темп инфляции за период (год), то за T таких периодов получим:

$$I_{uT} = (1 + r_u)^T.$$

➔ **Пример 2.20.** Последовательный прирост цен по полугодиям составил соответственно 25%, 20%, 18%.

Чему равен темп инфляции и индекс цен за полтора года?

Решение.

Индекс цен за полтора года составит величину

$$(1,25)(1,2)(1,18) = 1,77.$$

А ожидаемый (или прогнозируемый) темп инфляции за полтора года составит 77%.

➔ **Пример 2.21.** Чему равен годовой темп инфляции при 10%-ом месячном темпе инфляции?

Решение.

При 10% -ом месячном темпе инфляции цены за год увеличатся в

$$I_{uT} = (1,1)^{12} = 3,14 \text{ раза.}$$

То есть годовой темп инфляции составит 214% (а не 120% !).

➔ **Пример 2.22.** За год инфляция составила 16%.

Какова среднемесячная инфляция?

Решение.

$$r_{u(T=мес)} = (1 + r_u)^T - 1 = (1 + 0,16)^{1/12} - 1 = 0,012445 = 1,2445 \text{ \%}.$$

Покупательная способность денег $I_{ден}$ обратно пропорциональна индексу инфляции (индексу цен):

$$I_{ден} = 1/I_{uT}.$$

Изменение покупательной способности денег за некоторый период времени и измеряется с помощью соответствующего индекса $I_{ден}$.

Пусть $S(T)$ – наращенная сумма денег, измеренная по номиналу.

Эта же сумма, но с учетом ее обесценивания составит величину

$$S_u(T) = S(T) \cdot I_{ден} = \frac{S(T)}{I_{uT}}.$$

Если наращение денег производится по простой ставке, то имеем:

$$S_u(T) = S(0) \frac{1 + Tr_n}{I_{uT}} = S(0) \frac{1 + Tr_n}{(1 + r_u)^T}.$$

Увеличение наращенной суммы с учетом сохранения покупательной способности денег имеет место тогда, когда $1 + Tr_n > I_{uT}$.

Наращение будет компенсировать инфляцию при схеме простых процентов только в случае, если процентная ставка превосходит минимально допустимую (барьерную) ставку, получаемую из соотношения

$$r_{кр.п} = \frac{I_{uT} - 1}{T}.$$

Если используются сложные проценты, то имеем (рисунок 2.4):

$$S_u(T) = S(0) \frac{(1 + r_c)^T}{I_{uT}} = S(0) \left(\frac{1 + r_c}{1 + r_u} \right)^T.$$

Для сложных процентов барьерная минимальная ставка $r_{кр.с} = r_u$.

Нейтрализовать инфляционный фактор можно за счет соответствующей банковской ставки.

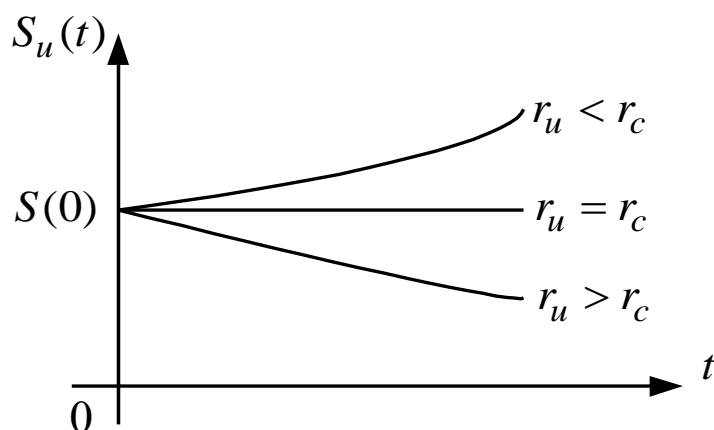


Рисунок 2.4 – Наращение исходной суммы при различных сочетаниях сложной процентной ставки и темпа инфляции

Один из методов уменьшения воздействия инфляции и компенсации потерь от снижения покупательной способности денег — **индексация процентной ставки** в соответствии с темпом инфляции. Величину корректировки целесообразно специально оговаривать в контракте.

Ставку, скорректированную на инфляцию, часто называют **брутто-ставкой** (термин, позаимствованный из теории страховых расчетов).

При полной компенсации инфляции за счет брутто-ставки при начислении простых процентов ее величину $r_{\bar{b}c}$ находят из соотношения.

$$1 + Tr_{\bar{b}c} = (1 + Tr_n)I_{uT} = (1 + Tr_n)(1 + r_u)^T.$$

Отсюда $r_{\bar{b}c} = \frac{(1 + Tr_n)I_{uT} - 1}{T}$.

Величину брутто-ставки для наращенного по сложной ставке процента находим из равенства $1 + r_{\bar{b}c} = (1 + r_c)(1 + r_u)$.

Отсюда $r_{\bar{b}c} = r_c + r_u + r_c r_u$.

На практике ставку, скорректированную на темп инфляции, часто рассчитывают проще: $r_{\bar{b}c} = r_c + r_u$.

Это дает некоторую ошибку не в пользу вкладчика.

Можно решать и обратные задачи.

Если $r_{\bar{b}c}$ – объявленная норма доходности (брутто-ставка), то реальная ставка процента r_n (доходность с учетом инфляции) может быть определена при начислении простых процентов из соотношения

$$r_n = \frac{1}{T} \left(\frac{1 + Tr_{\bar{b}c}}{I_{uT}} - 1 \right).$$

При наращении по сложным процентам аналогичный показатель определяется из соотношения $r_c = \frac{1 + r_{\bar{b}c}}{1 + r_u} - 1$.

➔ **Пример 2.23.** Номинальная банковская ставка составляет 15% годовых. Уровень инфляции составил 9% за 9 месяцев. Какова должна быть брутто-ставка при использовании схем простых и сложных процентов?

Решение.

Имеем $r = 0,15$; $r_u = 0,09$; $T = 0,75$.

Тогда при использовании схемы простых и сложных процентов

$$\begin{aligned} r_{\bar{b}c} &= \frac{(1 + Tr)I_{uT} - 1}{T} = \\ &= \frac{(1 + 0,75 \cdot 0,15)(1 + 0,09) - 1}{0,75} = 0,2835 = 28,35\% \quad \text{Годовых.} \end{aligned}$$

Среднегодовой темп инфляции r_u определяется через индекс I_{uT} по соотношению $r_u = \sqrt[T]{I_{uT}} - 1$. Имеем

$$r_u = (1 + r_{uT})^{1/T} - 1 = (1 + 0,09)^{12/9} - 1 = 0,1218.$$

При использовании схемы сложных процентов получим

$$r_{\bar{oc}} = r_c + r_u + r_c r_u = 0,15 + 0,1218 + 0,15 \cdot 0,1218 = 0,29.$$

➔ **Пример 2.24.** Брутто-ставка объявлена в размере 20% годовых. Уровень инфляции составил 9% за 9 месяцев.

Какова реальная ставка простых и сложных процентов?

Решение.

Имеем $r_{\bar{oc}} = 0,20$; $r_u = 0,09$; $T = 0,75$.

Реальная ставка простых процентов составит величину

$$r_n = \frac{1}{T} \left(\frac{1 + Tr_{\bar{oc}}}{I_{uT}} - 1 \right) = \frac{1}{0,75} \left(\frac{1 + 0,75 \cdot 0,2}{1 + 0,09} - 1 \right) = 0,0734 = 7,34\%.$$

Реальная ставка сложных процентов составит величину

$$r_c = \frac{1 + r_{\bar{oc}}}{1 + r_u} - 1 = \frac{1 + 0,2}{1 + 0,1218} - 1 = 0,0697.$$

Контрольные вопросы к главе 2

1. Охарактеризуйте различные схемы начисления процентов.
2. Что такое дисконтирование и наращение денежных сумм?
3. Охарактеризуйте показатели эффективности финансовых операций.
4. Что такое эффективная ставка и каковы особенности ее применения?
5. Что такое эквивалентность процентных ставок?
6. Сравните понятия «спотовая» и «форвардная» процентные ставки.
7. Что такое темп и индекс инфляции?
8. Как оценить эффективность операций в условиях инфляции?
9. Что такое брутто-ставка?

Задание 2.1. Вклад в сумме $S(0)$ внесен в банк (в конкретную дату) под r % годовых. Рассчитать и проанализировать конечные суммы выплат банком денег клиенту на указанные в задании даты изъятия при различных вариантах схем начислений процентов:

- 1) используется схема простых процентов;
 - 2) используется схема сложных процентов;
 - 3) используется комбинированная схема начисления процентов;
 - 4) величина r трактуется как непрерывно начисляемая ставка;
 - 5) капитализация сложных процентов происходит m раз в год.
- Варианты задания приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Варианты задания 2.1

№ вар.	Параметры финансовой операции (вклада)					
	Дата вклада	Дата 1 изъятия	Дата 2 изъятия	$S(0)$, тыс. руб.	r , %	m
1	2	3	4	5	6	7
1	12.05.2013	20.08.2014	05.08.2015	260	14	4
2	22.03.2013	10.07.2014	13.07.2015	60	17	2
3	02.05.2013	20.06.2014	26.09.2015	40	15	3
4	09.06.2013	20.11.2014	05.12.2015	350	18	2
5	18.03.2013	10.04.2014	13.11.2015	66	22	1
6	08.04.2013	07.07.2014	26.09.2015	30	7	6
7	17.02.2013	20.11.2014	05.03.2015	50	6	5
8	22.03.2013	10.09.2014	13.07.2015	60	13	2
9	02.05.2013	09.08.2014	26.09.2015	40	12	4
10	09.09.2013	20.11.2014	05.12.2015	11	16	2
11	12.05.2013	18.08.2014	05.08.2015	86	10	3
12	22.03.2013	10.07.2014	13.07.2015	44	9	6
13	02.05.2013	22.06.2014	03.09.2015	50	23	5
14	09.06.2013	07.11.2014	05.12.2015	150	8	2
15	18.03.2013	10.04.2014	13.11.2015	66	10	4
16	08.04.2013	25.07.2014	20.09.2015	30	7	6
17	17.02.2013	20.11.2014	05.12.2015	50	11	5
18	22.03.2013	10.09.2014	13.07.2015	60	15	5
19	02.05.2013	18.08.2014	16.09.2015	40	22	4

1	2	3	4	5	6	7
20	09.09.2013	12.11.2014	09.12.2015	61	16	2
21	12.05.2013	20.08.2014	05.08.2015	86	18	3
22	22.03.2013	10.07.2014	13.07.2015	30	17	6
23	02.05.2013	17.06.2014	10.09.2015	50	5	4
24	09.06.2013	13.10.2014	05.12.2015	170	18	2
25	18.03.2013	10.04.2014	13.11.2015	136	19	3
26	17.02.2013	20.11.2014	05.12.2015	150	10	5
27	22.03.2013	10.09.2014	13.07.2015	160	9	5
28	02.05.2013	18.08.2014	16.09.2015	140	12	4
29	09.09.2013	12.11.2014	09.12.2015	161	16	2
30	12.05.2013	20.08.2014	05.08.2015	186	8	3

Задание 2.2. Известен прирост цен за первые 3 месяца анализируемого года (таблица 2.4). Вклад в сумме $S(0)$ внесен в банк 1 января анализируемого года под r % годовых. Рассчитать покупательную способность конечной суммы выплаты банком денег клиенту через период времени T лет при различных вариантах схем начислений процентов (простые и сложные). Требуется:

1. Определить темп и индекс инфляции за 1-й квартал года.
2. Определить темп и индекс инфляции за период времени T лет при условии постоянного поквартального уровня инфляции.
3. Определить среднегодовой темп и индекс инфляции по приросту цен за первые 3 месяца.
4. Рассчитать покупательную способность конечной суммы выплаты банком денег клиенту через период времени T лет при начислении простых процентов и соответствующей прогнозируемой инфляции.
5. Рассчитать покупательную способность конечной суммы выплаты банком денег клиенту через период времени T лет при начислении сложных процентов и прогнозируемой инфляции.
6. Рассчитать брутто-ставки для схем простых и сложных процентов.
7. Проанализировать полученные результаты.

Таблица 2.4 – Варианты задания 2.2

№ вар.	Прирост цен по месяцам, %			Сумма вклада $S(0)$, тыс. руб.	Банковская ставка r , %	Период времени, T лет
	январь	февраль	март			
1	1,2	1,3	1,4	65	13	1,5
2	0,9	1,3	1,0	30	7	1,25
3	1,0	2,1	2,4	50	6	3,5
4	0,9	1,5	2,1	60	13	2,3
5	1,6	1,2	1,1	40	12	3,6
6	1,5	2,3	0,5	11	16	1,8
7	0,8	1,2	2,2	86	10	1,75
8	1,4	2,1	1,4	44	9	2,25
9	2,4	2,6	3,2	50	20	2,5
10	2,3	3,5	1,7	150	8	2,75
11	1,5	2,3	2,6	66	10	3,25
12	1,2	1,5	2,3	40	17	1,5
13	2,3	0,2	1,5	35	11	1,25
14	1,2	2,3	1,2	66	15	3,5
15	2,1	1,2	2,3	130	19	2,4
16	2,3	2,1	1,2	250	16	3,3
17	1,5	3,6	2,3	60	22	1,7
18	1,2	2,3	1,5	40	7	1,75
19	2,3	1,5	1,2	70	14	2,25
20	1,2	2,2	2,3	350	13	2,5
21	2,1	2,3	2,7	66	12	1,5
22	2,6	1,2	1,5	40	16	1,25
23	2,3	2,1	0,2	450	10	3,5
24	1,5	2,3	2,9	166	9	2,8
25	1,2	1,5	1,6	30	18	3,7

ОЦЕНКА ПОТОКОВ ПЛАТЕЖЕЙ

3.1. ФИНАНСОВАЯ РЕНТА

Многие финансовые контракты предусматривают многократные выплаты в различные промежутки времени. Взаимоотношения между кредитором и дебитором в общем случае определяются потоком платежей.

➔ **Пример 3.1.** На счет в банк вносится сумма по 2 тыс. долл. в течение 10 лет в конце каждого года. Какой будет сумма на счете после 10 лет при годовой сложной ставке 4%?

Решение.

Можно рассуждать так: первый взнос пролежит 9 лет и возрастет до $2(1 + r_c)^9$, 2-й взнос пролежит 8 лет и возрастет до $2(1 + r_c)^8$ и т.д.

Получим после 10 лет сумму

$$S(10) = 2(1 + (1 + r_c) + (1 + r_c)^2 + \dots + (1 + r_c)^9) = 2((1 + r_c)^{10} - 1) / r_c.$$

Имеем сумму 10 членов геометрической прогрессии с показателем $(1+r_c)$, где r_c – годовая ставка сложных процентов (4%).

Напомним, что сумма N членов геометрической прогрессии с множителем q вычисляется по формуле:

$$S_N = b_1 \frac{q^N - 1}{q - 1}.$$

При $r_c = 0,04$ имеем:

$$S(10) = 2((1 + 0,04)^{10} - 1) / 0,04 = 24 \text{ тыс. долл.}$$

Поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы между платежами одинаковы, называется финансовой рентой или **аннуитетом** (*annuity*).

Пусть на счет в банке осуществляются N ежегодных платежей (в конце года) одинаковой величины $S_{ед}$ при сложной процентной ставке r_c .

Тогда **наращенная сумма** (*future value*) от этих платежей составит величину

$$S(N) = S_{ед} \cdot a_{N,r} = S_{ед} \sum_{i=0}^{N-1} (1+r_c)^i = S_{ед} \frac{(1+r_c)^N - 1}{r_c}.$$

Величина $a_{N,r}$ называется **коэффициентом наращенния**.

Финансовую ренту характеризуют следующие параметры:

- **член ренты** – величина каждого отдельного платежа;
- **период ренты** – временной интервал между двумя платежами;
- **срок ренты** – время от начала реализации ренты до момента начисления последнего платежа;
- **процентная ставка** – ставка, используемая для расчета наращенния или дисконтирования платежей, составляющих ренту.

На практике используются различные **виды рент**:

- годовые (платежи осуществляются один раз в год);
- k -срочные (платежи осуществляются k раз в год);
- непрерывные;
- с постоянными или переменными размерами платежей и т.п.

Если платежи осуществляются в конце периодов, то соответствующие ренты называют обыкновенными или **постнумерандо**.

Если же платежи производятся в начале периодов, то такие ренты называют **пренумерандо**. Иногда контракты предусматривают платежи или поступления денег в середине периодов.

Обобщающими показателями ренты являются: наращенная сумма и современная приведенная величина (таблицы 3.1–3.2).

Нарашенная сумма – сумма всех членов потока платежей с начисленными на них процентами на конец срока (на дату последней выплаты).

Современная величина потока платежей – сумма всех его членов, уменьшенная (дисконтированная) с учетом процентной ставки на определенный момент времени, совпадающий с началом потока платежей, или предшествующий ему.

Таблица 3.1 – Зависимости для расчета наращенной суммы постоянной ренты постнумерандо при различных условиях выплаты

№ n/n	Условия выплаты	Формула расчета наращенной суммы
1	В конце каждого периода (года) размером $S_{ед}$ при начислении процентов по сложной годовой ставке	$S(T) = S_{ед} \frac{(1+r_c)^T - 1}{r_c}$
2	В конце каждого периода размером $S_{ед}$ при начислении процентов по номинальной ставке m раз в году	$S(T) = S_{ед} \frac{\left(1 + \frac{r_{сн}}{m}\right)^{mT} - 1}{\left[\left(1 + \frac{r_{сн}}{m}\right)^m - 1\right]}$
3	Рента выплачивается k раз в году суммами $S_{ед}$ при начислении процентов в конце года	$S(T) = S_{ед} \frac{(1+r_c)^T - 1}{(1+r_c)^{1/k} - 1}$
4	Рента выплачивается k раз в году суммами $S_{ед}$ при начислении процентов по номинальной ставке m раз в году	$S(T) = S_{ед} \frac{\left(1 + \frac{r_{сн}}{m}\right)^{mT} - 1}{\left[\left(1 + \frac{r_{сн}}{m}\right)^{m/k} - 1\right]}$
5	k – срочная рента выплачивается суммами $S_{ед}$ при начислении непрерывных процентов	$S(T) = S_{ед} \frac{e^{r_H T} - 1}{e^{r_H/k} - 1}$

Таблица 3.2 – Формулы расчета современной величины постоянной ренты постнумерандо при различных условиях выплаты

<i>№ n/n</i>	<i>Условия выплаты</i>	<i>Формула расчета</i>
1	В конце каждого периода (года) размером $S_{ед}$ при начислении процентов по сложной годовой ставке	$S(T) = S_{ед} \frac{1 - (1 + r_c)^{-T}}{r_c}$
2	В конце каждого периода размером $S_{ед}$ при начислении процентов по номинальной ставке m раз в году	$S(0) = S_{ед} \frac{1 - \left(1 + \frac{r_{сн}}{m}\right)^{-mT}}{\left[\left(1 + \frac{r_{сн}}{m}\right)^m - 1\right]}$
3	Рента выплачивается k раз в году суммами $S_{ед}$ при начислении процентов в конце года	$S(T) = S_{ед} \frac{1 - (1 + r_c)^{-T}}{(1 + r_c)^{1/k} - 1}$
4	Рента выплачивается k раз в году суммами $S_{ед}$ при начислении процентов по номинальной ставке m раз в году	$S(0) = S_{ед} \frac{1 - \left(1 + \frac{r_{сн}}{m}\right)^{-mT}}{\left[\left(1 + \frac{r_{сн}}{m}\right)^{m/k} - 1\right]}$
5	k – срочная рента выплачивается суммами $S_{ед}$ при начислении непрерывных процентов	$S(0) = S_{ед} \frac{1 - e^{-r_H T}}{e^{r_H / k} - 1}$

Для ренты пренумерандо наращенная сумма $S_{пре}(T)$ увеличивается в коэффициент наращенности одного периода:

$$S_{пре}(T) = (1 + r)S_{пост}(T).$$

Иногда требуется решить обратную задачу: рассчитать срок постоянной ренты постнумерандо при различных условиях выплат (количество платежей k и начислений m в году).

Соответствующие зависимости сведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Формулы для расчета срока постоянных рент постнумерандо при различных условиях выплаты

№ n/n	Количество платежей k и начислений m в году	Формулы расчета срока постоянных рент постнумерандо при известных современной и наращенной сумм платежей
1	$k=1;$ $m=1$	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(T)r_c}{S_{e\partial}} + 1\right)}{\ln(1+r_c)} = \frac{\ln\left(1 - \frac{S(0)r_c}{S_{e\partial}}\right)^{-1}}{\ln(1+r_c)}$
2	$k=1;$ $m > 1$	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(T)}{S_{e\partial}}\left(\left[1 + \frac{r_{CH}}{m}\right]^m - 1\right) + 1\right)}{m \ln\left[1 + \frac{r_{CH}}{m}\right]} = \frac{\ln\left(1 - \frac{S(0)}{S_{e\partial}}\left(\left[1 + \frac{r_{CH}}{m}\right]^m - 1\right)\right)^{-1}}{m \ln\left[1 + \frac{r_{CH}}{m}\right]}$
3	$k > 1;$ $m = 1$	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(T)}{S_{e\partial}}\left[(1+r_c)^{\frac{1}{k}} - 1\right] + 1\right)}{\ln(1+r_c)} = \frac{\ln\left(1 - \frac{S(0)}{S_{e\partial}}\left[(1+r_c)^{\frac{1}{k}} - 1\right]\right)^{-1}}{\ln(1+r_c)}$
4	$k > 1;$ $m = k$	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(T)r_{CH}}{S_{e\partial}m} + 1\right)}{m \ln\left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right)} = \frac{\ln\left(1 - \frac{S(0)r_{CH}}{S_{e\partial}m}\right)^{-1}}{m \ln\left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right)}$
5	$k > 1;$ $m \neq k$	$T = \frac{\ln\left(\frac{S(T)}{S_{e\partial}}\left[\left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right)^{\frac{m}{k}} - 1\right] + 1\right)}{m \ln\left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right)} = \frac{\ln\left(1 - \frac{S(0)}{S_{e\partial}}\left[\left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right)^{\frac{m}{k}} - 1\right]\right)^{-1}}{m \ln\left(1 + \frac{r_{CH}}{m}\right)}$

➔ **Пример 3.2.** Страховая компания, заключившая договор с некоторой фирмой на 3 года, поступающие ежегодные страховые взносы (5 млн. рублей) помещает в банк под 15% годовых с начислением процентов по полугодиям.

Определить итоговую сумму, полученную страховой компанией.

Решение.

Итоговая сумма, полученная страховой компанией после трех лет составит величину:

$$S(T) = 5 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,15}{2}\right)^{2 \cdot 3} - 1}{\left(1 + \frac{0,15}{2}\right)^2 - 1} = 17,455 \text{ млн руб.}$$

3.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОТОКА ПЛАТЕЖЕЙ

Произвольный поток платежей задается последовательностью выплат величиной S_i в моменты времени t_i ($i = \overline{1, N}$) (рисунок 3.1).

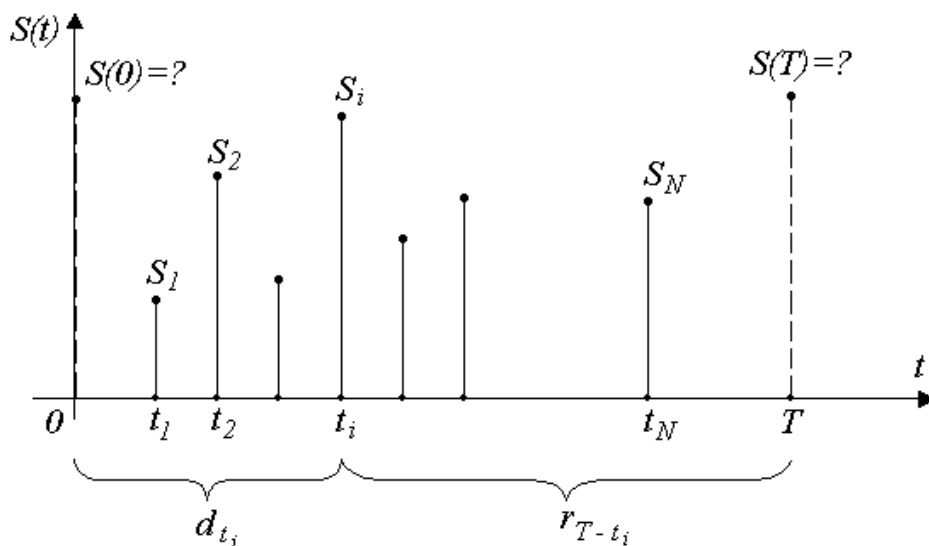


Рисунок 3.1 – Поток платежей с нерегулярными выплатами

Тогда сумма, наращенная к моменту $T > t_N$, будет определяться выражением

$$S(T) = \sum_{i=1}^N S_i (1 + r_{T-t_i}),$$

где r_t – относительный рост за любой период длительностью t .

Это общее выражение может быть упрощено для любой конкретной схемы платежей и процентных начислений.

Наращенная сумма определяется путем приведения всех платежей с учетом роста к конечному моменту действия контракта (или к моменту последнего платежа).

Во многих ситуациях представляет интерес приведение всех платежей к исходному данному моменту с учетом дисконтирования платежей, приходящих в будущем.

Результат приведения называется **современной** или **приведенной величиной** (*present value, PV*).

Если имеем дисконт-фактор $1 - d_{t_i}$ для платежей суммой S_i , то для современной величины потока всех платежей S_i ($i = 1, \dots, N$), которые придут в моменты t_i , получаем выражение

$$S(0) = \sum_{i=1}^N S_i (1 - d_{t_i}) = \sum_{i=1}^N S_i \frac{1}{1 + r_{t_i}}.$$

В частности, для постоянной ренты величиной S_{ed} с поступлениями в конце каждого года и ежегодными начислениями по сложной ставке r_c за N лет с учетом соотношения

$$1 - d_{t_i} = (1 - d_c)^i = \frac{1}{(1 + r_c)^i}$$

приведенная величина ренты будет равна

$$S(0) = S_{ed} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(1 + r_c)^i} = S_{ed} \frac{1 - (1 + r_c)^{-N}}{r_c} = S_{ed} \frac{1 - (1 - d_c)^N}{r_c}.$$

Смысл современной величины: это начальная сумма, вложив которую под те же проценты r_c на N лет можно выплатить из нее все рентные платежи.

3.2.1. Чистая приведенная величина

Финансовая операция может предусматривать неоднократные и разновременные переходы денежных сумм от одного владельца к другому.

Рассматривая поток платежей с позиции одного из них, можно считать все поступления к нему положительными величинами, а все его выплаты – отрицательными (рисунок 3.2).

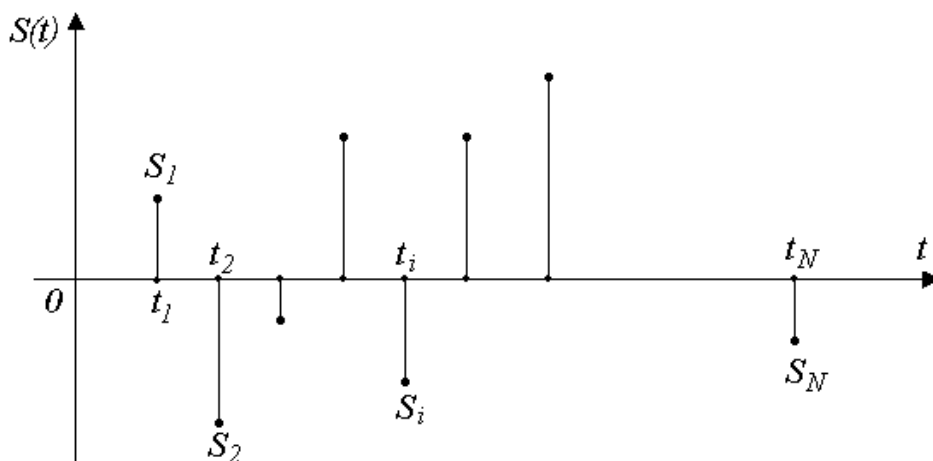


Рисунок 3.2 – Схема двустороннего потока платежей

Для оценки финансовой операции в целом используется **чистая приведенная величина** (*Net Present Value, NPV*), вычисляемая с учетом знака величины S_i по формуле

$$S(0) = \sum_{i=1}^N S_i (1 - d_{t_i}) = \sum_{i=1}^N S_i \frac{1}{1 + r_{t_i}}.$$

Требование положительности NPV является обязательным при принятии решения о реализации финансовой операции кредитором.

Вместе с тем чистая приведенная величина не может определить степень рациональности такой операции.

С этой целью вводится понятие **эффективной ставки операции** (внутренней эффективности, внутренней нормы доходности) как значения ставки процента, при которой NPV окажется равной нулю.

Если операция предусматривает выплаты S_i (с учетом знака) в моменты t_i ($i = \overline{1, N}$), то эффективная ставка r_{\ominus} вычисляется как корень уравнения

$$\sum_{i=1}^N S_i \frac{1}{(1 + r_{\ominus})^{t_i}} = 0.$$

При этом начало операции (первая выплата) принимается за начало отсчета времени.

Для любой финансовой операции с четко оговоренными сроками и суммами взаимных платежей может быть установлена мера ее эффективности как процент, обеспечивающий равенство нулю чистой приведенной величины потока платежей.

Выбирая между различными вариантами возможных финансовых операций, инвестор всегда ориентируется на операцию с высшей эффективной ставкой.

➔ **Пример 3.3.** Тысячному клиенту страховой фирмы предлагается на выбор 20 тыс. руб. наличными или 2 тыс. ежегодно и пожизненно.

Банковская процентная ставка составляет 8,5%.

Какой вариант приза выбрать тысячному клиенту?

Решение.

Подсчитаем, сколько лет необходимо получать ежегодные выплаты, чтобы их текущая стоимость (стоимость аннуитета) превышала 20 тыс. руб.

$$\text{Имеем соотношение } S(T) = S_{ед} \frac{1 - (1 + r_c)^{-T}}{r_c}.$$

$$\text{Для наших условий } 20 = 2 \frac{1 - (1 + 0,085)^{-T}}{0,085}.$$

Отсюда $T = 23,3$ лет.

Следовательно, второй вариант приза лучше, если предполагается ежегодные платежи получать не менее 24 лет.

➔ **Пример 3.4.** Фирма проводит замену оборудования (модернизацию) каждые 10 лет. Для этого фирма ежегодно выделяет 30 тыс. долл. и размещает их в банк под 8% годовых.

На какую сумму фирма обновляет оборудование?

Решение.

Вычислим накопленную (наращенную) суммы ренты за период $T = 10$ лет

$$S(T) = 30000 \frac{(1,08^{10} - 1)}{0,08} = 30000 \frac{1,158925}{0,08} = 469364,6 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 3.5.** Аннуитет, приносящий 16000 денежных единиц (д.е.) в месяц при 8% годовых, стоит 85000 д.е.

При каких условиях целесообразно купить такой аннуитет?

Решение.

Определим, сколько лет T должны производиться выплаты, чтобы их стоимость превысила сумму, уплаченную для приобретения аннуитета.

Имеем соотношение

$$S(T) = S_{ed} \frac{1 - (1 + r_c)^{-T}}{r_c}.$$

Для наших условий:

$$85000 = 16000 \frac{1 - (1 + 0,08)^{-T}}{0,08}.$$

Отсюда можно получить

$$T = 12,5 \text{ лет.}$$

Это означает, что аннуитет должен выплачиваться в течение не менее 13 лет, чтобы его стоимость превысила стоимость его приобретения.

➔ **Пример 3.6.** Новый станок должен работать в течение 9 лет и обеспечивать ежегодную прибыль в размере 6300 д.е. Какова текущая стоимость станка, если банковская ставка составляет 11,4% годовых? Какова чистая текущая стоимость операции от покупки станка за 30 000 д.е.?

Решение.

Нужно вычислить текущую стоимость ежегодных поступлений прибыли, производимых станком.

$$S(T) = S_{ed} \frac{1 - (1 + r_c)^{-T}}{r_c}. \quad S(0) = 6300 \frac{1 - (1 + 0,114)^{-9}}{0,114} = 34348 \text{ д.е.},$$

где $S_{ed} = 6300$ – член ренты, величина единичного (отдельного) платежа; $T = 9$; $r_c = 0,114$.

Результат показывает, что приобретение станка целесообразно, если его цена не превышает 34 348 д.е. и нецелесообразно, если его цена выше.

Текущая стоимость за вычетом стоимости приобретения станка называется **чистой текущей стоимостью** (ЧТС) операции.

ЧТС от станка будет равна $34348 - 30000 = 4348$ д.е.

➔ **Пример 3.7.** Предположим, что другой поставщик, узнав, что завод приступил к переоборудованию (см. пример 3.6) предлагает станок, который работает 11 лет, ежегодно приносит 7500 д.е. прибыли и стоит 41 000 д.е. Следует ли заводу выбрать (предпочсть первому) второй станок?

Решение.

Аналогично примеру 3.6 определим текущую стоимость второго станка при: $S_{ed} = 7500$; $T = 11$; $r_c = 0,114$.

Получим $S(0) = 45725$ д.е.

Тогда чистая текущая прибыль от второго станка составит

$$45725 - 41000 = 4725 \text{ д.е.}$$

Чистая текущая прибыль от второго станка больше, чем от первого станка. По этому критерию покупать второй станок предпочтительней.

Но более правильную оценку эффективности дает внутренняя норма доходности этих двух вариантов вложения средств (эффективная ставка $r_{Э}$). Вычислим ее как корень уравнения равенства нулю чистой текущей стоимости потока платежей двух рассматриваемых вариантов.

$$\text{Для первого варианта: } S(0) = 6300 \frac{1 - (1 + r_{Э1})^{-9}}{r_{Э1}} - 30000 = 0.$$

Отсюда $r_{Э1} = 0,15 = 15\%$.

$$\text{Для второго варианта: } S(0) = 7500 \frac{1 - (1 + r_{Э2})^{-11}}{r_{Э2}} - 41000 = 0.$$

Отсюда $r_{Э2} = 0,144 = 14,4\%$.

Покупка первого станка более эффективна.

➔ **Пример 3.8.** Университету необходимо сократить затраты. Одним из путей является возможность сдавать часть помещений в аренду. Для сдачи в аренду потребуются понести определенные затраты на текущий ремонт помещений. Текущая процентная ставка составляет 15% годовых.

Возможны следующие варианты аренды:

Вариант	Затраты на ремонт, д.е.	Ежемесячные платежи за аренду, д.е.	Срок аренды, лет
1	45 000	2200	3
2	117 500	7300	2
3	51 600	1925	4

Какой вариант аренды предпочтителен?

Решение.

Определим текущую стоимость и чистую текущую стоимость вариантов аренды.

Текущая стоимость аннуитета вычисляется по соотношению

$$S(T) = S_{ед} \frac{1 - (1 + r_c)^{-T}}{r_c}.$$

Чистая текущая стоимость равна разности текущей стоимости и размера аренды.

Тогда имеем следующие сравнительные показатели:

Вариант	Затраты на ремонт	Текущая стоимость аренды	Чистая текущая стоимость	Эффективная ставка
1	45 000	63 463	18 463	0,0344
2	117 500	150 557	33 057	0,0348
3	51 600	69 168	17 568	0,0268

Первый вариант представляет наилучшие возможности для аренды. Он обеспечивает наибольшую чистую текущую стоимость при наименьшей текущей стоимости. Но во втором варианте аренды месячная эффективная ставка все же немного выше.

➔ **Пример 3.9.** Контракт между фирмой и банком предусматривает, что банк предоставляет в течение 3 лет кредит фирме ежегодными платежами в размере 20 тыс. руб. в начале каждого года под ставку 40% годовых. Фирма возвращает долг, выплачивая 75, 30, 50 тыс. руб. последовательно в конце 3, 4, 5 годов. Какова чистая современная величина *NPV* для банка?

Решение.

Чистая современная величина NPV для банка составит

$$NPV = S(0) = \sum_{i=0}^N S_i \frac{1}{(1+r_c)^i} = -20 - 20 \cdot 1/(1+0,4) - 20 \cdot 1/(1+0,4)^2 + \\ + 75 \cdot 1/(1+0,4)^3 + 30 \cdot 1/(1+0,4)^4 + 50 \cdot 1/(1+0,4)^5 = 0,1 \text{ тыс. руб.}$$

Так как $S(0) > 0$, то эта операция является для банка приемлемой.

➔ **Пример 3.10.** Выдана ссуда в 120 тыс. руб. на 30 лет под 9% годовых. Дебитор (должник) обязан ежемесячно выплачивать равными долями долг вместе с процентами. Какова сумма ежемесячного платежа?

Решение.

Месячные проценты составляют $1/12$ годовых, т.е. $(9/12) = 0,75\%$. Сумма месячного платежа $S_{мес}$ рассчитывается из условия, что чистая современная величина потока платежей равна нулю, т.е. указанная в договоре ставка должна совпадать с месячной эффективной ставкой потока платежей.

Должно выполняться соотношение

$$S(0) = -120 + S_{мес} \sum_{i=1}^{360} \frac{1}{(1+r_{мес})^i} = 0; \quad S_{мес} \frac{(1 - (1,0075)^{-360})}{0,0075} = 120; \\ S_{мес} = 965 \text{ руб.}$$

➔ **Пример 3.11.** Ссуда в 10 тыс. руб. выдана под 12% годовых. Требуется ежемесячная оплата по 130 руб. и выплата остатка долга S_∂ в конце срока в 10 лет. Каков остаток долга придется платить через 10 лет?

Решение.

Так как ставка понимается как эффективная, то должно выполняться условие равенства нулю чистой современной величины потока платежей. Должно выполняться соотношение

$$S(0) = -10000 + S_{мес} \sum_{i=1}^{120} \frac{1}{(1+r_{мес})^i} + S_\partial \frac{1}{(1+r_{мес})^{120}} = 0;$$

Имеем соотношение

$$130 \frac{1 - (1,01)^{-120}}{0,01} + S_{\partial} (1,01)^{-120} = 10000.$$

Через 10 лет придется заплатить

$$S_{\partial} = 3099 \text{ руб.}$$

3.2.2. Вечная (бессрочная) рента

Это последовательность платежей с неограниченным числом членов.

Если в формуле современной величины ренты с периодом T величина $T \rightarrow \infty$, то получим

$$S(T) = S_{ed} \frac{1 - (1 + r_c)^{-T}}{r_c} = \frac{S_{ed}}{r_c}.$$

➔ **Пример 3.12.** Банковская ставка выросла с 8% до 10%.

Как это повлияло на капитал держателя бессрочной ценной бумаги, которая приносит ему ежегодно доход в 200 долларов?

Решение.

Эта облигация обеспечивает владельца вечной рентой с последовательными выплатами в 200 долларов.

Для него это равносильно обладанию капиталом:

$$S_1(0) = \frac{200}{0,08} = 2500 \text{ долл. при 8\%-й ставке;}$$

$$S_2(0) = \frac{200}{0,10} = 2000 \text{ долл. при 10\%-й ставке.}$$

Увеличение процентной ставки приводит к снижению капитала на 500 долларов.

3.3. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ФИНАНСОВЫХ ПОТОКОВ

Ставки, обеспечивающие равноценность финансовых последствий, называются **эквивалентными**. Равноценность финансовых последствий может быть обеспечена в том случае, если наблюдается равенство множителей наращивания или дисконтных множителей.

Для нескольких процентных ставок (например, в случае потока нескольких кредитов) их среднее значение так же должно быть эквивалентной величиной.

При получении различных по величине кредитов, выданных под различные процентные ставки r_i при использовании схемы простых процентов, средняя ставка вычисляется по формуле средней арифметической с весами, являющимися произведениями сумм полученных кредитов S_i на сроки T_i , на которые они выданы:

$$r_{cp.n} = \frac{\sum_{i=1}^N S_i T_i r_i}{\sum_{i=1}^N S_i T_i}.$$

Средняя ставка по сложным процентам определяется по формуле

$$r_{cp.c} = \left[(1+r_1)^{T_1} (1+r_2)^{T_2} \dots (1+r_N)^{T_N} \right]^{1/T} - 1,$$

где r_1, r_2, \dots, r_N – ставки сложных процентов;

T_1, T_2, \dots, T_N – временные интервалы, в течение которых начисление производилось по сложным процентам; $T = T_1 + T_2 + \dots + T_N$.

Расчет средней простой учетной ставки производится также по формуле средней арифметической:

$$d_{cp.n} = \frac{\sum_{i=1}^N S_i T_i d_i}{\sum_{i=1}^N S_i T_i}.$$

3.3.1. Дюрация

Дюрация (*duration*, протяженность) – это средневзвешенное значение временных моментов платежей $t_1, t_2, t_3, \dots, t_i, \dots, t_N$ по долям цены, которую вносит соответствующий платеж в современную (начальную) стоимость всей последовательности платежей.

Пусть имеем последовательность денежных платежей $S_1(t_1), S_2(t_2), \dots, S_i(t_i), \dots, S_N(t_N)$, в моменты времени $t_1, t_2, t_3, \dots, t_i, \dots, t_N$.

Для схемы начислений простых процентов имеем современную величину каждого платежа

$$S_i(0) = \frac{S_i(t_i)}{1 + r_n t_i},$$

где r_n – годовая простая процентная ставка.

Дюрация (Dur) потока платежей вычисляется по формуле средней взвешенной величины моментов поступлений соответствующих сумм:

$$Dur = \frac{\sum_{i=1}^N t_i S_i(0)}{\sum_{i=1}^N S_i(0)}.$$

Дюрация удовлетворяет следующему соотношению:

$$S(0)(1 + Dur \cdot r_n) = \sum_{i=1}^N S_i(t_i).$$

Для схемы начислений сложных процентов современная величина каждого платежа вычисляется по формуле

$$S_i(0) = \frac{S_i(t_i)}{(1 + r_c)^{t_i}},$$

где r_c – годовая ставка сложных процентов.

Экономический смысл показателя дюрации заключается в том, что суммарная величина последовательности платежей, полученная за весь срок, такая же, как если бы она была получена с первоначальной суммой $S(0)$ за время средней продолжительности платежей.

Дюрацию часто используют при анализе эффективности инвестиций в акции, облигации и другие ценные бумаги.

Дюрация облигации представляет собой средневзвешенное время (в годах) до погашения платежей по облигации, где весами выступают приведенные стоимости купонов и номинала:

$$Dur = \frac{1}{C_{обл}} \left(\sum_{t=1}^N \frac{t S_t}{(1 + r_c)^t} + \frac{NH}{(1 + r_c)^N} \right).$$

где $C_{обл}$ – цена облигации;

S_t – купон облигации;

N – число лет до погашения облигации;

H – номинал облигации;

r_c – годовая доходность облигации до погашения.

Дюрация облигации дает информацию о степени изменения цены облигации при изменении процентной ставки, т.е. это точка во времени, где процентный риск компенсируется риском реинвестирования.

Дюрацию используют для определения изменения цены облигации при небольшом изменении доходности к погашению:

$$\Delta C_{обл} = -Dur C_{обл} \frac{\Delta r}{1+r}.$$

Если в моменты времени t_i ($i = 1, 2, \dots, N$) инвестор покупал по цене C_i какие-то выпуски облигаций в количестве N_i с доходностью r_i (затраченные при этом суммы $Q_i = C_i N_i$) и если τ_i – даты погашения выпусков облигаций сформированного портфеля, в результате которого поступят суммы S_i , то тогда дюрация всего портфеля облигаций определяется по соотношению

$$Dur = \frac{\sum_{i=1}^N (\tau_i - t_i) C_i N_i r_i}{\sum_{i=1}^N C_i N_i r_i}.$$

➔ **Пример 3.13.** Фирма получила два кредита, первый – 10 млн руб. на 3 месяца под 10% годовых (простых). Второй – 8 млн. руб. на 9 месяцев под 14% годовых.

Определить среднюю ставку кредитов.

Решение.

$$r_{cp} = \frac{0,1 \cdot 0,25 \cdot 10 + 0,14 \cdot 0,75 \cdot 8}{0,25 \cdot 10 + 0,75 \cdot 8} = \frac{0,25 + 0,84}{2,5 + 6,0} = 0,1282 = 12,82\%.$$

➔ **Пример 3.14.** Долгосрочный кредит предоставлен на 6 лет на следующих условиях: первые два года – под 5% годовых (сложные проценты); следующие 3 года ставка возрастает на 2%, а в последующий год – еще на 1%. Определить среднюю ставку.

Решение.

$$r_{cp}^c = (1,05^2 \cdot 1,07^3 \cdot 1,08)^{1/6} - 1 = 0,0649 = 6,49\%.$$

➔ **Пример 3.15.** Фирма получила кредит в банке на сумму 20 млн рублей сроком на 5 лет. Процентная ставка по кредиту определена в 10,5% для первого года; 12% для второго года, начиная с третьего го-

да процентная ставка возрастает еще на 0,75% ежегодно (предусматривается маржа, то есть надбавка к процентной ставке).

Определить сумму долга, подлежащую погашению.

Решение.

Сумма долга, подлежащая погашению составит величину

$$S(T) = S(0)(1+r_1)^{T_1}(1+r_2)^{T_2}(1+r_3)^{T_3} = \\ = 20 \cdot (1,105)^1 (1,12)^1 (1,1275)^3 = 35,478 \text{ млн руб.}$$

➔ **Пример 3.16.** Рассчитать дюрации потоков платежей со стороны инвестора и дебитора. Проанализировать полученные результаты по следующей информации:

Дни ожидания, t_i	30	60	90	120	160	200	312	365	730	1460
Платежи, тыс. руб., S_i	-120	-85	-98	-95	-75	80	50	120	140	250

Решение.

Дюрацию потока платежей находим по формуле:

$$Dur = \frac{\sum_{i=1}^N S_i(0)t_i}{\sum_{i=1}^N S_i(0)},$$

где t_i – время ожидания i -го платежа;

$S_i(0)$ – приведенная к нулевому моменту времени величина i -го платежа:

$$S_i(0) = \frac{S_i}{1+r_n t_i}.$$

Предварительно вычислив значения $S_i(0)$, получим:

1. Дюрация для дебитора:

$$Dur_1 = (117,84 \cdot 30 + 81,99 \cdot 60 + 92,89 \cdot 90 + 88,51 \cdot 120 + 68,32 \cdot 160) / \\ / (117,84 + 81,99 + 92,89 + 88,51 + 68,32) = 85 \text{ дней.}$$

2. Дюрация для инвестора:

$$Dur_2 = (71,29 \cdot 200 + 41,99 \cdot 312 + 98,36 \cdot 365 + 96,81 \cdot 730 + 132,12 \cdot 1460) / \\ / (71,29 + 41,99 + 98,36 + 96,81 + 132,12) = 741 \text{ дней.}$$

Формально это означает, что весь поток платежей, полученных заемщиком за период с 30-го по 160 день с начала действия контракта, равносильно по своим экономическим последствиям для заемщика получению им всей суммы единовременно, в 85-й день действия контракта.

Для инвестора возврат кредита и процентов заемщиком равносильно получению всей суммы в 741-й день от начала действия контракта.

→ **Пример 3.17.** Облигация с дюрацией 10 лет при доходности 8% годовых (банковская ставка) продается за 1000 долл. Насколько изменится цена этой облигации при увеличении доходности до 9%?

Решение.

$$\frac{\Delta C}{C_{обл}} \approx -Dur \cdot \frac{\Delta r}{1+r} = -10 \cdot \frac{0,09 - 0,08}{1,08} = -0,0926 = -9,26 \%$$

Рост доходности на 1% приведет к падению курса на 9,26%.

Цена облигации составит в этом случае величину

$$C_{обл} \approx (1 - 0,0926) \cdot 1000 = 907,4 \text{ долл.}$$

3.4. РЕСТРУКТУРИЗАЦИЯ ПОТОКА ПЛАТЕЖЕЙ

Изменение хозяйственной ситуации нередко побуждает одну из сторон – участниц коммерческой сделки обратиться к другой с предложением скорректировать условия ранее заключенных соглашений: изменить сроки платежей; произвести объединение нескольких платежей в один (консолидировать платежи) с установлением единого срока погашения и т.п. Предлагаемые изменения должны быть безубыточными для обеих сторон.

Основным принципом изменения условий сделки (контракта) является **принцип финансовой эквивалентности**: сумма заменяемых платежей, приведенных к одному моменту времени, должна быть равна сумме платежей по новому обязательству, приведенной к той же дате.

При консолидации N платежей в один при условии, что срок нового консолидированного платежа больше ранее установленных сроков ($t_{кон} > t_1, t_2, \dots, t_N$), уравнение эквивалентности для простых процентов имеет вид:

$$S_{\text{кон}} = \sum_{i=1}^N S_i (1 + T_i r_i),$$

где $S_{\text{кон}}$ – наращенная сумма консолидированного платежа;

S_i – платежи со сроками уплаты t_1, t_2, \dots, t_N ;

T_i – временные интервалы между сроком $t_{\text{кон}}$ и t_i , т.е.

$$T_i = t_{\text{кон}} - t_i,$$

r_i – процентные ставки платежей.

➔ **Пример 3.18.** Фирма получила кредит на сумму 900 долл. под 10% годовых (простые проценты). Кредит должен быть погашен двумя платежами: первый – 500 долл. с процентами через 90 дней, второй – 400 долл. с процентами через 120 дней. Впоследствии фирма договорилась с кредитором об объединении платежей в один со сроком погашения через 150 дней. Определить размер консолидированного платежа.

Решение.

Считаем $T_{\text{год}} = 360$ дней. Суммы, подлежащие возврату на старых условиях:

$$S_1 = 500 \left(1 + \frac{90}{360} \cdot 0,1 \right) = 512,5 \text{ долл.};$$

$$S_2 = 400 \left(1 + \frac{120}{360} \cdot 0,1 \right) = 413,3 \text{ долл.}$$

Сумма погашения консолидированного платежа будет равна:

$$S_{\text{кон}} = 512,5 \left(1 + \frac{150-90}{360} \cdot 0,1 \right) + 413,3 \left(1 + \frac{150-120}{360} \cdot 0,1 \right) = 937,78 \text{ долл.}$$

Проверку можно выполнить по принципу эквивалентности:

$$S(0) = \frac{S(T)}{1 + Tr_n} = \frac{937,78}{1 + \frac{150}{360} \cdot 0,1} = 900 \text{ долл.}$$

Принцип эквивалентности финансовых обязательств следует из формулы наращения и дисконтирования, связывающих величины $S(0)$ и $S(T)$. Сумма $S(0)$ эквивалентна $S(T)$ при принятой процентной ставке и методе ее начисления.

Две суммы денег S_1 и S_2 , выплачиваемые в разные моменты времени, считаются **эквивалентными**, если их современные (или наращенные) величины, рассчитанные по одной и той же процентной ставке и на один момент времени, одинаковы. Замена S_1 на S_2 в этих условиях формально не изменяет отношения сторон.

При сравнении двух платежей S_1 и S_2 со сроками t_1 и t_2 ($t_1 < t_2$) на основе равенства их современных стоимостей можно найти величину процентной (критической) ставки $r_{кр}$, при которой платежи S_1 и S_2 будут эквивалентны.

Для простых процентов из равенства

$$\frac{S_1}{1 + t_1 r_{кр.n}} = \frac{S_2}{1 + t_2 r_{кр.n}}$$

находим $r_{кр.n} = \frac{1 - \frac{S_1}{S_2}}{\frac{S_1}{S_2} t_2 - t_1}$.

Если дисконтирование производится по сложной ставке, то критическую ставку найдем из равенства

$$S_1(1 + r_{кр.c})^{-t_1} = S_2(1 + r_{кр.c})^{-t_2}.$$

Получим $r_{кр.c} = \sqrt[t_2 - t_1]{\frac{S_2}{S_1}} - 1$.

➔ **Пример 3.19.** При каких условиях возврат долга в 900 тыс. руб. через 8 месяцев более выгоден инвестору, чем возврат долга в 800 тыс. руб. через 4 месяца?

Решение.

Вычисляем критический (барьерный) размер ставки $r_{кр}$:

$$r_{кр.n} = \frac{1 - \frac{800}{900}}{\frac{800}{900} \cdot \frac{8}{12} - \frac{4}{12}} = 0,428 = 42,8\%.$$

Следовательно, при процентной ставке, меньшей 42,8% годовых кредитор (инвестору) более выгодно подождать возврата долга еще 4 месяца.

➔ **Пример 3.20.** При какой банковской сложной ставке для фирмы будет безразлично, вернут ей долг через 2 года величиной 30 тыс. руб. или через 4 года суммой 45 тыс. руб.?

Решение.

Здесь

$$r_{кр.с} = 4\sqrt[2]{\frac{45}{30}} - 1 = 0,225 = 22,5\% .$$

При консолидации N платежей в один со сроком $t_1 < t_{кон} < t_N$ сумму консолидированного платежа находим как сумму наращенных и дисконтированных платежей (рисунок 3.3).

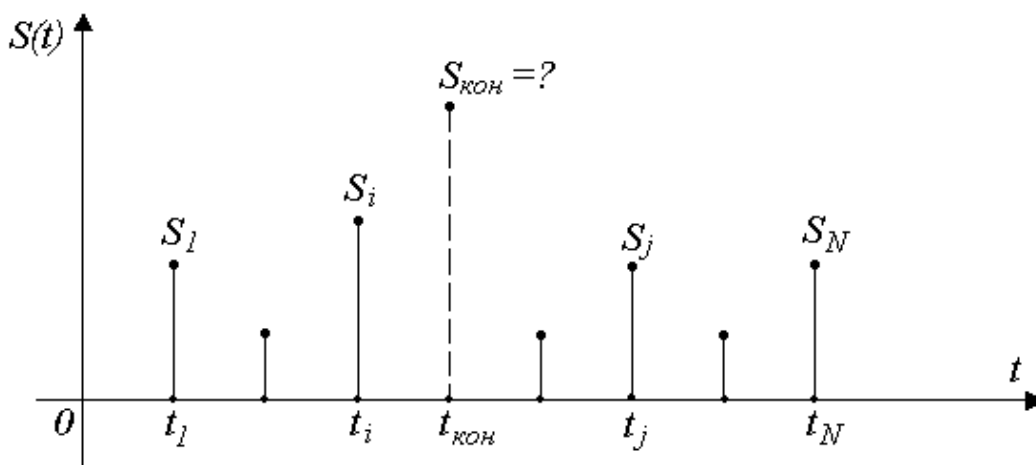


Рисунок 3.3 – Схема консолидации потока платежей на промежуточную дату

При применении простых процентных ставок получим

$$S_{кон} = \sum_i S_i(1 + T_i r_n) + \sum_j S_j(1 + T_j r_n)^{-1} .$$

где S_i – размеры объединенных платежей со сроком $T_i < t_{кон}$;

S_j – размеры платежей со сроками $T_j > t_{кон}$;

$$T_i = t_{кон} - t_i; \quad T_j = t_j - t_{кон};$$

В частном случае, при $t_{кон} > t_N$ имеем

$$S_{кон} = \sum_{i=1}^N S_i(1 + T_i r_n) .$$

При объединении платежей можно применять и учетные ставки.

При условии, что все сроки выплат пролонгируются (т.е. $t_{кон} > t_i$), находим сумму наращенных по простой учетной ставке платежей

$$S_{кон} = \sum_{i=1}^N S_i (1 - T_i d_n)^{-1}.$$

В общем случае (когда $t_1 < t_{кон} < t_N$) имеем

$$S_{кон} = \sum_i S_i (1 - T_i d_n)^{-1} + \sum_j S_j (1 - T_j d_n).$$

Здесь T_i и T_j имеют тот же смысл, что и выше.

Консолидацию платежей можно осуществить и на основе сложных ставок. Тогда для общего случая ($t_1 < t_{кон} < t_N$) получим

$$S_{кон} = \sum_i S_i (1 + r_c)^{T_i} + \sum_j S_j (1 + r_c)^{-T_j}.$$

➔ **Пример 3.21.** Две стороны согласились консолидировать два платежа в 10 и 5 тыс. руб. со сроками уплаты соответственно 150 и 180 дней в один со сроком 200 дней с простой ставкой 20% годовых.

Какова сумма консолидированного (погасительного) платежа?

Решение.

При использовании простой банковской ставки в 20% годовых консолидированная сумма долга составит величину

$$S_{кон} = 10 \cdot \left(1 + \frac{200 - 150}{365} \cdot 0,2\right) + 5 \cdot \left(1 + \frac{200 - 180}{365} \cdot 0,2\right) = 15,333 \text{ тыс. руб.}$$

Если при объединении платежей задана величина консолидирования платежа $S_{кон}$, то часто возникает проблема определения его срока $t_{кон}$.

В этом случае уравнение эквивалентности удобно представить в виде равенства современных стоимостей соответствующих платежей.

При применении простой ставки это равенство имеет вид

$$S_{кон} (1 + t_{кон} r_n)^{-1} = \sum_{i=1}^N S_i (1 + t_i r_n)^{-1}.$$

Отсюда

$$t_{\text{кон}} = \frac{1}{r_n} \left(\frac{S_{\text{кон}}}{\sum_{i=1}^N S_i (1 + t_i r_n)^{-1}} - 1 \right).$$

Решение может быть получено при условии, что выполняется соотношение $S_{\text{кон}} > \sum_{i=1}^N S_i (1 + t_i r_n)^{-1}$, т.е. размер заменяющего платежа должен быть больше суммы современных стоимостей заменяемых платежей.

Уравнение эквивалентности при консолидации платежей на основе сложных процентных ставок запишется в виде:

$$S_{\text{кон}} (1 + r_c)^{-t_{\text{кон}}} = \sum_{i=1}^N S_i (1 + r_c)^{-t_i}.$$

Отсюда

$$t_{\text{кон}} = \frac{\ln \left(\frac{S_{\text{кон}}}{\sum_{i=1}^N S_i (1 + r_c)^{-t_i}} \right)}{\ln(1 + r_c)}.$$

Здесь решение существует, если

$$S_{\text{кон}} > \sum_{i=1}^N S_i (1 + r_c)^{-t_i}.$$

Для частного случая, когда $S_{\text{кон}} = \sum_{i=1}^N S_i$, при определении срока консолидирующего платежа вместо последней формулы иногда применяют средний взвешенный срок

$$t_{\text{кон}}^* = \frac{\sum_{i=1}^N S_i t_i}{S_{\text{кон}}}.$$

Формула проще, не требует задания уровня процентной ставки, но она дает лишь приближенный результат, который больше точного.

Чем выше ставка r , тем больше погрешность этой формулы.

Если изменение условий платежей осуществляется на произвольные даты, то уравнения эквивалентны и в общем случае будут иметь следующий вид:

при использовании простых процентов:

$$\sum_i S_i(1 + t_i r_n) = \sum_j S_j(1 + t_j r_n);$$

при использовании сложных процентов:

$$\sum_i S_i(1 + r_c)^{-t_i} = \sum_j S_j(1 + r_c)^{-t_j}.$$

Здесь S_i и t_i – параметры заменяемых платежей;

S_j и t_j – параметры заменяющих платежей;

➔ **Пример 3.22.** Суммы 20, 30 и 40 тыс. руб. должны быть выплачены соответственно через 50, 60 и 150 дней. Стороны согласились заменить их одним платежом в размере 100 тыс. руб. с отсрочкой выплаты долга.

Каков период отсрочки, если банковская ставка составляет 10% годовых простых?

Решение.

Современная стоимость заменяемых платежей составит

$$S(0) = 20 \cdot \left(1 + \frac{50}{365} \cdot 0,1\right)^{-1} + 30 \cdot \left(1 + \frac{60}{365} \cdot 0,1\right)^{-1} + 40 \cdot \left(1 + \frac{150}{365} \cdot 0,1\right)^{-1} = 87,7 \text{ тыс. руб.}$$

Тогда

$$t_{\text{кон}} = \frac{1}{r_n} \left(\frac{S_{\text{кон}}}{S(0)} - 1 \right) = \frac{1}{0,1} \left(\frac{100}{87,7} - 1 \right) = 1,404 \text{ года} = 512 \text{ дней.}$$

➔ **Пример 3.23.** Платежи 10 и 20 тыс. руб. со сроками уплаты 2 и 3 года объединяются в один. При консолидации используется сложная ставка 20%.

Какую сумму надо вернуть при консолидации платежей со сроком 2,5 года?

Каков будет срок консолидирования в 30 тыс. руб.?

Решение.

1) Так как $t_1 < t_{\text{кон}} < t_N$, то используем общий случай

$$S_{\text{кон}} = \sum_i S_i (1+r)^{t_i} + \sum_j S_j (1+r)^{-t_j} = 10 \cdot (1+0,2)^{0,5} + 20 \cdot (1+0,2)^{-0,5} = \\ = 29,212 \text{ тыс. руб.}$$

2) Точный срок консолидирования платежа в 30 тыс. руб. составит

$$t_{\text{кон}} = \frac{\ln\left(\frac{30}{10 \cdot (1+0,2)^{-2} + 20 \cdot (1+0,2)^{-3}}\right)}{\ln(1+0,2)} = \frac{\ln\left(\frac{30}{18,518}\right)}{\ln 1,2} = 2,646 \text{ года.}$$

Приближенное решение дает срок

$$t_{\text{кон}}^* = \frac{10 \cdot 2 + 30 \cdot 3}{30} = 2,667 \text{ года.}$$

➔ **Пример 3.24.** Бессрочная облигация куплена по курсу 70% от номинала, обеспечивает ежегодную ренту в 6% от номинала.

Определить внутреннюю норму доходности облигации (эффективную ставку).

Решение.

Эффективная ставка определяется бесконечным потоком единичных платежей, равных 6% от номинала.

Тогда

$$r_{\text{Э}} = r_{\text{обл}} = \frac{S_{\text{ед}}}{S(0)} = \frac{0,06H}{0,7H} = \frac{6}{70} = 0,085714 \approx 8,57 \%$$

➔ **Пример 3.25.** Две суммы (10 и 5 тыс. руб.) должны быть выплачены 1 ноября и 1 января (следующего года). Стороны согласились пересмотреть порядок выплат: должник 1 декабря выплачивает 6 тыс. руб., а остаток долга гасится 1 марта. Необходимо найти эту сумму S_0 при условии, что пересчет ведем по ставке простых процентов, равной 20%.

Решение.

Возьмем за базовую дату, например, момент выплаты 5 тыс. руб., т.е. 1 января.

Уравнение эквивалентности в этом случае будет выглядеть так:

$$10\left(1 + \frac{61}{365}0,2\right) + 5 = 6\left(1 + \frac{31}{365}0,2\right) + S_{\partial}\left(1 + \frac{59}{365}0,2\right)^{-1}.$$

Отсюда

$$S_{\partial} = 9,531 \text{ тыс. руб.}$$

Если за базовую дату взять 1 марта, то уравнение эквивалентности будет иметь вид:

$$10\left(1 + \frac{120}{365}0,2\right) + 5\left(1 + \frac{59}{365}0,2\right) = 6\left(1 + \frac{90}{365}0,2\right) + S_{\partial}.$$

Отсюда

$$S_{\partial} = 9,523 \text{ тыс. руб.}$$

Примечание. При применении простых ставок изменение базовых дат приводит к некоторым смещениям результатов.

Это объясняется тем, что если $t = t_1 + t_2$, то

$$(1 + tr_n) \neq (1 + t_1r_n)(1 + t_2r_n).$$

➔ **Пример 3.26.** Выдан кредит в 2 млн. руб. на 3 месяца под 10% годовых простых. За оформление кредитного договора и его закрытие была уплачена комиссия в размере 2% от величины кредита.

Какова эффективная ставка в этой сделке? Какова была бы эффективная ставка кредита без отсутствия комиссии?

Решение.

Сумма, подлежащая возврату по кредиту

$$S(T) = S(0) \cdot (1 + (3/12) \cdot 0,1) = 2,05 \text{ млн руб.}$$

Тогда эффективная ставка кредита без комиссии

$$r_{\text{э}} = (2,05/2,0)^4 - 1 = 0,103813 = 10,3813\%.$$

С учетом уплаченной комиссии эффективная ставка кредита составит величину

$$r_{\text{э}} = \left(\frac{2050 + 40}{2000}\right)^4 - 1 = 0,1925 = 19,25\%.$$

3.5. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

Инвестиции – вложение денежных средств (или иных ценностей, имеющих денежную оценку) для получения доходов в будущем.

Различают реальные и финансовые инвестиции.

Реальные инвестиции – это вложение денежных средств в материальные ресурсы: землю, недвижимость, оборудование.

Производственные инвестиции – один из видов реальных инвестиций. Это вложения в создание, реконструкцию или перепрофилирование производственного предприятия.

Финансовые инвестиции – это вложение денежных средств в финансовые инструменты.

Финансовый инструмент – это ценная бумага любого вида.

Как правило, реальные и финансовые инвестиции являются взаимодополняющими. Например, компании требуются средства для строительства завода. Эти реальные инвестиции можно профинансировать за счет продажи новых акций на первичном рынке ЦБ. В свою очередь, покупка акций представляет собой финансовые инвестиции для покупателей.

В развитых экономиках финансовые инвестиции составляют большую часть всех инвестиций и играют важную роль в финансировании реальных инвестиций в экономику.

Для привлечения производственных инвестиций разрабатывается инвестиционный проект. Основная характеристика инвестиционного проекта – финансовый поток расходов и доходов.

Этот поток представляет собой модель предполагаемого потока платежей по проекту и строится на основе совокупности прогнозных оценок на время реализации проекта.

Инвестиционный проект, рассматриваемый в условиях определенности, описывается своим чистым денежным потоком $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$ в моменты времени $t = 0, t_1, t_2, \dots, t_n$ соответственно ($0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n = T$).

Начало проекта $t = 0$ – момент вложения исходной инвестиции в размере $S_{инв}$, T – срок проекта.

Член чистого денежного потока

$$S_i = S_i^{dox} - S_i^{pacx}, \quad (i = \overline{0, n}),$$

где S_i^{dox} – доходы по проекту в моменты t_i ;

S_i^{pacx} – расходы по проекту в те же моменты времени;

$$(S_0^{pacx} = S_{инв}).$$

Член денежного потока $S_0 = -S_0^{pacx} = -S_{инв}$, так как $S_0^{dox} = 0$.

Случай $S_i > 0$ означает превышение поступления над расходом в момент t_i , при обратном соотношении $S_i < 0$.

Очевидно, могут быть и нулевые члены денежного потока.

Для оценки эффективности инвестиционного проекта используют четыре основных показателя, основанных на дисконтировании членов финансового потока проекта к моменту $t = 0$:

- 1) чистая современная стоимость проекта (*net present value, NPV*);
- 2) внутренняя норма доходности (*internal rate of return, IRR*);
- 3) срок окупаемости (*discounted payback period, DPP*);
- 4) индекс доходности (*profitability index, PI*).

Каждый из показателей – это результат сопоставления современных стоимостей инвестиций в проект и отдачи от инвестиций.

Для дисконтирования членов финансового потока проекта применяется процентная ставка r .

Можно считать, что r – годовая ставка, по которой инвестор мог бы дать займы или занять деньги.

Чистая современная стоимость проекта $NPV(r)$ при процентной ставке r – это современная стоимость чистого денежного потока проекта по процентной ставке r .

Если $NPV(r) \geq 0$, то доходы от проекта окупают вложенные инвестиции. При $NPV(r) < 0$ доходы не окупают инвестиций.

$NPV(r)$ характеризует возможный прирост (убытки) капитала инвестора в результате реализации проекта по сравнению с альтернативными вложениями под ставку r .

Если $NPV(r) > 0$, то $NPV(r)$ – это максимальная величина, на которую можно увеличить инвестиции в проект при данных доходах и ставке дисконтирования r так, чтобы проект не стал убыточным.

Показатель $NPV(r)$ является абсолютным, учитывает масштабы инвестиций и позволяет рассчитать прирост (убыток) капитала инвестора по сравнению с альтернативным вложением инвестиций.

На этот показатель ориентируются при стремлении максимизировать массу дохода. Показатель $NPV(r)$ часто используют как основной измеритель эффективности инвестиций, в частности, при сравнении инвестиционных проектов.

Внутренняя норма доходности проекта (IRR) – это ставка дисконтирования r , при которой чистая современная стоимость проекта равна нулю. Величина IRR полностью определяется “внутренними” характеристиками самого проекта и не зависит, например, от ставки дисконтирования r . Расчет IRR часто применяют в качестве первого шага анализа инвестиций.

При ставке дисконтирования, равной IRR , инвестиционные вложения в точности окупаются доходами, но не приносят прибыль.

Внутренняя норма доходности проекта r является среднегодовой доходностью этого проекта, если в течение всего срока проекта ставка дисконтирования равна r и все доходы от проекта реинвестируются по ставке r до окончания проекта.

IRR – это относительный показатель, показывает среднегодовой темп увеличения капитала инвестора.

Чем выше IRR , тем больше эффективность инвестиций.

На этот показатель ориентируются при стремлении максимизировать относительную отдачу от инвестиций.

Оценка проекта в значительной мере зависит от того, насколько отличаются ставка дисконтирования r и показатель IRR проекта.

Срок окупаемости проекта (DPP) – это срок действия проекта, за который современная стоимость потока доходов становится равной современной стоимости потока инвестиций в проект, это время, необходимое для полной компенсации инвестиций в проект доходами от проекта.

Если ставка дисконтирования равна внутренней норме доходности проекта IRR , то срок окупаемости проекта совпадает с его сроком.

Индекс доходности (PI) проекта – это число, равное отношению современных стоимостей доходов и инвестиций в проект.

Показатель PI характеризует уровень доходов на единицу затрат, т.е. эффективность вложений.

Если $PI > 1$ – доходы окупают вложенные инвестиции.

Если $PI < 1$ – инвестиции в проект не окупаются.

Если $PI = 1$ – проект ни прибыльный, ни убыточный.

Если ставка дисконтирования равна внутренней норме доходности проекта IRR , то индекс доходности проекта $PI = 1$.

Если срок проекта совпадает с его сроком окупаемости, то индекс доходности проекта $PI = 1$.

Показатели эффективности зависят от конкретных параметров проекта и взаимосвязаны.

Это обеспечивает согласованность показателей в оценке проекта: если какой-либо из показателей изменяется и указывает, например, на повышение эффективности проекта по этому показателю, то и остальные показатели при этом изменяются так, что проект оценивается как более эффективный и по всем остальным показателям.

И наоборот: снижение эффективности проекта по одному из показателей означает точно такой же вывод в отношении остальных показателей.

Но снижение эффективности по разным показателям происходит в разной мере.

Окончательная оценка проекта – за лицом, принимающим решение о финансировании проекта.

Контрольные вопросы к главе 3

1. Что такое эффективная ставка и каковы особенности ее применения?
2. Поясните термин «Дюрация». Как она вычисляется и применяется?
3. Дайте понятие и классификацию финансовых рент.
4. Как выполняется реструктуризация (конверсия) платежей?
5. Что такое эквивалентность процентных ставок?
6. Охарактеризуйте обобщающие характеристики потока платежей.
7. Охарактеризуйте средние величины потока платежей.
8. Сравните понятия «спотовая» и «форвардная» процентные ставки.
9. Что такое принцип эквивалентности в финансовой математике?
10. Как оценить эффективность операций в виде потока платежей?

11. Как оценить эффективность инвестиционных проектов?
 12. Что такое внутренняя норма доходности финансовой сделки?

Задание 3.1. Исследовать эффективность финансовой операции по имеющейся информации о последовательности взаимных платежей кредитора (инвестора) и дебитора.

1. Вычислить чистую приведенную величину потока платежей и оценить возможность (целесообразность) реализации соответствующего финансового контракта со стороны инвестора.

Величину банковской ставки r взять из работы (задания) 2.1.

2. Определить эффективную ставку финансовой операции и оценить степень рациональности контракта с учетом реальных банковских процентных ставок.

3. Рассчитать дюрацию потока платежей инвестора и потока платежей дебитора.

4. Проанализировать полученные результаты.

Варианты задания приведены в таблице 3.4.

Первая строка данных каждого варианта задания характеризует моменты платежей в днях относительно текущего (начального) момента времени.

Вторая строка данных содержит величины соответствующих платежей в тыс. руб.

Знак плюс у платежей указывает на поступление финансовых средств к инвестору, минус означает вложения (затраты) средств инвестора.

Таблица 3.4 – Потоки платежей кредитора и дебитора

№ вар.	Порядковые номера платежей									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	62	20	77	86	160	200	412	444	535	633
	-50	-85	18	25	-55	-80	58	120	140	23
2	0	10	45	60	120	180	365	400	510	730
	-85	20	-62	-33	60	20	-42	14	35	133
3	10	20	30	40	60	90	112	144	235	365
	-30	-85	-24	-62	-55	100	58	20	140	28
4	15	25	30	60	90	120	150	180	210	240
	-70	-85	-105	75	50	80	-58	-20	40	230

Окончание таблицы 3.4

5	30	50	90	100	160	200	300	365	730	888
	-120	-85	-98	-95	-75	80	50	120	140	250
6	0	10	30	60	90	120	240	365	480	920
	-85	40	-60	-30	60	20	-55	140	35	133
7	10	20	30	40	60	90	120	240	365	480
	-30	-85	-24	-62	-55	100	58	20	140	28
8	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
	-70	-85	-105	75	50	80	-58	-20	40	130
9	60	90	120	240	480	510	600	730	760	
	-90	-35	40	25	-55	-80	58	120	140	
10	0	10	45	60	120	180	365	400	510	730
	-30	-85	-24	-62	-55	100	58	20	140	28
11	10	20	30	40	60	90	120	150	180	360
	-85	20	-62	-33	60	20	-42	14	35	133
12	15	25	30	60	90	120	150	180	210	
	-70	-25	-105	75	50	180	-58	-20	140	
13	30	60	90	120	160	200	330	360	720	750
	-12	-85	-98	-95	-75	80	50	70	140	250
14	0	10	30	60	90	120	240	360	480	
	-85	40	-60	-30	60	20	-55	140	35	
15	0	20	30	40	60	90	120	240	360	480
	-50	-85	-77	-62	-55	120	58	30	140	28
16	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
	120	185	110	15	-50	-80	-58	-20	-40	-130
17	10	20	30	40	60	90	120	150	180	360
	85	20	-60	-30	60	20	-42	-48	35	-33
18	15	25	30	60	90	120	150	180	210	
	-70	-25	-105	75	50	180	-58	-20	140	
19	30	60	90	120	160	200	330	360	720	750
	-20	-85	-60	-60	-55	120	40	30	140	50

ФИНАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ С ВАЛЮТОЙ

4.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ВАЛЮТНЫХ ОПЕРАЦИЙ

Классификация валютных операций приведена на рисунке 4.1.

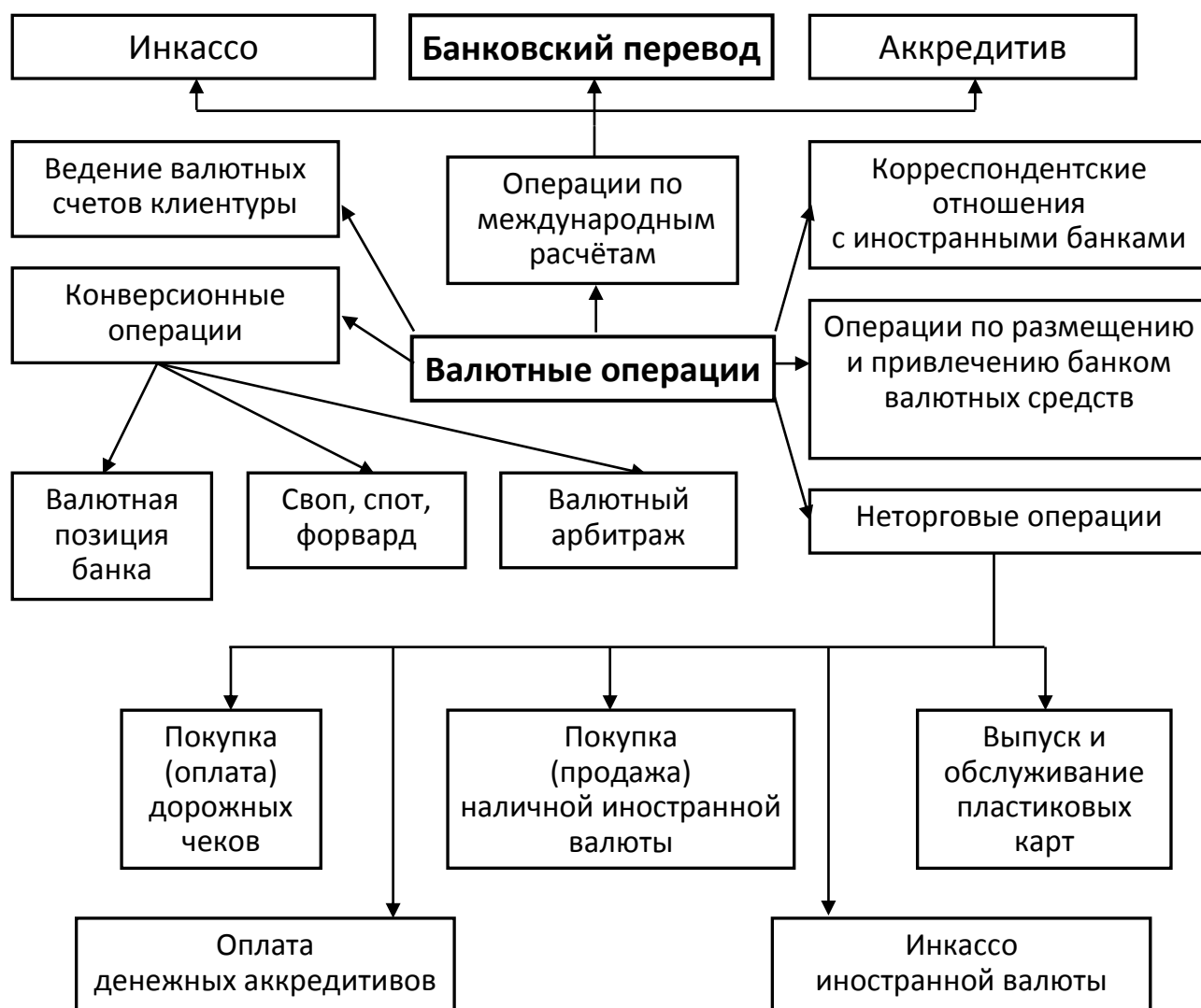


Рисунок 4.1. – Классификация валютных операций

Ниже дается описание основных валютных операций банка.

1. Открытие и ведение валютных счетов клиентуры

Операция включает в себя: открытие валютных счетов юридическим лицам (резидентам и нерезидентам); физическим лицам; начисление процентов по остаткам на счетах; предоставление овердрафтов (особым клиентам по решению руководства банка); предоставление выписок по мере совершения операций; оформление архива счета за любой промежуток времени; выполнение операций по распоряжению клиентов относительно средств на их счетах (оплата предоставленных документов, покупка и продажа валюты); контроль за экспортно-импортными операциями.

2. Неторговые операции банка

Сюда относятся операции по обслуживанию клиентов, не связанных с проведением расчетов по экспорту и импорту товаров и услуг клиентов банка или движением капитала. Уполномоченные банки могут совершать следующие операции неторгового характера: покупку и продажу наличной валюты и платежных документов в валюте; инкассо валюты и платежных документов в валюте; осуществлять выпуск и обслуживание пластиковых карточек клиентов банка; производить покупку (оплату) дорожных чеков иностранных банков; оплату денежных аккредитивов и выставление аналогичных аккредитивов.

3. Установление отношений с иностранными банками

Для осуществления международных расчетов банк открывает в иностранных банках и у себя корреспондентские счета «Ностро» и «Лоро».

Счет «Ностро» – это текущий счет, открытый на имя КБ у банка-корреспондента. Счет «Лоро» – это текущий счет, открытый в КБ на имя банка-корреспондента.

4. Конверсионные операции

Конверсионные операции банков – это сделки покупки и продажи наличной и безналичной валюты одной страны за валюту другой страны.

Различают следующие виды таких сделок.

Сделка с немедленной поставкой (наличная сделка – *cash*) – это конверсионная операция с датой валютирования, отстоящей от дня заключения сделки не более чем на два рабочих банковских дня.

Сделка типа «today» – это конверсионная операция с датой валютирования в день заключения сделки.

Сделка типа «tomorrow» – операция с датой валютирования на следующий за днем заключения рабочий банковский день.

Сделка типа «spot» – конверсионная операция с датой валютирования на второй (за днем заключения сделки) рабочий банковский день.

Срочная (форвардная) сделка (*forward outright*) – это конверсионная операция, дата валютирования по которой отстоит от даты заключения сделки более чем на два рабочих банковских дня.

Сделка своп (*swap*) – это банковская сделка, состоящая из двух противоположных конверсионных операций на одинаковую сумму, заключаемых в один и тот же день. При этом одна из указанных сделок является срочной, а вторая – сделкой с немедленной поставкой.

Сделки «своп» включают в себя две разновидности:

1) **сделка «репорт» (*report*)** – продажа иностранной валюты на условиях «спот» с одновременной ее покупкой на условиях «форвард»;

2) **сделка «дерепорт» (*dereport*)** – покупка иностранной валюты на условиях «спот» и одновременная продажа ее на условиях «форвард».

Оборот по операциям покупки (продажи) иностранной валюты за отчетный день – это объем купленной (проданной) в течение дня валюты.

Валютная позиция банка – остатки средств в иностранных валютах, которые формируют активы и пассивы в соответствующих валютах.

Открытая валютная позиция – разница остатков средств в иностранных валютах активных и пассивных операций банка.

Короткая открытая валютная позиция – здесь пассивы и внебалансовые обязательства количественно превышают активы и внебалансовые требования в этой иностранной валюте.

Длинная открытая валютная позиция – здесь активы и внебалансовые требования превышают пассивы и внебалансовые обязательства в этой валюте.

Закрытая валютная позиция – позиция в отдельной валюте, активы и пассивы (с учетом внебалансовых требований и обязательств по незавершенным операциям) в которой количественно совпадают.

Дата заключения сделки (дата сделки) – дата достижения сторонами сделки по всем ее существенным условиям (наименование обмениваемых валют, курс обмена, суммы обмениваемых средств, дата валютирования, платежные инструменты) и всем иным условиям, относительно которых по заявлению одной из сторон должно быть достигнуто соглашение.

Дата валютирования – оговоренная сторонами дата осуществления поставки средств на счета контрагента по сделке.

ЦБРФ устанавливает лимиты открытых валютных позиций, т.е. количественные ограничения соотношений суммарных открытых валютных позиций и собственных средств (капитала) уполномоченных банков.

На изменение валютной позиции влияют следующие операции:

1) начисление процентов и получение операционных доходов в иностранных валютах;

2) оплата операционных расходов, а также расходов на приобретение собственных средств в иностранных валютах;

3) конверсионные операции с немедленной поставкой средств (не позднее второго рабочего банковского дня от даты сделки) и поставкой их на срок (свыше двух рабочих дней), включая операции с наличной валютой;

4) срочные операции (форвардные и фьючерсные сделки, сделки «своп» и др.), по которым возникают требования и обязательства в иностранной валюте вне зависимости от способа и формы проведения расчетов по таким сделкам;

5) иные операции в иностранной валюте и сделки с прочими валютными ценностями, кроме драгоценных металлов, включая производные финансовые инструменты валютного рынка (в том числе биржевого), если по условиям этих сделок в том или ином виде предусматривается обмен (конверсия) иностранных валют или иных валютных ценностей, кроме драгоценных металлов.

Валютная позиция возникает на дату заключения сделки на покупку или продажу иностранной валюты и иных валютных ценностей, а также дату начисления процентных доходов (расходов) и зачисления на счет (списания со счета) иных доходов (расходов) в иностранной валюте.

Указанные даты определяют также дату отражения в отчетности соответствующих изменений величины открытой валютной позиции.

Банк ведет не только открытую валютную позицию по покупке-продаже валюты. Ежедневно банком также ведется общая валютная позиция по счетам «Ностро».

Как правило, платежи ставятся на позицию за день или за два дня до их исполнения, что дает возможность заведомо иметь представление о состоянии расчетов на конкретную дату по конкретному корсчету «Ностро».

Если суммы платежей превышают суммы поступлений, оформляется переброска средств с одного счета на другой.

Ежедневно банк проверяет соответствие платежей, поставленных на позицию, с суммой платежей, прошедших по выписке со счета «Ностро», которую банк получает от своего иностранного партнера.

Ведение позиции на каждый конкретный день начинается с анализа остатка на счете «Ностро» у инобанка за предыдущий день.

Подобный контроль необходим во избежание возникновения дебетового сальдо и выплаты процентов за овердрафт.

Валютный арбитраж – осуществление операций по покупке иностранной валюты с одновременной продажей ее в целях получения прибыли от разницы валютных курсов.

Пространственный арбитраж – возникновение разницы в валютных курсах на рынках разных территорий.

Временной арбитраж – изменение валютного курса во времени.

Конверсионный валютный арбитраж предполагает покупку валют самым дешевым образом, используя как наиболее выгодный рынок, так и изменение курсов во времени.

При конверсионном арбитраже часто происходит обмен несколькими валютами.

5. Операции по международным расчетам, связанные с экспортом и импортом товаров и услуг

Во внешней торговле применяются такие формы расчетов, как документарный аккредитив, документарное инкассо, банковский перевод.

Документарный аккредитив – обязательство банка, открывшего аккредитив (банка-эмитента) по просьбе своего клиента-приказодателя (импортера), производить платежи в пользу экспортера (бенефициара) против документов, указанных в аккредитиве.

При расчетах по экспорту в форме документарного аккредитива иностранный банк открывает его у себя по поручению фирмы-экспортера и посылает банку об этом аккредитивное письмо, в котором указывается вид аккредитива и порядок выплат по нему.

На каждый аккредитив открывается досье.

В расчетах по форме «**документарное инкассо**» банк–эмитент принимает на себя обязательство предъявить предоставленные доверителем документы плательщику (импортеру) для акцепта и получения денег.

При применении банковских переводов в расчетах вся валютная выручка зачисляется на транзитные счета в уполномоченных банках.

После поступления ее на транзитный валютный счет в поручение о переводе поступившей суммы или ее части на текущий счет указывается и продажа части экспортной выручки на внутреннем валютном рынке в порядке обязательной продажи.

6. Операции по привлечению и размещению валютных средств.

Эти операции включают в себя следующие виды:

- 1) привлечение депозитов: физических лиц; юридических лиц, в том числе межбанковские депозиты;
- 2) выдача кредитов: физическим лицам; юридическим лицам;
- 3) размещение кредитов на межбанковском рынке.

Доходы по валютным счетам клиентов включают в свой состав комиссии за оформление паспортов сделок, а также комиссию за обналичивание иностранной валюты.

К доходам от размещения средств относятся: проценты за кредиты выданные (краткосрочные, долгосрочные), депозиты размещенные; размещение средств в валютные ценные бумаги и доход по ним.

К доходам по международным расчетам относятся: комиссии за переводы, инкассо платежных документов в иностранной валюте, открытие и выставление аккредитивов.

Доходы по конверсионным операциям включают: доходы по открытой валютной позиции; доходы от операций на валютных биржах по фьючерсным и форвардным контрактам.

К доходам по неторговым операциям относятся: комиссия, взимаемая с клиентов за обслуживание пластиковых карточек; доходы по покупке-продаже наличной иностранной валюты.

4.2. РАСЧЕТ ВАЛЮТНЫХ КОТИРОВОК

Валютный (обменный) курс (*exchange rate*) – это количество единиц одной валюты, необходимое для приобретения единицы валюты другой страны.

В банковской практике приняты определенные обозначения курсов валют. Например, курс доллара к рублю обозначают

$$\text{USD/RUR} = 68,50,$$

где USD – база котировки (базовая валюта);

RUR – валюта котировки (котируемая валюта).

В данном случае это значит, что 68,50 рублей обмениваются на один американский доллар. Последние две цифры написания валютного курса называются процентными пунктами (или пипсами, *pips*).

Котировка курсов бывает прямой и косвенной.

Прямая котировка – это количество единиц национальной валюты, необходимое для приобретения одной единицы иностранной валюты.

Обычно валюты сравниваются с американским долларом, например, USD/RUR.

Косвенная (обратная) котировка – это количество единиц иностранной валюты, необходимое для приобретения одной единицы национальной валюты, например:

$$\text{RUR/USD} = 0,0134.$$

Ряд валют официально котируется к доллару США в виде косвенной котировки: евро, английский фунт, а также денежные единицы стран – бывших колоний Великобритании, например:

$$\text{GBR/USD} = 1,5760, \text{ EUR/USD} = 1,1426.$$

На валютном рынке банки котируют валютные курсы с использованием двух сторон: покупки (*bid*) и продажи (*ask, offer*), например:

$$\text{USD/RUR} = 68,40 - 68,70.$$

Курс покупки – это курс, по которому банк покупает базовую валюту (в нашем случае это USD – доллары США) и продает валюту котировки (российские рубли).

Курс продажи – это курс, по которому банк продает базовую валюту и покупает валюту котировки.

Разница между курсом покупки и продажи называется **спрэд** (*spread*) или **маржа** (*margin*). Маржа (спрэд) – это прибыль банка.

Кросс-курс (*cross rate*) – обменный курс двух валют, установленный через курс каждой из них к третьей валюте, обычно к доллару США.

Кросс-курсы основных валют котируются многими банками, однако они могут быть рассчитаны самостоятельно.

Рассмотрим три способа расчета **средних** кросс-курсов.

Вариант 1. Для валют с прямыми котировками к доллару.

Если доллар США является базой котировки для обеих валют, то для нахождения их кросс-курса следует разделить долларовые курсы этих валют.

➔ **Пример 4.1.** Найти кросс-курс швейцарского франка и российского рубля, если $USD/RUR = 28,50$, а $USD/CHF = 1,4181$.

Решение.

Имеем:

$$1 \text{ USD} = 1,4181 \text{ CHF};$$

$$1 \text{ USD} = 28,50 \text{ RUR}.$$

Если равны левые стороны, то равны и правые. Следовательно:

$$\text{CHF } 1,4181 = \text{RUR } 28,50.$$

$$\text{Тогда } \text{CHF/RUR} = 28,50 : 1,4181 = 20,0973.$$

Кросс-курс швейцарского франка и российского рубля будет составлять

$$\text{CHF/RUR} = 20,0973.$$

Вариант 2. Для валют с прямой и косвенной котировками к доллару.

Если доллар является базой котировки только для одной из валют, то необходимо перемножить долларовые курсы этих валют.

➔ **Пример 4.2.** Найти кросс-курс английского фунта стерлингов к швейцарскому франку, если $GBP/USD = 1,8750$, а $USD/CHF = 1,2810$.

Решение.

Имеем:

$$1 \text{ USD} = 1:1,8750 \text{ GBP};$$

$$1 \text{ USD} = 1,2810 \text{ CHF}.$$

$$\text{GBP/CHF} = 1,8750 \cdot 1,2810 = 2,4019.$$

Отсюда кросс-курс фунта стерлингов к швейцарскому франку составляет

$$\text{GBP/CHF} = 2,4019.$$

Вариант 3. Для валют с косвенными котировками к доллару.

Если доллар является валютой котировки для обеих валют, то для нахождения их кросс-курсов необходимо разделить долларовые курсы этих валют.

➔ **Пример 4.3.** Найти кросс-курс фунта стерлингов к сингапурскому доллару, если $GBP/USD = 1,8750$, а $SGD/USD = 0,8250$.

Решение.

Имеем:

$$1 \text{ USD} = 1:1,8750 \text{ GBP};$$

$$1 \text{ USD} = 1:0,8250 \text{ SGD}.$$

$$GBP/SGD = 1,8750:0,8250 = 2,2727.$$

$$\text{О т в е т : } GBP/SGD = 2,2727.$$

Для нахождения сторон покупки и продажи кросс-курсов применяют следующие правила.

Правило 1 для валют с прямыми котировками к доллару.

Для получения *курса покупки* надо разделить курс покупки валюты котировки на курс продажи базовой валюты.

Для получения *курса продажи* надо разделить курс продажи валюты котировки на курс покупки базовой валюты.

➔ **Пример 4.4.** Определить, какой курс установит банк для перевода российских рублей в японские йены, если:

$$USD/RUR = 28,40 - 28,50; \quad USD/JPY = 118,75 - 118,85.$$

Решение.

Рассчитаем *курс покупки (bid)*: $RUR/JPY = 118,75:28,50 = 4,1666$.

Тогда *курс продажи (offer, ask)*: $RUR/JPY = 118,85:28,40 = 4,1849$.

Таким образом, кросс-курс равен: $RUR/JPY = 4,1666 - 4,1849$.

Банк поменяет российские рубли на японские йены по курсу 4,1666.

Правило 2 для валют с прямыми и косвенными котировками.

Для получения *курса покупки* надо умножить долларовые курсы покупки этих валют.

Для получения *курса продажи* надо умножить долларовые курсы продажи этих валют.

➔ **Пример 4.5.** Российскому дилеру надо 6,5 млн евро. Сколько российских рублей он должен продать банку, если USD/RUR = 28,40 – 28,50; EUR/USD = 1,2268 – 1,2309?

Решение.

Рассчитаем курс покупки:

$$\text{EUR/RUR} = 28,40 \cdot 1,2268 = 34,8411.$$

Тогда курс продажи:

$$\text{EUR/RUR} = 28,50 \cdot 1,2309 = 35,0801.$$

Таким образом, кросс-курс равен:

$$\text{EUR/RUR} = 34,8411 - 35,0801.$$

Дилер должен продать: $6.500.000 \cdot 35,0801 = 228.020.650$ рублей.

➔ **Пример 4.6.** Известны котировки валют B1/B2 = 1,2810 – 1,2820, B1/B3 = 1,5380 – 1,5390. Рассчитать кросс-курс валют B3/B2.

Решение.

Курс покупки:

$$\text{B3/B2 bid} = (\text{B1/B2 bid}) / (\text{B1/B3 offer}) = 1,2810 / 1,5390 = 0,8324.$$

Курс продажи:

$$\text{B3/B2 offer} = (\text{B1/B2 offer}) / (\text{B1/B3 bid}) = 1,2820 / 1,5380 = 0,8336.$$

Двусторонняя котировка кросс-курса

$$\text{B3/B2} = 0,8324 - 0,8336.$$

➔ **Пример 4.7.** Известны котировки валют B1/B2 = 1,5720 – 1,5725, B2/B3 = 1,3380 – 1,3385. Рассчитать кросс-курс валют B1/B3.

Решение.

Курс покупки:

$$\text{B1/B3} = 1,5720 / 1,3380 = 2,1033.$$

Курс продажи:

$$\text{B1/B3} = 1,5725 / 1,3385 = 2,1048.$$

Кросс-курс валют

$$\text{B1/B3} = 2,1033 - 2,1048.$$

Форвардные курсы, или форвардные цены как таковые, обычно не котируются. Профессиональные дилеры оперируют, как правило, выраженными десятичными дробями – разницей между курсами «спот» и «форвард», т.е. **премиями и скидками**.

Эти разницы иногда еще называют «курсами своп».

Котирование форвардных разниц (скидок и премий) вместо форвардных курсов имеет свои причины.

1. Форвардные разницы часто остаются неизменными даже тогда, когда курсы «спот» претерпевают изменения, поэтому котирование премий/скидок вместо курсов требует внесения меньшего числа изменений.

2. Во многих случаях форвардные курсы как таковые сами по себе не представляют интереса. Так по сделкам «своп» имеют значение лишь форвардные разницы или «курсы своп» (сами курсы «спот» и «форвард» большой роли не играют).

Форвардный курс рассчитывается путем прибавления премии или вычета скидки из «курса спот». И хотя «курсы своп» обычно не содержат знаков «−» или «+», дилеру сразу видно, как, например, в приведенной таблице нижеследующего примера, что доллар котируется со скидкой по отношению к евро, однако он же котируется с премией по отношению к швейцарскому франку.

Курс покупателя, будь то «спот» или «форвард», всегда должен быть ниже курса продавца.

Кроме того, для форвардных курсов нужны несколько более широкие «вилки», чем для курсов «спот». Это достигается путем занижения цифры, прибавляемой к курсу покупателя по сравнению с курсом продавца (в случае скидки), и наоборот, повышения ее в случае премии.

Обозначим характеристики кросс-курса в виде:

<i>GBP/EUR</i>	<i>Покупка</i>	<i>Продажа</i>
Базовый курс («спот»)	$K_{нок}$	$K_{пр}$
Премия	α	β
Форвардный курс на период T	$K_{нок} + \alpha$	$K_{пр} + \beta$

Тогда доходность операции РЕПОРТ за период T можно рассчитать по соотношению: $r_T^{pen} = -\frac{\beta}{K_{пр} + \beta}$.

Доходность операции ДЕРЕПОРТ за период T можно рассчитать по соотношению: $r_T^{depen} = \frac{\alpha}{K_{нок}}$.

➔ **Пример 4.8.** Известны котировки курсов «спот» и «форвард»:

<i>Операция</i>	<i>USD/EUR</i>	<i>GBP/USD</i>	<i>USD/CHF</i>
«Спот»	0,7620 – 0,7665	1,8840 – 1,8860	1,2435 – 1,2445
Форвард 1 мес.	88 – 80	120 – 125	60 – 68
Форвард 3 мес.	226 – 210	230 – 248	109 – 120
Форвард 6 мес.	530 – 490	426 – 456	200 – 255

Требуется:

1. Определить трехмесячный кросс-курс всех валют.
2. Сколько % годовых составляют затраты на хеджирование при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу GBP за CHF?
3. Сколько евро можно получить, продав 38 тыс. швейцарских франков сегодня? Через месяц?
4. Какова эффективная ставка трехмесячной операции РЕПОРТ и ДЕРЕПОРТ для валют GBP и EUR (продажа фунтов за евро)?

Решение.

1. Определим трехмесячные кросс-курсы всех валют.

Имеем следующие рыночные курсовые соотношения:

$$\text{USD/EUR} = (0,7620 - 0,0226) - (0,7665 - 0,0210) = 0,7394 - 0,7455.$$

$$\text{GBP/USD} = (1,8840 + 0,0230) - (1,8860 + 0,0248) = 1,9070 - 1,9108.$$

$$\text{USD/CHF} = (1,2435 + 0,0109) - (1,2445 + 0,0120) = 1,2544 - 1,2565.$$

$$\text{EUR/CHF} = (1,2544/0,7455) - (1,2565/0,7394) = 1,6826 - 1,6994.$$

$$\text{GBP/CHF} = (1,9070 \cdot 1,2544) - (1,9108 \cdot 1,2565) = 2,3921 - 2,4009.$$

$$\text{GBP/EUR} = (1,9070 \cdot 0,7394) - (0,7455 \cdot 1,9108) = 1,4100 - 1,4245.$$

2. Рассчитаем, сколько процентов годовых составляют затраты на хеджирование при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу GBP за CHF. Текущие курсы «спот»:

$$\text{GBP/USD} = 1,8840 - 1,8860.$$

$$\text{USD/CHF} = 1,2435 - 1,2445.$$

$$\text{GBP/CHF} = (1,8840 \cdot 1,2435) - (1,8860 \cdot 1,2445) = 2,3428 - 2,3471.$$

Тогда 6-ти месячный кросс-курс валют GBP и CHF будет равен:
 $GBP/USD = (1,8840 + 0,0426) - (1,8860 + 0,0456) = 1,9266 - 1,9316.$
 $USD/CHF = (1,2435 + 0,0200) - (1,2445 + 0,0255) = 1,2635 - 1,2700.$
 $GBP/CHF = (1,9266 \cdot 1,2635) - (1,9316 \cdot 1,2700) = 2,4343 - 2,4531.$

Доходность от хеджирования 6 месяцев (продажа GBP за CHF):

$$r_T = (2,4343 - 2,3428)/2,3428 = 0,0915/2,3428 = 0,0391.$$

Годовая доходность от операции хеджирования на 6 месяцев:

1) при расчете по простым процентам:

$$r_n = \frac{r_T}{T} = \frac{0,0391}{0,5} = 0,0782.$$

2) при расчете по сложным процентам:

$$r_c = r_s = (1 + r_T)^{1/T} - 1 = (1 + 0,0391)^2 - 1 = 0,0797.$$

Затраты на хеджирование: – 7,97% годовых сложных (доход!).

3. Определим, сколько евро можно получить, продавая 38 тыс. швейцарских франков сегодня и через месяц.

Текущий кросс-курс для CHF/EUR:

$$CHF/EUR = (0,7620/1,2445) - (0,7665/1,2435) = 0,6123 - 0,6164.$$

Курс форвард на 1 месяц для соответствующих валют составит:

$$USD/EUR = (0,7620 - 0,0088) - (0,7665 - 0,0080) = 0,7532 - 0,7585.$$

$$USD/CHF = (1,2435 + 0,0060) - (1,2445 + 0,0068) = 1,2495 - 1,2513.$$

$$CHF/EUR = (0,7532/1,2513) - (0,7585/1,2495) = 0,6019 - 0,6070.$$

Продавая сегодня 38 000 швейцарских франков за евро можно получить:

$$38000 \cdot 0,6123 = 23267,4 \text{ EUR}$$

Продавая 38000 швейцарских франков за евро через месяц можно получить:

$$38 \ 000 \cdot 0,6019 = 22872,2 \text{ EUR.}$$

4. Найдем эффективную ставку трехмесячной операции РЕПОРТ и ДЕРЕПОРТ для валют GBP и EUR (продаем GBP за EUR).

Вычислим кросс-курс «спот» валют GBP и EUR:

$$GBP/EUR = (1,8840 \cdot 0,7620) - (1,8860 \cdot 0,7665) = 1,4356 - 1,4456.$$

Имеем следующие характеристики кросс-курса:

<i>GBP/EUR</i>	<i>Покупка</i>	<i>Продажа</i>
Базовый курс	1,4356	1,4456
Скидки	256	211
Курс через 3 месяца	1,4100	1,4245

В обозначениях премий и курсов покупки и продаж:

$$\alpha = -0,0256; \beta = -0,0211; K_{нок} = 1,4356; K_{np} = 1,4456.$$

Доходность операции РЕПОРТ за 3 месяца можно рассчитать по соотношению:

$$r_T^{pen} = -\frac{\beta}{K_{np} + \beta} = -\frac{-0,0211}{1,4245} = 0,0148122.$$

Эффективная ставка операции РЕПОРТ составит величину:

$$r_3^{pen} = (1 + r_T^{pen})^{1/T} - 1 = (1 - 0,0148122)^4 - 1 = 0,060578.$$

Доходность операции ДЕРЕПОРТ за период T (за 3 месяца) можно рассчитать по соотношению:

$$r_T^{дереп} = \frac{\alpha}{K_{нок}} = \frac{-0,0256}{1,4356} = -0,01783.$$

Эффективная ставка операции ДЕРЕПОРТ составит величину:

$$r_3^{дереп} = (1 + r_T^{дереп})^{1/T} - 1 = (1 - 0,01783)^4 - 1 = 0,93056 - 1 = -0,06944.$$

4.3. КОНВЕРСИЯ ВАЛЮТЫ И НАРАЩЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ

В операциях наращивания с конверсией валют имеются два источника дохода: изменение курса и наращивание процентов.

Первый вариант.

Долл. → Руб. → Руб. → Долл.

Обозначим:

$S_g(0)$ – сумма депозита в валюте (долл.);

$S_p(0)$ – сумма депозита в рублях;

$S_g(T)$ – наращенная сумма в долл.;

$S_p(T)$ – наращенная сумма в рублях;

$K(0)$ – курс обмена в начале операции, руб./долл.;

$K(T)$ – курс обмена в конце операции, руб./долл.;

T – срок депозита;

r_p – простая ставка наращивания в рублях;

r_e – ставка наращивания для конкретного вида валюты (доллара).

Операция варианта 1 предполагает 3 шага:

- 1) обмен валюты на рубли;
- 2) наращивание процентов на эту сумму;
- 3) конвертирование в исходную валюту.

Наращенная (конечная) сумма в валюте определится так:

$$S_e(T) = S_e(0) \cdot K(0) \cdot (1 + Tr_p) / K(T) = S_e(0) \cdot K_H.$$

Три сомножителя этой формулы соответствуют трем шагам.

Общий множитель наращивания K_H с учетом двойного конвертирования здесь имеет вид:

$$K_H = K(0) \cdot (1 + Tr_p) / K(T).$$

➔ **Пример 4.9.** Свободные 2000 долларов можно положить на депозит на полгода. Текущий курс доллара равен 31 руб. за 1 долл.

Через полгода этот курс планируется на уровне 32 руб.

Процентные ставки: $r_p = 17\%$; $r_e = 6\%$.

Сделать вклад в рублях или долларах?

Решение.

1. Если сделать вклад в валюте, то

$$S_e(0,5) = 2000 \cdot (1 + 0,5 \cdot 0,06) = 2060 \text{ долл.}$$

2. При конверсии рублей в СКВ получим величину

$$S_e(0,5) = 2000 \cdot (31 / 32) \cdot (1 + 0,5 \cdot 0,17) = 2102,2 \text{ долл.}$$

При $K(T) = 33$ руб./долл.

$$S_e(0,5) = 2000 \cdot (31 / 33) \cdot (1 + 0,085) = 2038,5 \text{ долл.}$$

При $K(T) = 34$ руб./долл.

$$S_e(0,5) = 2000 \cdot (31 / 34) \cdot (1 + 0,085) = 1978,5 \text{ долл.}$$

Можно измерить доходность операции в целом.

В качестве измерения доходности за срок операции примем простую годовую ставку процента r_n :

$$r_n = \frac{S_g(T) - S_g(0)}{S_g(0) \cdot T} = \frac{K(0) \cdot (1 + Tr_p) / K(T) - 1}{T} = \frac{1}{K} \left(\frac{1}{T} + r_p \right) - \frac{1}{T}.$$

Здесь

$$K = K(T) / K(0).$$

С увеличением K эффективность операции падает:

при $K = 1$ $r_n = r_p$;

при $K > 1$ $r_n < r_p$;

при $K < 1$ $r_n > r_p$.

Второй вариант.

Руб. → Валюта → Валюта → Руб.

Здесь имеем наращенную сумму

$$S_g(T) = S_p(0) \cdot K(T) \cdot (1 + Tr_g) / K(0) = S_p(0) \cdot (1 + Tr_g) \cdot K.$$

Эффективность всей операции

$$r_n = \frac{S_p(T) - S_p(0)}{S_p(0) \cdot T} = \frac{K(T) \cdot (1 + Tr_p) / K(0) - 1}{T} = \frac{K(1 + Tr_g) - 1}{T}.$$

При $K = 1$ $r_n = r_g$;

при $K > 1$ $r_n > r_g$;

при $K < 1$ $r_n < r_g$.

Если $K = 1 / (1 + Tr_g)$, то операция не принесет никакого дохода:

$$r_n = 0.$$

➔ **Пример 4.10.** Имеется 60 000 руб. Условия рынка соответствуют примеру 4.9. Что лучше, разместить их на рублевом или валютном депозите на полгода?

Решение.

Наращенная сумма в рублях при $r_p = 0,17$ составит величину

$$S_g(0,5) = 60000 \cdot (1 + 0,5 \cdot 0,17) = 65100 \text{ руб.}$$

Конверсия дает сумму в рублях через полгода при $K(0,5) = 32$:

$$S_p(0,5) = 60000 \cdot (1 + 0,5 \cdot 0,06) \cdot 32 / 31 = 63794 \text{ руб.}$$

Если $K(0,5) = 33$, то

$$S_p(0,5) = 60000 \cdot (1 + 0,03) \cdot 33 / 31 = 65787 \text{ руб.}$$

Если $K(0,5) = 34$, то

$$S_p(0,5) = 60000 \cdot (1 + 0,03) \cdot 34 / 31 = 67781 \text{ руб.}$$

Дополнительно к приведенным расчетам следует учесть комиссионные (если таковые есть) при конвертации.

Контрольные вопросы к главе 4

1. Что такое форвардный кросс-курс валют?
2. Охарактеризуйте различные риски валютных операций.
3. Что такое сделка «дерепорт» (*dereport*)?
4. Что такое сделка «репорт» (*report*)?
5. Что такое сделка «своп» (*swap*)?
6. Охарактеризуйте показатели эффективности валютных операций.
7. Как производится расчет валютных котировок?
8. Поясните термин «Конверсия валюты».
9. Что такое валютный арбитраж?
10. Что такое валютный (обменный) курс (*exchange rate*)?
11. Что такое прямая и косвенная котировки курсов валют?
12. Дайте понятие и классификацию валютных операций.

Задание 4.1. Выполнить расчеты с валютными котировками.

ВАРИАНТ 1. Известны котировки курсов «спот» и «своп»:

Операция	GBP/USD	USD/EUR	USD/RUB
«Спот»	1,8940 – 1,8960	0,7730 – 0,7755	28,25 – 28,65
Форвард 1 месяц	90 – 94	88 – 81	10 – 22
3 месяца	230 – 248	226 – 210	66 – 87
6 месяцев	422 – 446	333 – 300	95 – 135

Определить трехмесячный форвардный кросс-курс всех валют. Сколько процентов годовых составляют затраты на хеджирование

при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу GBP за RUB? Сколько рублей можно получить, продавая 125 тыс. евро сегодня? Через месяц? Какова эффективная ставка трехмесячной операции ДЕРЕПОРТ для валют EUR и GBP?

ВАРИАНТ 2. Известны котировки курсов «спот» и «своп»:

<i>Операция</i>	<i>GBP/USD</i>	<i>USD/FRF</i>	<i>USD/CHF</i>
«Своп»	1,7990 – 1,8005	5,1600 – 5,1650	1,2135 – 1,2145
Форвард 1 месяц	14 – 30	305 – 302	45 – 48
3 месяца	90 – 136	631 – 625	105 – 120
6 месяцев	187 – 295	915 – 900	200 – 222

Определить трехмесячный форвардный кросс-курс всех валют. Какова эффективная ставка трехмесячной операции ДЕРЕПОРТ для валют CHF и GBP? Сколько процентов годовых составляют затраты на хеджирование при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу CHF за FRF? Сколько французских франков можно получить, продавая 440 тыс. английских фунтов стерлингов сегодня? Через месяц?

ВАРИАНТ 3. Известны котировки курсов «спот» и «своп»:

<i>Операция</i>	<i>USD/CHF</i>	<i>USD/EUR</i>	<i>GBP/USD</i>
«Спот»	1,2135 – 1,2145	0,7630 – 0,7648	1,8770 – 1,8860
Форвард 1 месяц	40 – 47	73 – 81	90 – 84
3 месяца	155 – 188	188 – 240	270 – 248
6 месяцев	200 – 265	330 – 480	482 – 446

Определить трехмесячный форвардный кросс-курс всех валют. Какова эффективная ставка трехмесячной операции ДЕРЕПОРТ для валют CHF и GBP? Сколько процентов годовых составляют затраты на хеджирование при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу GBP за EUR? Сколько франков можно получить, продавая 860 тыс. евро сегодня? Через месяц?

ВАРИАНТ 4. Известны котировки курсов «спот» и «своп»:

<i>Операция</i>	<i>GBP/USD</i>	<i>USD/CHF</i>	<i>USD/CAD</i>
«Спот»	1,8820 – 1,8888	1,2144 – 1,2255	1,3135 – 1,3145
Форвард 1 месяц	95 – 90	58 – 66	25 – 40
3 месяца	251 – 240	206 – 220	105 – 122
6 месяцев	452 – 422	355 – 390	200 – 235

Определить трехмесячный форвардный кросс-курс всех валют. Какова эффективная ставка трехмесячной операции РЕПОРТ для валют CHF и GBP? Сколько процентов годовых составляют затраты на хеджирование при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу GBP за CAD? Сколько швейцарских франков можно получить, продавая 840 тыс. канадских долларов сегодня? Через месяц?

ВАРИАНТ 5. Известны котировки курсов «спот» и «своп»:

<i>Операция</i>	<i>GBP/USD</i>	<i>USD/EUR</i>	<i>USD/RUB</i>
«Спот»	1,8940 – 1,8960	0,8630 – 0,8655	28,25 – 28,65
Форвард 1 месяц	88 – 94	88 – 80	10 – 22
3 месяца	230 – 248	226 – 210	66 – 87
6 месяцев	422 – 446	333 – 300	95 – 135

Определить трехмесячный форвардный кросс-курс всех валют. Какова эффективная ставка трехмесячной операции ДЕРЕПОРТ для валют EUR и RUB? Сколько процентов годовых составляют затраты на хеджирование при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу GBP за RUB? Сколько рублей можно получить, продавая 120 тысяч евро сегодня? Через месяц?

ВАРИАНТ 6. Известны котировки курсов «спот» и «своп»:

<i>Операция</i>	<i>GBP/USD</i>	<i>USD/EUR</i>	<i>USD/CHF</i>
«Спот»	1,8940 – 1,8960	0,8630 – 0,8652	1,2135 – 1,2145
Форвард 1 месяц	89 – 94	88 – 81	40 – 47
3 месяца	230 – 248	226 – 210	105 – 117
6 месяцев	422 – 446	333 – 300	200 – 235

Определить трехмесячный форвардный кросс-курс всех валют. Какова эффективная ставка трехмесячной операции ДЕРЕПОРТ для валют CHF и EUR? Сколько процентов годовых составляют затраты на хеджирование при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу GBP за CHF? Сколько фунтов можно получить, продавая 134 тыс. евро сегодня? Через месяц?

ВАРИАНТ 7. Известны котировки курсов «спот» и «своп»:

<i>Операция</i>	<i>GBP/USD</i>	<i>USD/FRF</i>	<i>USD/CHF</i>
«Своп»	1,7995 – 1,8005	5,1600 – 5,1650	1,2770 – 1,2860
Форвард 1 месяц	28 – 30	305 – 302	70 – 84
3 месяца	90 – 94	831 – 825	230 – 248
6 месяцев	187 – 195	1750 – 1700	422 – 446

Определить трехмесячный форвардный кросс-курс всех валют. Сколько процентов годовых составляют затраты на хеджирование при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу GBP за FRF? Сколько швейцарских франков можно получить, продавая 345 тыс. английских фунтов стерлингов сегодня? Через месяц? Какова эффективная ставка трехмесячной операции РЕПОРТ для валют CHF и FRF?

ВАРИАНТ 8. Известны котировки курсов «спот» и «своп»:

<i>Операция</i>	<i>USD/EUR</i>	<i>GBP/USD</i>	<i>USD/CHF</i>
«Спот»	0,7632 – 0,7652	1,8820 – 1,8874	1,2105 – 1,2145
Форвард 1 месяц	73 – 82	95 – 90	40 – 46
3 месяца	188 – 240	251 – 240	155 – 188
6 месяцев	330 – 480	452 – 422	202 – 265

Определить трехмесячный форвардный кросс-курс всех валют. Какова эффективная ставка трехмесячной операции РЕПОРТ для валют GBP и FRF? Сколько процентов годовых составляют затраты на хеджирование при заключении форвардного контракта на 6 месяцев на продажу EUR за GBP? Сколько франков можно получить, продавая 165 тыс. евро сегодня? Через месяц?

РИСК, ДОХОДНОСТЬ И ЦЕНА ФИНАНСОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

5.1. ВИДЫ ФИНАНСОВЫХ РИСКОВ

Риск – это ситуативная характеристика деятельности любого субъекта рыночных отношений, любого производителя (в том числе финансового учреждения) и потребителя товара, любого коммерсанта. Риск отражает неопределенность исхода каждой конкретной финансовой операции и возможные неблагоприятные последствия в случае неуспеха.

Инвестирование на рынке ЦБ всегда сопровождается риском.

Интуитивно каждый понимает под риском некую вероятность отклонения событий от среднего ожидаемого результата. Однако часто таких представлений не достаточно. Для успешной деятельности на современном рынке нужны количественные методы оценки риска.

Всякое инвестирование в финансовые активы подразумевает существование некоторого неблагоприятного события, в результате которого будущий доход может быть меньше ожидаемого.

Если угрозу потери части прибыли от предпринимательской деятельности на фондовом рынке можно принять в качестве **допустимого риска**, то **критический риск** сопряжен не только с потерей прибыли, но и потерей части или всего вложенного капитала.

Риск – категория вероятностная, и его оценивают как вероятность уровня потерь того или иного вида. Каждый инвестор устанавливает для себя приемлемую степень риска. В основе принятия решений об инвестициях лежит соизмерение риска и доходности.

Участники биржевого рынка, пользующиеся услугами расчетно-клиринговых систем, в силу рыночного характера сделок постоянно рискуют своими капиталами или просто денежными средствами.

К основным видам указанного риска можно отнести: рыночный, кредитный и системный риски.

Рыночный риск – это риск, связанный с колебаниями цен на всем фондовом или фьючерсном рынке, например, из-за изменения ставки банковского процента. Клирингово-расчетный процесс занимает вполне определенное время. Поэтому существует вероятность понести убыток из-за изменения цен.

Разновидностью этого риска является международный рыночный риск, возникающий из-за несогласованности сроков расчетов на мировом рынке ЦБ и фьючерсных контрактов.

Например, брокер, купивший ценную бумагу в другой стране, не может сразу же продать ее в своей стране из-за несовпадения сроков расчетов в странах.

Кредитный риск – это риск несвоевременности расчетов в одном из звеньев всей цепочки процесса клиринга и расчетов. Этот риск редко присутствует или минимизирован между брокерами-посредниками процесса биржевой торговли, так как в условиях развитого биржевого рынка и его инфраструктуры разработаны совершенные системы гарантирования платежей. Однако во взаимоотношениях между брокером и его клиентом риск неплатежа последнего посреднику существует постоянно.

Операционный риск представляет собой риск потерь, имеющий место в связи с функционированием компьютерных систем и систем связи, например непредвиденное отключение электроэнергии, ошибки, совершенные служащими расчетно-клиринговой системы.

Известны даже случаи мошенничества, хищения и т.д.

В настоящее время создатели и организаторы биржевых систем разрабатывают пути минимизации перечисленных рисков.

К ним относятся в первую очередь следующие.

1. Высокая степень доверия между всеми участниками биржевого процесса. Брокер, потерявший доверие своих коллег, как правило, больше не допускается к участию в биржевых сделках.

В связи с тем, что сделка может заключаться как письменно, так и устно на основе доверия, часто «слово» является решающим во взаимоотношениях между участниками биржевого торга. Поэтому чем больше доверия, тем больше биржевой оборот, а значит, и больше прибыли.

2. Создание крупных гарантийных фондов при биржах или клиринговых организациях за счет средств самих биржевых посредников.

В случае сбоя в оплате на одном из участков всей расчетной цепочки гарантийные фонды берут на себя риск неплатежа, полностью его локализуют, не давая ему распространяться на других участников биржевого процесса.

3. Совершенствование организации и технологии клиринговых расчетов оказывает большое влияние на развитие биржевой деятельности.

Компьютеризация всего процесса клиринга и расчетов ускоряет проверку реквизитов и оформление документооборота, страхует от непредвиденных ошибок, ведет учет и хранение информации и т.д.

Классификацию видов рисков можно произвести по различным критериям. Одна из возможных классификаций приведена на рисунке 5.1.

Систематический риск зависит от системы фондового рынка в целом, его можно называть системным.

Величину риска нельзя изменить, применяя тактику диверсификации, т.е. вложения в различные виды ЦБ. Он является **недиверсифицируемым**, т.е. не снижается при изменении или расширении направления вложений. Уровень системного риска можно считать начальным при любых вложениях в ЦБ.

Систематический риск поддается довольно точному прогнозу, так как теснота связи (корреляция) между биржевым курсом акции и общим состоянием рынка регулярно регистрируется различными биржевыми индексами. Он измеряется коэффициентом бета для данной ЦБ.

Составляющие системного риска: инфляционный риск, риск законодательных изменений, политический риск, риск чрезвычайных положений и военных конфликтов, макроэкономические риски, не связанные с конкретным фондовым рынком.

Диверсифицируемый (несистемный) риск связан с особенностями каждой конкретной ЦБ, квалификацией операторов (инвесторов), работающих с ЦБ, применяемой системой расчетов.

Диверсифицируемый риск для данной ЦБ зависит также от условий выпуска и обращения, т.е. определяется возможностью наступления событий, изменяющих величину предполагаемого дохода.

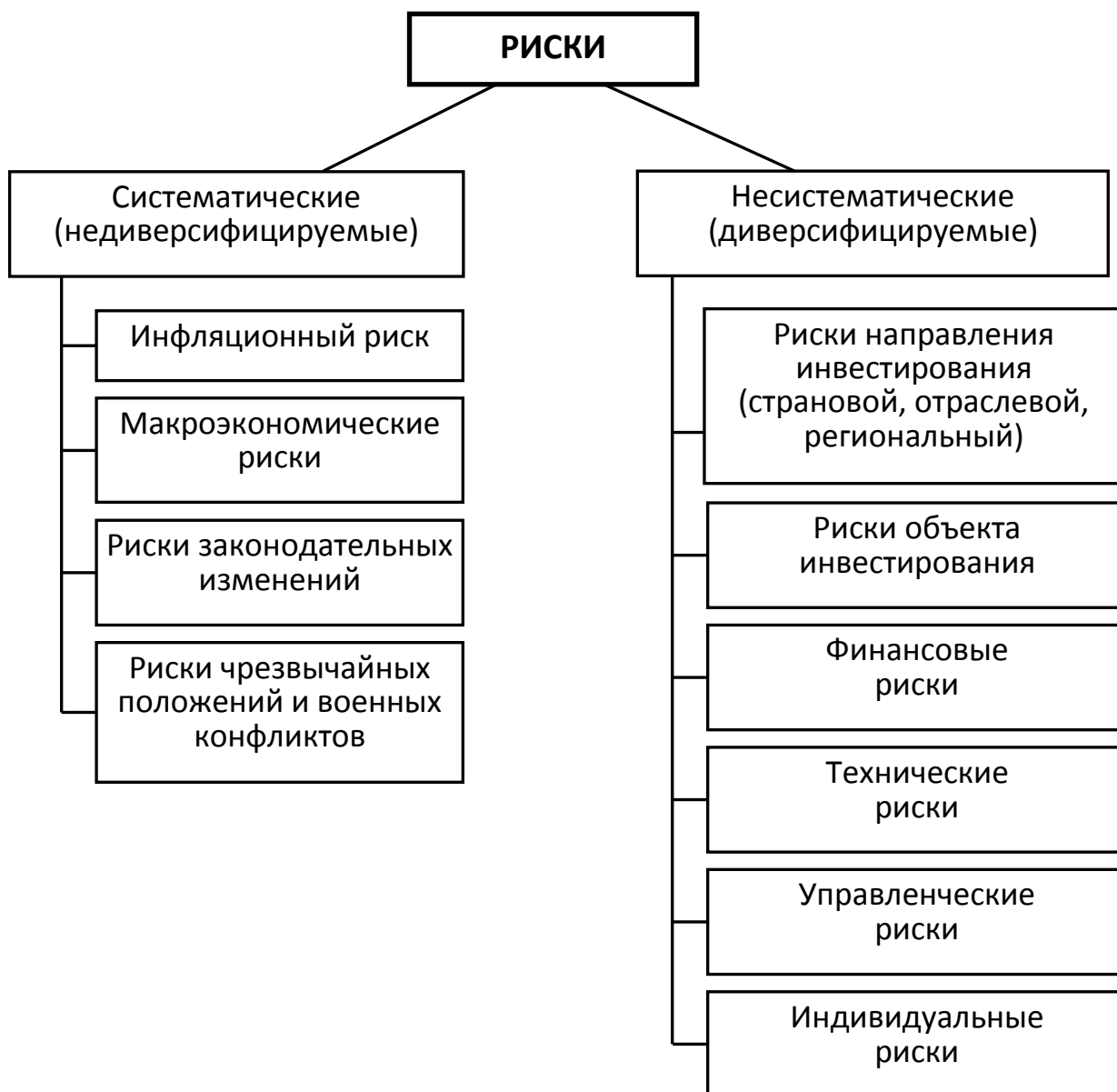


Рисунок 5.1 – Классификация рисков ценных бумаг

Совокупность системных и несистемных рисков часто называют **риском инвестиций** или **суммарным риском**.

Рассмотрим некоторые основные разновидности рисков.

Инфляционный риск. Покупая ЦБ, инвестор испытывает воздействие инфляции.

Доходы, получаемые инвесторами от ЦБ, обесцениваются с точки зрения реальной покупательной способности и инвестор несет потери.

Риск законодательных изменений. В обществе всегда существует возможность радикального изменения курса, особенно при избрании нового президента, парламента, Думы, правительства (отказ правительства выполнять ранее принятые обязательства по опреде-

ленным фондовым инструментам или задержка в исполнении этих обязательств; перерегистрация выпусков ЦБ; изменение инвестиционного климата при введении новых налоговых, торговых и иных правил). Это риск, появляющийся при внесении изменений в законодательную базу, а также курса реформ.

Макроэкономический риск. Финансовый рынок характеризуется общим колебанием движения рыночной цены, т.е. изменением процента. Опираясь на рынке ЦБ, нельзя не испытывать влияние кредитного, валютного и иных секторов финансового рынка, которые определяют общий процент по вложенным средствам в финансовые активы. Сюда же можно отнести и ситуацию чередования периода повышающего тренда фондового рынка («рынка быка») и понижающего тренда («рынка медведя»). Появление потерь, связанных с изменением тенденции в движении рынка, представляет собой составляющую часть рыночного риска, т.е. риска потерь от снижения стоимости ЦБ в связи с общим падением рынка.

Риск чрезвычайных положений и военных конфликтов представляет собой нестандартные ситуации, в частности, военные действия, проводимые на той или иной территории и приводящие к нарушению функционирования организованных рынков, в том числе и фондовых. Как правило, государство приостанавливает работу бирж, запрещает сделки с ценными бумагами и т.д.

Риск объекта инвестирования в основном зависит от эмитента и определяется уровнем его доходности и способностью к выплате дохода по ценной бумаге. Этот вид риска связан и с типом стратегии поведения предприятия на рынке. Предприятие может быть консервативного типа (т.е. оно не придерживается стратегии расширения и универсализации, а использует выгоду от максимальной специализации своих работ, качества предоставляемой продукции (услуг), сотрудничества со стабильной клиентурой). Предприятию агрессивного типа (выбравшего путь расширения и универсализации, освоения новых типов технологий и продуктов) присущ другой тип риска. Предприятие умеренного риска сочетает в себе консервативный и агрессивный типы риска.

Индивидуальный риск – риск, связанный с индивидуальным положением инвестора в компании (права, предоставляемые инвестору: уровень дивидендов, количество выплат, имеет ли инвестор право голоса при решении важнейших вопросов стратегии, приоритетность

его требований по отношению к держателям других ценных бумаг данной компании; рыночная позиция данной акции: ее популярность, объем выпуска, дополнительные и последующие выпуски, история обращения на рынке).

Управленческий риск определяется квалификацией менеджеров, осуществляющих управление предприятием.

Риск ликвидности связан с возможностью потерь при реализации ценных бумаг из-за изменения оценки ее качества. Неликвидные активы, как правило, не являются высокодоходными и требуют существенного снижения цены при реализации.

Валютный риск связан с вложением в ЦБ, деноминированные в иностранной валюте, и возникает при изменении курса валюты.

Конвертируемый риск появляется при переводе облигаций или привилегированных акций в простые акции.

Катастрофический риск, приводящий к банкротству, потере инвестиций или даже имущества предпринимателя, является результатом его крупных ошибок и редко рассматривается в качестве инвестиционных решений.

Страновой риск – риск вложения в ценные бумаги стран с неустойчивым фондовым положением. Страновой риск анализируется при инвестициях в фондовые ценности иностранных государств. При этом оцениваются риски: политические, социальные, экономические, регистрации прибыли, а также налоговый климат.

Региональный риск возникает не только в связи с различным экономическим положением районов, уровнем развития фондового рынка, технологией торговли ценными бумагами, взаимосвязью с центральными фондовыми рынками, но и с особенностями налогового климата, действий местной администрации, экологическое положение в регионе (возможность аварий, экологических катастроф) и т.д.

Отраслевой риск связан с особенностями отдельных отраслей.

Временной риск – это риск выпуска, покупки или продажи ЦБ в неоптимальное время, что обуславливает вероятность определенных потерь.

Известное правило работы с ЦБ гласит: «Нельзя покупать ЦБ при самом высоком курсе, а продавать при самом низком».

Приближение к максимальному значению курсов служит сигналом к продажам («время продаж»), а минимальному – к покупкам («время покупок»). Продажа в иные периоды влекут за собой риски.

Технический риск связан с сервисным обслуживанием операций с ЦБ и включает в себя следующие разновидности.

- **Риск поставки** – невыполнение обязательств по поставке ЦБ, поставка не принадлежащей продавцу ценной бумаги. Поскольку многие акции существуют лишь в форме записей, то разновидностью риска поставки является не включение в реестр держателей ЦБ.

- **Риск платежа** – это обратная сторона риска поставки. Действующая система расчетов позволяет не платить в течение определенного периода времени за приобретение фондовых ценностей.

- **Клиринговый риск** представляет собой риск, возникающий в связи с ошибками в исчислении чистой позиции; переводе денег и т.д., т.е. при функционировании клиринговой системы.

- **Операционный риск** в современных условиях в основном связан с непрофессионализмом технического персонала, осуществляющего поручения с допускаемыми нарушениями в технологии операций с ценными бумагами; возможен и как риск потерь в результате сбоя в работе компьютерных систем.

- **Риск перевода** определяется возможностью страны перевести средства в конвертируемой валюте.

По своим последствиям риски подразделяются на **риск прекращения деятельности** (например, вследствие банкротства, неплатежеспособности, бесперспективности геологического объекта, и др.) и **вариационный**, обусловленный изменчивостью доходности по ЦБ.

Для определения риска можно воспользоваться статистическим, экспертным и комбинированным методами.

Суть статистического метода заключается в том, что изучается статистика потерь и прибылей, имевших место при данном и аналогичном инвестиционных решениях, устанавливается величина и частота получения той или иной экономической отдачи, а затем проводится вероятностный анализ и составляется прогноз для будущего инвестиционного проекта.

Экспертный метод может быть реализован путем обработки мнений опытных предпринимателей и менеджеров.

Наиболее приемлемым для практического применения является комбинированный метод, сочетающий расчет количественных показателей риска и экспертную оценку вариантов инвестиционных решений.

5.1.1. Меры финансового риска

Каждый участник финансовой операции старается минимизировать риск и максимизировать свою прибыль.

Оптимальное соотношение уровней риска и ожидаемой прибыли различно и зависит от ряда объективных и субъективных факторов.

Важно уметь измерять и численно определять уровень каждого конкретного вида риска.

Финансовая операция (сделка) называется **рискованной** (рисковой), если ее эффективность недетерминирована, т.е. не полностью известна в момент заключения сделки.

Эффективность ЦБ зависит от трех факторов: цены покупки (детерминированный фактор), промежуточных выплат и цены продажи. Второй и третий фактор часто недетерминированы.

Эффективность операций с ЦБ, как правило, заранее не определена.

Инвестор должен принимать решение, проводя сравнение прогноза эффективности данной ЦБ с эффективностью возможного безрискового вклада.

Часто любое конкретное значение эффективности операции рассматривается как реализация случайной величины R , и количественную оценку риска производят с использованием вероятностных методов.

Например, каждый вид ЦБ представляется парой величин (m_i, σ_i) , где m_i – ожидаемое значение эффективности i -й ЦБ, а σ_i – среднее квадратическое отклонение (мера риска) эффективности i -й ценной бумаги.

С другой стороны, если под риском понимать **риск разорения**, то этот риск определяется не только колебанием курса ЦБ, но и исходным капиталом.

➔ **Пример 5.1.** Пусть ожидаемая эффективность двух видов акций (A_1, A_2) одинакова, но действительная эффективность зависит от случайных обстоятельств. Предположим, что на рынке могут возникнуть только две ситуации: ситуация V_1 с вероятностью 0,2 и ситуация V_2 с вероятностью 0,8. Курс акций A_1 в ситуации V_1 вырастет на 5%, а в ситуации V_2 – на 1,25%. Соответствующие величины для акций A_2 составят: – 1,0%; 2,75%.

Сравните ожидаемые эффективности инвестиций, их дисперсии и риск разорения.

Решение.

Ожидаемые эффективности совпадают:

$$m_1 = 5 \cdot 0,2 + 1,25 \cdot 0,8 = 2\% ; m_2 = -1,0 \cdot 0,2 + 2,75 \cdot 0,8 = 2\% .$$

Дисперсии также совпадают:

$$\sigma_1^2 = (5 - 2)^2 \cdot 0,2 + (1,25 - 2)^2 \cdot 0,8 = 2,25;$$

$$\sigma_2^2 = (-1 - 2)^2 \cdot 0,2 + (2,75 - 2)^2 \cdot 0,8 = 2,25.$$

Пусть инвестор взял деньги в долг под 1,5%. При вкладе денег в акции А1 инвестор разоряется с вероятностью 0,8, а при вкладе в акции А2 – с вероятностью 0,2, т.е. при равенстве ожидаемых эффективностей, их дисперсий и начального капитала риск разорения может быть различным!

Если инвестор предполагает банкротство одного и только одного банка из нескольких равноценных, то диверсификация уменьшает риск потери всей суммы, но увеличивает риск потери доли суммы, равной отношению всей суммы к числу рассматриваемых банков.

Часто риск ассоциируется только с дисперсией. Задание дисперсии, конечно, не полностью характеризует риск, но оно позволяет на основе неравенства Чебышева выявить предельные шансы инвестора: вероятность того, что случайная величина отклоняется от своего математического ожидания больше, чем на заданный допуск ε , не превосходит ее дисперсии, деленной на ε^2 .

Для эффективности R_i можно записать:

$$P(|R_i - m_i| > \varepsilon) < \frac{\sigma_i^2}{\varepsilon^2} .$$

➔ **Пример 5.2.** Инвестиция делается в акции с параметрами (m_j, σ_j) за счет займа, взятого под процент r_s под залог недвижимости.

Какова вероятность того, что инвестор не сможет вернуть долг и лишится своей недвижимости?

Решение.

Это вероятность события

$$R_j < r_s \text{ или } -(R_j - m_j) > m_j - r_s .$$

По неравенству Чебышева имеем

$$P(R_j < r_s) = P(-(R_j - m_j) > m_j - r_s) < P(|R_j - m_j| > m_j - r_s) < \frac{\sigma_j^2}{(m_j - r_s)^2} .$$

Для того, чтобы шанс разориться был не более одного из девяти, достаточно выполнить условие

$$\sigma_j < (1/9)(m_j - r_s)^2 \text{ или } m_j > r_s + 3\sigma_j \text{ (правило трех сигм).}$$

➔ **Пример 5.3.** Инвестор вкладывает в акции с параметрами (m_j, σ_j) часть своего капитала, оставляя остальное на сбережения (x_0) под процент r_0 , выплачиваемый ему. Какова вероятность разорения инвестора?

Решение.

Если K – начальный капитал, а x_0K – оставшаяся на сбережении часть, то разорение возможно, если

$$x_0K(1 + r_0) + (1 - x_0)K(1 + R_j) < 0,$$

т.е. если

$$R_j < -(1 + x_0r_0)/(1 - x_0).$$

Оценка по Чебышеву дает шанс разорения меньший 1/9, если

$$\sigma_j / (m_j + (1 + x_0r_0) / (1 - x_0)) < 1/3,$$

т.е. если $R_j > -(1 + x_0r_0)/(1 - x_0) + 3\sigma_j$.

Заметим, что оценка Чебышёва, как правило, предусматривает большой запас. Например, если заведомо известно, что колебания в обе стороны от m_j равновероятны, то оценки шансов на разорение уменьшатся почти в 5 раз: вместо одного случая из 9 гарантируется, что разорение произойдет не чаще, чем в одном случае из 40.

Еще одной интересной мерой риска является, вероятность превышения потерь над располагаемым капиталом или его частью.

Более общий подход к оценке меры риска заключается во введении функции полезности.

Функция полезности в экономической теории позволяет соизмерить потребительский эффект различных физически несоизмеримых товаров.

Соизмеримость ценных бумаг невозможна: нельзя сказать, какая из случайных эффективностей больше или меньше, а следовательно, нельзя сказать, какая из ЦБ или какой портфель предпочтительнее.

Установление любой меры риска является попыткой преодолеть это противоречие, характеризуя случайную величину одним числом.

В общей теории риска принято вводить такие числа Z с помощью соотношения

$$Z = M\{\Phi(R)\},$$

где Φ – та или иная функция, называемая функцией полезности.

Если $\Phi(R) = R$, то $Z = m_R$, т.е. случайность характеризуется только ожидаемым значением.

Если же $\Phi(R) = R - \xi(R - m_R)^2$, где ξ – заданное число, то

$$Z = m_R - \xi \sigma_R^2,$$

т.е. такая мера случайной величины учитывает и ожидаемое значение, и вариацию (дисперсию).

Вероятность неразорения при начальном капитале K_0 также может быть введена с помощью специальной функцию полезности:

$$\Phi(R) = \begin{cases} 1, & \text{если } R + K_0 > 0 \\ 0, & \text{если } R + K_0 < 0. \end{cases}$$

Применяя различные функции полезности можно описать любые варианты оценки ситуации в виде ожидаемого значения такой функции.

Теория риска как раз и занимается **предпочтениями** (правилами сравнения) случайных величин (СВ) будущих доходов R .

Правило стохастического доминирования (предпочтения) гласит, что если при любой ситуации (состоянии Природы) СВ R_1 не меньше СВ R_2 , то СВ R_1 не хуже СВ R_2 .

То есть, если для функций распределения $F_1(r)$ и $F_2(r)$ для всех r выполняется соотношение $F_1(r) \leq F_2(r)$, то $F_1(r)$ не хуже $F_2(r)$.

С точки зрения функции полезности можно утверждать, что СВ R_1 «лучше» СВ R_2 тогда, когда $\Phi(R_1) > \Phi(R_2)$.

На практике используются различные функции полезности.

5.1.2. Управление рисками

Золотое правило инвестиционной политики гласит о том, что доход от вложений в ценные бумаги всегда прямо пропорционален риску, на который готов идти инвестор ради получения желаемого дохода.

Основными методами борьбы с рисками являются следующие.

1. Диверсификация рисков. Народная мудрость гласит: «Никогда не держите ваши сбережения на одном банковском счете и никогда не делайте ставку на одно, даже самое выгодное для вас дело».

Диверсификация – наличие в портфеле инвестора многих видов ценных бумаг с различной степенью риска, доходностью, ликвидностью. Портфель – объединение двух и более ценных бумаг и активов.

Цель диверсификации – удержать риск портфеля инвестиций в пределах выбранной инвестиционной политики.

Для эффективности диверсификации портфель должен состоять из некоррелированных ЦБ.

2. Хеджирование (англ. *hedging* – оградить) – специальный случай диверсификации. Сознательно используя противоположную реакцию разных бумаг на одно и то же событие, получим хеджирование.

Хеджирование основано на таком распределении активов, чтобы суммарное влияние того или иного события на их стоимость оказалось нулевым (пример: покупка фьючерсного контракта; приобретение корпоративных бумаг, в частности, акций железной дороги и авиакомпаний и др.).

Финансовые риски здесь сводятся к минимуму за счет взаимного погашения выигрыша и проигрыша.

3. Страхование, то есть перенесение убытков на другое лицо с помощью некоторых гарантий. Страхующийся не уменьшает свои средние потери, а лишь делает их предсказуемыми.

4. Распределение рисков между большим количеством лиц («диверсификация наоборот»). Создаются разного рода совместные пулы или фонды, в которых участвуют много лиц. Убыток не уменьшается, но становится более предсказуемым.

Ограниченные возможности по страхованию крупных рисков, желание сбалансировать страховой портфель иногда вынуждают и страховщиков использовать в своей практике перестраховочные операции.

В этом случае заключаются соглашения о взаимном обмене рисками, различающиеся по целям и видам страхования.

Профессиональные перестраховщики, используя в своей деятельности принцип взаимности, стремятся решить двуединую задачу.

С одной стороны, передать в перестрахование риски с большой вероятностью выплат по ним, с другой – попытаться провести качественный анализ и отбор рисков, принимаемых на основе взаимности.

5. Использование специальных механизмов торговли и исполнения сделок, снижающих вероятность потерь за счет усложнения и удорожания технических процедур. К ним относятся: резервирование средств на покупку ЦБ (валюты), депонирование выставленных на продажу ЦБ, использование механизмов маржевых взносов в клиринговую палату и т.п.

За счет замораживания средств они позволяют уменьшить риски и сделать их регулируемыми.

К этим механизмам можно отнести и гарантии подписи собственника на документах, нотариальное заверение документов.

Иногда и брокеры имеют право заверять подписи своих клиентов на договорах и передаточных распоряжениях.

6. Комбинированные методы могут объединять вышперечисленные и встречаются на практике в различных модификациях.

➔ **Пример 5.4.** Инвестор приобретает бескупонную облигацию с дисконтом 200 руб. и со сроком погашения через год. Одновременно инвестор приобретает за свой счет страховку, гарантирующую ему получение суммы, равной номинальной стоимости облигации в случае, если эмитент не сможет выполнить свои обязательства по ее погашению. Причем, если эмитент погашает облигацию, страховая компания возвращает инвестору 50% от суммы страхового взноса.

Рассчитайте размер страхового взноса, который обеспечил бы инвестору в случае выполнения эмитентом своих обязательств доходность на 40% выше, чем в случае, если эмитент откажется погасить облигацию.

Решение.

Пусть X – размер страховочного взноса,

H – номинальная стоимость облигации.

Тогда затраты инвестора независимо от выполнения эмитентом своих обязательств по погашению облигации составят величину

$$S(0) = H - 200 + X.$$

1. Если эмитент облигацию погасит, то инвестор получит сумму

$$S1(T) = H + 0,5 X.$$

Доход составит величину

$$D1 = S1(T) - S(0) = 200 - 0,5 \cdot X.$$

2. Если эмитент облигацию не погасит, то $S_2(T) = H$ и инвестор получит доход

$$Д_2 = S_2(T) - S(0) = H - (H - 200 + X) = 200 - X.$$

Поскольку затраты в обоих случаях равны, а доходность в первом случае на 40% превышает доходность во втором случае, то следовательно доход, полученный инвестором в случае погашения облигации превышает в 1,4 раза доход в альтернативном случае.

Отсюда найдем размер страхового взноса:

$$1,4 \cdot (200 - X) = 200 - 0,5 \cdot X; \quad 0,9 \cdot X = 80; \quad X = 88,89 \text{ руб.}$$

5.2. МОДЕЛИ РАСЧЕТА ЦЕНЫ И ДОХОДНОСТИ АКЦИЙ

5.2.1. Виды стоимости акций

Для принятия инвестиционных решений в процессе анализа РЦБ используются различные стоимостные оценки акций.

В практической деятельности различают следующие виды стоимости: номинальная; эмиссионная (цена размещения); бухгалтерская (балансовая, книжная); рыночная (курсовая).

Понятие «**номинальная стоимость акций**» появляется в момент учреждения акционерного общества (АО). Оплата акций при учреждении общества производится учредителями по их номинальной стоимости.

Уставный капитал АО равен сумме номинальных стоимостей акций, распределенных между учредителями. За счет внесенных в уставный капитал средств формируется имущество АО.

В начальный период функционирования АО стоимость его имущества равна величине уставного капитала.

С течением времени реальная стоимость имущества АО будет отличаться от величины уставного капитала за счет реинвестирования прибыли, переоценки основных фондов, использования заемных средств, размещения дополнительной эмиссии акций и др. Возникает понятие **бухгалтерская стоимость акций** (C_{Ab}), которая рассчитывается по формуле:

$$C_{Ab} = \frac{C_{ca}}{N},$$

где $C_{ча}$ – стоимость чистых активов АО;

N – число размещенных акций.

По данной формуле можно определить, какая доля имущества реально стоит за каждой акцией без учета кредиторской задолженности предприятия. Данная формула справедлива, если в АО выпущены только обыкновенные акции или обыкновенные и привилегированные акции одного номинала.

При этом по привилегированным акциям не определена их ликвидационная стоимость, т.е. в случае ликвидации предприятия владельцы обыкновенных и привилегированных акций в расчете на каждую акцию получают одинаковую стоимость имущества.

В большинстве случаев в уставе АО определяется **ликвидационная стоимость** привилегированных акций, т.е. сумма денежных средств, которую получают владельцы привилегированных акций каждого типа при ликвидации предприятия.

Во многих компаниях предусматривается, что при ликвидации владельцам привилегированных акций будет возвращена сумма, равная их номинальной стоимости.

В этом случае в АО рассчитывается отдельно бухгалтерская стоимость обыкновенных акций по формуле:

$$C_{Аб_0} = \frac{C_{ча} - C_{АЛ}}{N_0},$$

где $C_{АЛ}$ – ликвидационная стоимость всех привилегированных акций;

N_0 – число размещенных обыкновенных акций.

Цена, по которой реализуются акции компании, называется **ценой размещения (эмиссионной ценой)**.

Цена, по которой продаются акции на вторичном рынке, называется **рыночной (курсовой) ценой**.

Эта цена формируется под влиянием рыночной конъюнктуры и определяется спросом и предложением, уровнем доходности на смежных сегментах финансового рынка, инфляционными ожиданиями, прогнозируемым ростом фирмы, ее будущей доходностью и многими другими факторами. В результате этого рыночная стоимость отклоняется от бухгалтерской в большую или меньшую сторону.

Коэффициенты, характеризующие соотношение курсовой и бухгалтерской стоимостей акций по ведущим странам и развивающимся фондовым рынкам, колеблются в пределах от 0,4 до 5,4.

5.2.2. Метод оценки цены акций по ожидаемой доходности

В основе этого метода лежит оценка будущего дохода, который получит инвестор от владения акцией.

Доход состоит из двух компонентов: дивиденда (Div) и прироста курсовой стоимости акций (ΔC_A).

Оценка этих составляющих производится инвестором исходя из анализа динамики выплаты дивидендов в предыдущие годы, динамики изменения курсовой стоимости и прогнозных ожиданий развития фирмы.

Ожидаемый доход инвестор должен сопоставить с требуемой доходностью, т.е. с той доходностью, которую он хочет получить на вложенный капитал.

Требуемая доходность формируется на основе доходности по безрисковым вложениям с учетом премии за риск инвестирования в фирму или на основе доходности, которую дают компании с аналогичным уровнем риска.

Исходя из этого определить цену акции можно следующим образом:

$$C_A = \frac{Div + \Delta C_A}{R} = \frac{Div + \Delta C_A}{r_0 + \Delta r},$$

где R – требуемая доходность;

r_0 – ставка доходности по безрисковым вложениям;

Δr – премия за риск.

Например, инвестор намеревается приобрести акции акционерного общества «А&К⁰». Исходя из динамики развития «А&К⁰» за предыдущие годы, он ожидает получение дивиденда в размере 5 руб. на обыкновенную акцию и прироста курсовой стоимости акции в размере 7 руб. На вложенный капитал инвестор желает получить доходность в размере 30%.

Исходя из этого, можно определить цену, которую он готов заплатить за акцию компании «А&К⁰»:

$$C_A = \frac{(5 + 7)}{0,30} = 40 \text{ руб.}$$

Если в данный момент на рынке продаются акции «А&К⁰» по цене 40 руб. или ниже, то инвестору есть смысл приобрести их, так

как он получит доходность от вложения своего капитала на уровне не ниже предполагаемого.

Если же рыночная цена акций превышает 40 руб., то инвестору необходимо либо пересмотреть свои требования к доходности, либо поискать на рынке другие ЦБ, которые при том же уровне риска дают требуемую доходность.

Иногда в вышеприведенной формуле в знаменателе вместо показателя требуемой доходности (R) используют показатели доходности по безрисковым вложениям (r_0) и премии за риск (Δr). В качестве показателя r_0 , обычно берут доходность по государственным ЦБ.

Вложения в другие ЦБ дают более высокий доход, но эти инвестиции являются и более рискованными.

За вложения в более рискованные ЦБ инвестор получает своеобразную премию в виде повышенной доходности.

Для того чтобы определить степень риска и размер премиальных, инвестор должен оценить инвестиционные качества приобретаемых акций.

Обычно инвесторы прибегают к услугам информационных агентств, которые публикуют рейтинг ценных бумаг.

Наиболее известное американское агентство «S&P» классифицирует обыкновенные акции компаний по следующим уровням в зависимости от надежности и эффективности их деятельности (таблица 5.1).

Таблица 5.1 – Рейтинговые оценки обыкновенных акций аналитического агентства «S&P»

Рейтинг	A+	A	A–	B+	B	B–	C
Инвестиционное качество	Высшее	Высокое	Хорошее	Среднее	Ниже среднего	Низкое	Очень низкое

Акции каждой группы имеют свой уровень доходности. Доходность по акциям группы В выше, чем доходность по акциям группы А. Поэтому инвестор, выяснив, в какую группу попадают акции компании, которые он собирается приобретать, и средний уровень доходности по данной группе, может определить премию за риск по данному виду ценных бумаг.

Это позволяет ему правильно оценить требуемую доходность.

В идеальном случае требуемая доходность должна равняться доходности по государственным ЦБ плюс премия за риск.

5.2.3. Расчет цены акции на основе роста дивидендов

В ряде случаев инвесторы прибегают к оценке акций, применяя модель постоянного роста дивидендов.

При использовании этой модели делается ряд допущений, в частности:

- 1) дивидендные выплаты ежегодно увеличиваются с одинаковым темпом прироста;
- 2) темп роста дивидендов отражает темп роста компании и ее активов;
- 3) требуемая доходность всегда выше, чем темп роста дивидендных выплат.

В данной модели цена акций определяется по следующей формуле:

$$C_A = \frac{Div_0 \cdot (1 + r_{div})}{R - r_{div}},$$

где Div_0 – дивиденд, выплаченный компанией в текущем году;

R – требуемый уровень доходности;

r_{div} – годовой темп прироста дивидендных выплат.

➔ **Пример 5.5.** Компания «А&К⁰» в текущем году выплатила дивиденд в размере 4,255 руб. на каждую обыкновенную акцию.

Ежегодно дивидендные выплаты возрастают на 17,5%.

Инвестор ориентируется на доходность в размере 30%.

По какой цене инвестор ориентируется купить акции данной компании?

Решение.

Цена, по которой инвестор согласен купить акции данной компании, составит:

$$C_A = \frac{Div_0 \cdot (1 + r_{div})}{R - r_{div}} = \frac{4,255 \cdot (1 + 0,175)}{0,3 - 0,175} = 40 \text{ руб.}$$

Эта оценка акций равна оценке по предыдущей модели, так как ожидания инвестора по предполагаемому уровню дивиденда и темп роста компании (дивидендных выплат) совпали.

Недостаток данной модели заключается в том, что темп роста дивидендных выплат не всегда отражает темп роста компании и динамику изменения рыночных цен.

В ряде случаев фирмы, чтобы создать видимость благополучия, продолжают выплачивать высокий дивиденд, оставляя все меньшую часть прибыли для развития производства.

Это приводит к тому, что темп дивидендных выплат сохраняется прежним, а темпы роста компании замедляются.

Можно рассмотреть противоположную ситуацию, когда собранием акционеров принимается решение не выплачивать дивиденд, а всю чистую прибыль направить на расширение производственной базы.

В данной ситуации, если $Div_0 = 0$, то $C_A = 0$.

Руководствуясь формальными признаками, с точки зрения инвестора, вложения в данные ценные бумаги не представляют интереса, так как не приносят текущего дохода в виде дивиденда и ценность этих акций равна нулю.

Однако данное заключение будет ошибочным, потому что прибыль, реинвестированная в бизнес, увеличивает стоимость фирмы, величину активов в расчете на одну акцию и будущий поток денежных выплат.

В данной ситуации цена акций может не только не уменьшиться, но и возрасти.

5.2.4. Модифицированная модель оценки цены акций

Эта модель дивидендных выплат учитывает, что часть прибыли подлежит реинвестированию с определенным уровнем доходности.

Если в вышеприведенной модели дивидендные выплаты выразить через долю прибыли, то мы получим:

$$Div = S_{np} (1 - \gamma),$$

где S_{np} – чистая прибыль на одну акцию;

γ – доля прибыли, направленная на реинвестирование.

Реинвестированная прибыль обеспечивает развитие фирмы и в известной степени определяет темпы роста ее активов.

Однако темп роста фирмы будет зависеть от эффективности использования реинвестируемых средств.

Поэтому в модель оценки акций вместо показателя темпа роста дивидендных выплат r_{div} вводят коэффициент, учитывающий эффективность реинвестирования, который определяется по формуле:

$$K_{\text{э}} = \gamma r_{\text{разв}},$$

где γ – доля прибыли, направленная на реинвестирование;
 $r_{\text{разв}}$ – доходность вложений в развитие фирмы.

В этом случае модифицированная модель оценки акций имеет вид:

$$C_A = \frac{S_1(1-\gamma)}{R - \gamma r_{\text{разв}}},$$

где S_1 – ожидаемая прибыль будущего года.

➔ **Пример 5.6.** Инвестор предполагает, что в будущем году компания получит прибыль в размере 12 руб. на одну акцию. Доля прибыли, направляемая на реинвестирование, составляет 58%. Требуемая инвестором доходность равна 30%. Прибыль, направляемая на развитие производства, обеспечивает получение доходности в размере 35%.

По какой цене инвестор ориентируется купить акции данной компании?

Решение.

Для того чтобы оценить акции компании, воспользуемся модифицированной моделью оценки акций:

$$C_A = \frac{12 \cdot (1 - 0,5)}{0,3 - 0,58 \cdot 0,35} = 51,546 \text{ руб.}$$

При использовании в данной модели показателя, характеризующего доходность реинвестированных средств, результат получается более достоверным, так как реинвестированная прибыль дает в последующем большую прибыль и больший поток дивидендных выплат.

Это позволяет инвестору сделать более обоснованный вывод о целесообразности приобретения акций компании на фондовом рынке.

Если на рынке акции котируются по цене 40 руб., а мы получили денежную оценку в размере 51,546 руб., то это свидетельствует, что акции недооценены и есть основания для их приобретения.

5.2.5. Расчет доходности акций

Приобретая акции того или иного эмитента, инвестор предполагает получить доход от своих вложений.

При определении дохода, который приносит акция, необходимо различать текущую доходность и полную доходность.

Текущая доходность $r_{тек}$ характеризуется размером годовых дивидендных выплат, отнесенных к цене акции, и определяется по формуле:

$$r_{тек} = \frac{Div}{C_A},$$

где Div – размер годового дивиденда ($T = 1$ год);

C_A – текущая рыночная цена акции.

Получаемые дивиденды – только часть дохода от владения акциями.

Другую (часто большую) часть дохода составляет прирост курсовой стоимости акций.

В отличие от облигаций за акциями стоят реальные активы фирмы, что отражается на их рыночной цене.

В случае успешного развития фирмы увеличиваются его активы и растет стоимость акций.

Поэтому инвестор, вкладывая свои средства в акции, рассчитывает не столько на получение текущего дохода, сколько на получение совокупного дохода, учитывающего рост курсовой стоимости акций.

Полная доходность характеризуется размером выплачиваемых дивидендов и приростом цены акций по отношению к вложенному капиталу.

Годовая полная доходность ($r_{П}$) по акциям определяется по формуле:

$$r_{П} = \frac{\sum_{i=0}^T Div_i + (C_T - C_0)}{C_0 \cdot T},$$

где Div_i – годовые дивидендные выплаты в i -м году;

C_0 – цена приобретения акций;

C_T – рыночная цена акций в году T ;

T – число лет владения акциями;

$i = 0, 1, 2, 3, \dots, T$ – год владения акциями.

Вложения в акции имеют, как правило, долгосрочный характер, так как извлечение дохода главным образом связано с приростом курсовой стоимости акций.

Инвесторы, которые ориентированы на получение регулярного текущего дохода, вкладывают свои средства в облигации, приносящие стабильный и гарантированный доход.

Фундаментальным свойством акций является высокая подвижность их курсовой стоимости, которая может многократно меняться в течение одного дня.

Это свойство акций привлекает профессиональных участников фондового рынка, которые проводят краткосрочные спекулятивные операции с акциями с целью извлечения значительного дохода в результате постоянных колебаний их курсовой стоимости.

Полная годовая доходность от краткосрочных операций (r_{Π}) определяется по формуле (аналог простых процентов):

$$r_n = \frac{Div_T + (C_{пр} - C_{пок})}{C_{пок}} \cdot \frac{365}{T_{дн}},$$

где Div_T – дивидендные выплаты за период владения акциями;

$C_{пр}$ – цена продажи акций;

$C_{пок}$ – цена покупки (приобретения) акций;

$T_{дн}$ – число дней владения акциями.

В приведенной формуле учитываются: разность цен покупки и продажи акции; суммы, полученные инвестором в виде дивидендов.

При определении доходности по акциям необходимо различать номинальную и реальную доходность.

Номинальная доходность определяется на основе реально полученного дохода за счет дивидендных выплат и прироста курсовой стоимости акций.

При расчете номинальной доходности не учитывается инфляционная составляющая, которая «съедает» часть дохода.

Поэтому, чтобы определить действительную доходность, рассчитывают **реальную доходность** по акциям как разницу между номинальной доходностью и темпами инфляции.

Этот показатель характеризует действительный прирост капитала от владения акциями.

➔ **Пример 5.7.** Инвестор месяц назад приобрел за 900 руб. привилегированную акцию номинальной стоимостью 1000 руб. с фиксированным размером дивиденда 14% годовых.

Текущая курсовая стоимость акции равна 1100 руб.

Определить текущую доходность акции и эффективность вложений инвестора.

Решение.

Текущая доходность облигации равняется отношению дохода (процентных выплат) за год к рыночной цене.

Следовательно, текущая доходность

$$r_{тек} = \frac{0,14 \cdot 1000}{1100} = 0,12727 = 12,727\% \text{ годовых.}$$

Эффективная ставка $r_э$ определяется затратным платежом 900 руб. и бессрочно растянутыми во времени платежами (дивидендами) $S_{ед} = 140$ руб.

Отсюда:

$$r_э = \frac{S_{ед}}{S(0)} = \frac{140}{900} = 0,1556 = 15,56\% \text{ годовых сложных.}$$

5.3. СТОИМОСТЬ И ДОХОДНОСТЬ ОБЛИГАЦИЙ

В общем виде текущую цену облигации можно представить как стоимость ожидаемого денежного потока, приведенного к текущему моменту времени.

Денежный поток состоит из двух компонентов: купонных выплат и номинала облигации, выплачиваемого при ее погашении.

Таким образом, цена облигации представляет собой приведенную стоимость купонных выплат (аннуитета) и единовременно выплачиваемой суммы номинальной стоимости:

$$C_{обл} = PV = \sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+r_c)^t} + \frac{H}{(1+r_c)^N},$$

где C_t – купонные выплаты в периоде t ;

r_c – рыночная процентная ставка в период t (доходность в альтернативном секторе, сложные проценты);

H – номинальная стоимость облигации;

N – число периодов выплаты купонного дохода.

При определении цены облигации предусматриваются (учитываются) следующие условия:

– денежный поток показывается в разрезе периодов, предусмотренных при выплате купонного дохода, который может меняться в соответствии с условиями выпуска облигаций;

– рыночная доходность устанавливается с учетом риска, присутствующего данным вложениям, и доходности, складывающейся в альтернативном секторе при том же риске. Требуемая доходность может изменяться в различные периоды функционирования облигаций;

– период обращения облигаций имеет конечный срок, по истечении которого производится гашение облигаций.

➔ **Пример 5.8.** Сколько стоит купонная облигация номиналом 1000 руб., с ежемесячной выплатой купонов в размере 7% годовых и сроком погашения через 3 месяца от данного момента, если банковская процентная ставка составляет 1% в месяц?

Решение.

Имеем стоимость купона

$$C_k = (7/12) \cdot 1000 \text{ руб.} = 5,83 \text{ руб.}$$

Цена облигации составит при $r_m = 0,01$:

$$C_{\text{обл}} = \frac{5,83}{(1+0,01)^1} + \frac{5,83}{(1+0,01)^2} + \frac{1005,83}{(1+0,01)^3} = 987,7 \text{ руб.}$$

При этом последняя выплата составит величину 1005,83 руб.

Рассмотрим подробнее факторы, которые влияют на цену облигации.

На фондовом рынке облигации продаются по ценам, которые отличаются от их номинальной стоимости в ту или иную сторону.

На цену облигаций влияют многочисленные факторы: уровень процентной ставки, период обращения облигации, срок до погашения, рейтинг эмитента и другие.

5.3.1. Влияние различных факторов на цену облигации

1. Влияние на цену облигации купонного дохода и уровня доходности на финансовом рынке

Если предположить, что у инвестора есть альтернативные варианты вложения денежных средств, то при прочих равных условиях он предпочтет вариант, дающий наибольшую доходность.

В этом случае, если купонный доход составляет 12% годовых и альтернативные вложения обеспечивают такую же доходность, то, следовательно, облигация должна продаваться по номиналу.

Если же доходность по облигации составляет 8%, а ожидаемая инвестором доходность от других вложений – 12%, то цена облигации должна опуститься ниже номинальной стоимости.

Облигация продается по цене $C_{обл} = H + \Delta C$ (с дисконтом, если $\Delta C < 0$, и с премией, если $\Delta C > 0$).

Величина ΔC в денежных единицах для облигации, погашаемой через год, определяется по формуле:

$$\Delta C = \frac{(r_k - r_a) \cdot H}{1 + r_a},$$

где r_k – доходность по купону (процентный доход по облигации);

r_a – доходность от вложений в альтернативный сектор;

H – номинальная стоимость облигации.

При номинальной стоимости облигации 100 руб. в рассматриваемом примере величина ΔC (скидка, дисконт) составит:

$$\Delta C = \frac{(0,8 - 0,12) \cdot 100}{1 + 0,12} = -3,57 \text{ руб.}$$

Знак «минус» означает, что облигация продается по цене ниже номинала, т.е. цена продажи облигации составит 96,43 руб.

При такой цене доход по облигации складывается из двух составляющих: купонного дохода (8 руб.) и дисконта (3,57 руб.).

Доходность облигации $r_{обл}$ определяется как отношение суммарного дохода к цене приобретения, которая в нашем примере составит:

$$r_{обл} = \frac{Div + (C_{пр} - C_{пок})}{C_{пок}} = \frac{8 + 3,57}{100 - 3,57} = 0,12 = 12\%.$$

За счет дисконта обеспечивается такая же доходность, что и при вложении в альтернативные сферы.

Если же ставка установлена на более высоком уровне, чем доходность по альтернативным вложениям, то облигация будет продаваться по цене, превышающей номинал.

В этом случае говорят, что облигация продается с премией.

Если в рассматриваемом примере ставка купонного дохода составляет 16%, а альтернативные вложения дают доходность в размере

12%, то величина премии для облигации со сроком погашения через год определяется по вышеприведенной формуле и составит 3,57 руб.

Следовательно, облигация будет продаваться по цене 103,57 руб., а доходность по облигации составит:

$$r_{обл} = \frac{Div + (C_{пр} - C_{нок})}{C_{нок}} = \frac{16 - 3,57}{100 + 3,57} = 0,12 = 12 \%,$$

где $\Delta C = C_{пр} - C_{нок}$ – размер премии.

2. Влияние на цену облигаций уровня доходности вложений в альтернативный сектор

Обычно в качестве альтернативной сферы вложений денежных средств рассматривают банковский сектор. Приобретая облигацию, инвестор кредитует эмитента. Размещая средства в банке, вкладчик ссужает денежные средства банковскому учреждению.

При прочих равных условиях ставка ссудного банковского процента должна давать такой же доход, что и купонный процент.

Если ставка ссудного процента повышается, то цена облигации при заданном уровне купонного дохода будет понижаться.

Например, если процентная ставка возросла с 12% до 18%, а доход по облигации определен в размере 12% к номиналу, то облигация должна продаваться с дисконтом.

Для облигации номиналом 100 руб. сумма дисконта составит:

$$\Delta C = \frac{(0,12 - 0,18) \cdot 100}{1 + 0,18} = -5,085 \text{ руб.}$$

Таким образом, облигация будет продаваться по цене 94,915 руб., а доходность получается такая же, что и по альтернативным вложениям, – в размере 18%.

Если процентные ставки снижаются, то цена облигации возрастает.

3. Влияние на цену облигации величины накопленного дохода

Обычно котировки облигаций указываются без учета дохода, который накоплен по купону за время нахождения облигации в обращении.

Чем дольше облигация находится в обращении, и чем ближе дата купонных выплат, тем выше цена облигаций.

➔ **Пример 5.9.** Купонные выплаты за купонный период в 92 дня составляют 8%. Облигация приобретена по номиналу в 100 000 руб.

На 60-й день курсовая стоимость облигации (без купона) составляет 99 тыс. руб.

Чему равна цена облигации на 60-й день (вместе с купоном)?

Решение.

За купонный период в 92 дня выплаты составляют 8 тыс. руб. (за один день, считая 1 год = 360 дней: 86 руб. 96 коп.).

На 60-й день купонный доход составит величину

$$C_{кн} = 8000 \frac{60}{92} = 5217,39 \text{ руб.}$$

Тогда стоимость (цена) облигации на 60-й день составит величину

$$C_{обл} = 99000 + 5217,39 = 104217,39 \text{ руб.}$$

На рисунке 5.2 показано изменение цены облигации в период между купонными выплатами при рассматриваемых условиях.

За время обращения облигации купонный доход равномерно возрастает (ежедневно на 86 руб. 96 коп.) и по истечении купонного периода владелец облигации получит купонный доход в сумме 8000 руб. на облигацию (на графике C_k).

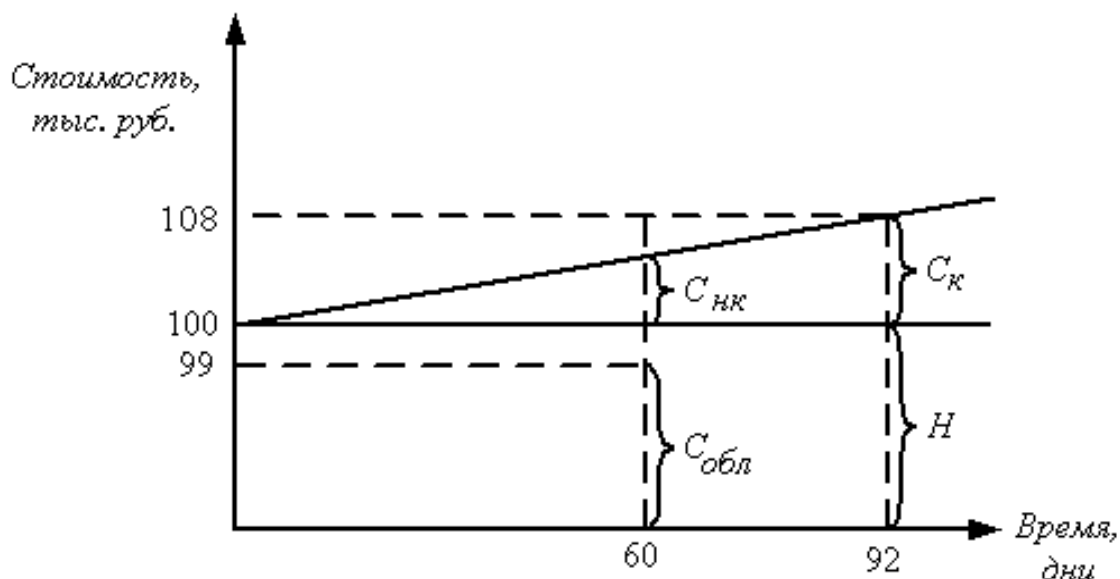


Рисунок 5.2 – Динамика роста накопленного купонного дохода и цены облигации

Если владелец облигации продаст ее на 60-й день, то величина накопленного дохода составит

$$C_{кн} = 5217,39 \text{ руб.}$$

В момент продажи все права по облигации переходят к новому владельцу, в том числе и право на доход за время хранения облигации.

В этой связи цена сделки складывается из двух составляющих: стоимости облигации и накопленного купонного дохода.

Если в рассматриваемом примере в момент совершения сделки рыночная стоимость облигации составляет 99 тыс. руб. (облигации продаются по цене ниже номинала) то цена сделки будет установлена в размере

$$(99000 + 5217,39) = 104217,39 \text{ руб.}$$

Таким образом, продавец облигации через цену сделки получает накопленный купонный доход.

Новый владелец облигации при ее погашении получит номинальную стоимость облигации и доход по купону, что составит в сумме 108 000 руб.

4. Влияние на цену облигации времени до погашения

Если процентная ставка ниже купонного дохода, то облигация продается с премией, т.е. по цене выше номинальной стоимости. При этом цена облигации будет изменяться в зависимости от периода обращения.

Цена облигации снижается при приближении срока погашения.

➔ **Пример 5.10.** Годовая облигация на предъявителя с годовым купоном 10% продается за 18 дней до выплаты купона и ее погашения.

Сколько стоит эта облигация?

Решение.

В силу близости даты покупки к сроку погашения дисконтом с номинала можно пренебречь.

Необходимо учесть накопленную часть купона.

Тогда стоимость облигации составит величину (в % к номиналу):

$$C_{обл} = H + \frac{0,1H(360-18)}{360} = 1,095H = (109,5\%)H.$$

➔ **Пример 5.11.** Годовая сложная процентная ставка составляет 10% и остается неизменной в течение всего периода. Годовая купонная ставка по облигации номиналом 1000 руб. со сроком обращения

10 лет установлена в размере 12%. Сколько стоит эта облигация при эмиссии?

Сколько будет стоить эта облигация через 5 лет?

Решение.

Стоимость облигации при эмиссии можно рассматривать как текущую стоимость денежных потоков в виде купонных выплат и стоимости погашения облигации.

Тогда цена облигации при эмиссии составит:

$$C_{обл} = \frac{120}{1+0,1} + \frac{120}{(1+0,01)^2} + \dots + \frac{120}{(1+0,01)^{10}} + \frac{1000}{(1+0,01)^{10}} = 1122,86 \text{ рублей.}$$

Если до конца срока обращения осталось 5 лет, то при прочих равных условиях текущая стоимость облигации будет равна

$$C_{обл} = \frac{120}{1+0,1} + \frac{120}{(1+0,01)^2} + \dots + \frac{120}{(1+0,01)^5} + \frac{1000}{(1+0,01)^5} = 1076 \text{ рублей.}$$

Полученные данные свидетельствуют о том, что при сокращении сроков погашения снижается цена облигации, которая обеспечивает более высокий доход, чем процентная ставка.

При превышении ставки ссудного процента над уровнем процента, выплачиваемого по купону, цена облигации будет ниже номинала и тем ниже, чем больше срок погашения облигации.

Доходность облигации за 10 лет составит величину

$$r_{10} = \frac{120 \cdot 10 + 1000 - 1122,86}{1122,86} = 0,96 = 96 \text{ \%}.$$

5. Влияние на цену облигации спроса и предложения

На цену облигации оказывает влияние и уровень спроса и предложения по общим экономическим законам. В частности, когда предлагаются большие пакеты облигаций, то цена снижается.

5.4. КОНВЕРТАЦИЯ ОБЛИГАЦИЙ

Особый интерес для инвестора на фондовом рынке представляют конвертируемые облигации, которые могут быть обменены на обыкновенные акции.

В этой связи обращающиеся на рынке ценных бумаг облигации разделяют на два вида: конвертируемые (с правом обмена на обыкновенные акции) и неконвертируемые (обычные облигации).

Обычные облигации (*nonconvertible bonds*) выпускаются без права их конверсии в акции или другие ценные бумаги.

Конвертируемые облигации (*convertible bonds*) дают их владельцу право на получение обыкновенных акций в течение определенного срока в любой момент времени по установленной цене (в определенной пропорции).

Фирма выпускает конвертируемые облигации, чтобы быстрее реализовать облигационный выпуск и заинтересовать инвесторов в приобретении именно своих облигаций.

Преимущества конвертируемых облигаций заключаются в том, что они обладают и свойствами облигаций, и свойствами обыкновенных акций.

Поэтому их иногда называют гибридными ценными бумагами.

Как облигация эта ЦБ обеспечивает безопасность вложений и гарантирует возврат денежных средств с определенными при выпуске процентами.

Конвертируемая облигация обладает также свойствами обыкновенных акций с точки зрения возрастания капитала.

Эти облигации привлекают инвесторов, которые хотят приумножить свой капитал вследствие роста фирмы и в то же время обезопасить свои вложения.

До тех пор, пока инвестор сохраняет эти облигации, они приносят ему фиксированный доход.

Если владелец облигации видит, что фирма развивается успешно и соответственно растет курсовая стоимость акций, то он может реализовать свое право конвертации и обменять облигации на обыкновенные акции.

Цена конвертации

Конвертация облигаций является привилегией инвесторов, которые, принимая решение о целесообразности ее проведения, должны учесть все рыночные факторы: цену конвертации, рыночную стоимость акций и стоимость акций, получаемых в результате конвертации, доходность вложений в конвертируемые облигации и в альтернативный сектор и др.

Выпуская конвертируемые облигации, компания в проспекте эмиссии определяет все параметры и условия облигационного займа, важнейшими из которых при принятии решения о целесообразности проведения конвертации являются следующие:

1. Коэффициент конвертации, т.е. число акций, которые получает инвестор при обмене одной облигации на акции (K).

2. Цена конвертации, т.е. цена приобретения одной акции в результате конвертации.

Цена конвертации ($C_{конв}$) определяется по формуле:

$$C_{конв} = \frac{H}{K},$$

где H – номинальная стоимость конвертируемой облигации;

K – коэффициент конвертации, т.е. количество акций, получаемых за одну облигацию.

➔ **Пример 5.12.** Компания продает инвесторам облигации по номиналу 1 тыс. руб., каждую из которых можно обменять на 10 обыкновенных акций.

Чему равна цена конвертации?

Решение.

Цена конвертации составляет:

$$C_{конв} = \frac{H}{K} = \frac{1000}{10} = 100 \text{ руб.}$$

Инвестор при покупке облигации заранее знает цену, по которой ему будут переданы акции в случае конвертации.

В предыдущем примере инвестору обмен облигации на акции выгоден в том случае, если рыночная цена обыкновенной акции превышает 100 руб.

Если же рыночная цена обыкновенной акции ниже цены конвертации, то облигационеру не имеет смысла конвертировать облигацию в акции. В этом случае он предпочтет держать облигацию, получая фиксированный доход.

Условия конвертации могут меняться с течением времени.

Обычно конвертационная цена остается неизменной в течение определенного периода, после чего она может повышаться.

Например, облигация номиналом 1 тыс. руб. может иметь конвертационную цену в течение первых двух лет 100 руб., в течение

следующих двух лет – 125 руб., в течение последующих лет – 200 руб. и т.д.

Соответственно при конвертации одной облигации в первые два года инвестор получит 10 акций, в следующие два года – 8 акций, в последующие годы – 5 акций.

С течением времени облигация конвертируется во все меньшее число акций, поэтому инвестору выгодна более ранняя конвертация, чтобы избежать обесценения капитала.

Динамика изменения рыночной цены акций и конвертационной цены, по которой инвестор производит обмен облигаций на обыкновенные акции, показана на рисунке 5.3.

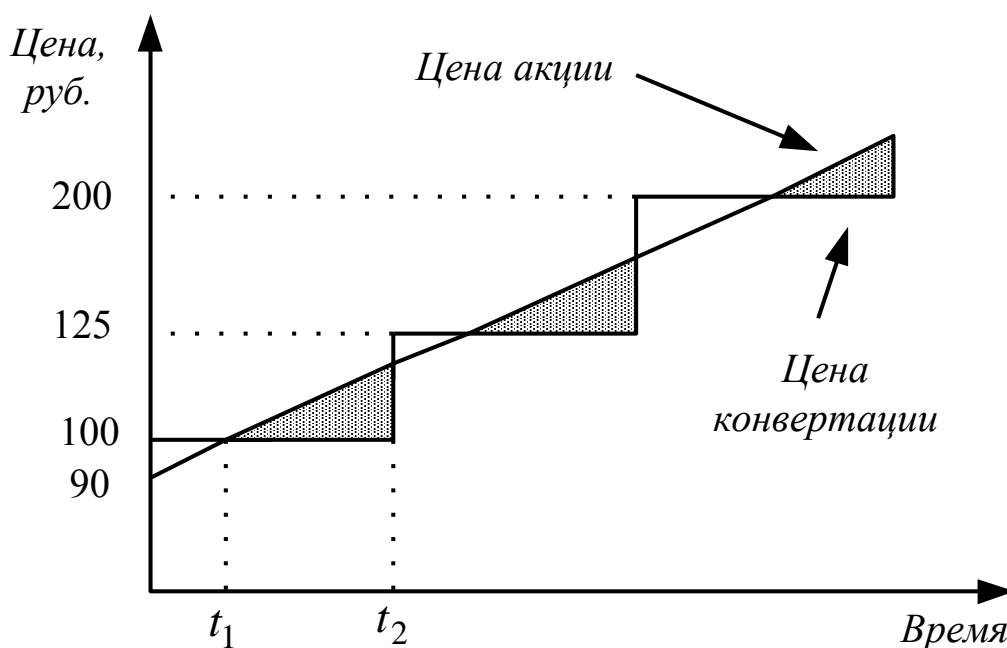


Рисунок 5.3 – Динамика изменения рыночной цены акций и цены конвертации

3. Ставка купонного дохода, выплачиваемого компанией по конвертируемой облигации.

В связи с тем, что конвертируемые облигации одновременно обладают и свойствами акций, и свойствами облигаций, этот вид облигаций может уменьшить стоимость обслуживания облигационного займа путем установления более низкого купонного процента, чем по обычным облигациям.

Если по обычным облигациям выплачивается 15% годовых, то по конвертируемым может быть установлен доход в размере 12–13%.

Разница в 2–3% – это цена, которую платит инвестор за возможность воспользоваться при благоприятных условиях правом конвертации облигаций в обыкновенные акции.

Чем выше потенциал роста компании, тем на более низком уровне можно устанавливать купонную ставку по облигациям.

Если потенциал роста отсутствует, то цена привилегии конвертации облигаций в акции ничего не стоит.

Кроме перечисленных параметров в проспекте эмиссии указываются и все другие условия, необходимые для выпуска облигаций (срок погашения облигаций, возможность досрочного выкупа облигаций и цена выкупа, цель выпуска облигаций, вид и стоимость обеспечения в случае выпуска залоговых облигаций и т.д.).

В ряде случаев компании в проспекте эмиссии предусматривают пункт о вынужденной конвертации, т.е. конвертацию облигаций в акции компания производит вне зависимости от желания инвесторов.

Конвертационная стоимость и цена облигации

Для определения динамики изменения уровня цены облигации рассчитывается ее конвертационная стоимость, которая определяется по формуле:

$$C_{\text{кобл}} = C_A \cdot K,$$

где C_A – рыночная цена обыкновенной акции;

K – коэффициент конвертации.

Если рыночная цена обыкновенной акции составляет 80 руб., а коэффициент конвертации равен 10, то конвертационная стоимость облигации будет равна 800 руб. (80 руб. × 10).

В момент выпуска конвертируемых облигаций в обращение их стоимость устанавливается на более высоком уровне, чем конвертационная.

Если при эмиссии облигация продавалась по номиналу в 1000 руб., то при рыночной цене обыкновенной акции, равной 80 руб., инвестору нет смысла проводить конвертацию, так как на вложенный капитал в 1 тыс. руб. он получит акций на сумму 800 руб.

В период, когда цена акций ниже, чем цена конверсии, конвертируемая облигация функционирует как обычная облигация, и ее цена зависит от ставки ссудного процента, надежности эмитента и других рыночных факторов.

Когда же рыночная цена акций приближается к цене конвертации, то цена облигации формируется под влиянием конвертационной стоимости.

При этом цена облигации всегда будет превышать конвертационную стоимость на какую-то величину, называемую премией (обычно, 10–20%).

Например, если рыночная цена акций составляет 100 руб., то при коэффициенте конвертации, равном 10, конвертационная стоимость облигации составит 1 тыс. руб. (100 руб. × 10).

Реальная рыночная цена облигации превысит 1000 руб. на сумму премии в размере 10–20%.

Данная премия отражает двойное свойство конвертируемой облигации, и инвесторы согласны заплатить премию сверх конвертационной стоимости, чтобы сохранить двойное обеспечение.

В случае, когда рыночная цена акции превышает цену конверсии, цена облигации автоматически повышается.

Если рыночная цена акции составляет 120 руб., то при том же коэффициенте конвертации конвертационная стоимость составит 1,2 тыс. руб.

Если инвестор приобрел облигацию по номиналу, заплатив 1 тыс. руб., то он может конвертировать ее, получить 10 акций, затем их реализовать по рыночной цене 120 руб. и иметь выручку в сумме 1,2 тыс. руб., из которых 200 руб. составят прибыль.

В случае поступления предложения на продажу владелец облигации установит цену выше 1,2 тыс. руб. на сумму премии.

Для быстро растущих компаний премия может быть и больше, так как у них есть существенный потенциал роста рыночной стоимости акций.

Доход по конвертируемой облигации рассчитывается по соотношению

$$D_{\text{кобл}} = C_k + (C_1 - C_0)K,$$

где C_k – годовой доход по купону;

C_0 – рыночная цена акции в предшествующем году;

C_1 – рыночная цена акции в текущем году;

K – коэффициент конвертации.

5.5. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ ПРИ РАБОТЕ С ФИНАНСОВЫМИ АКТИВАМИ

5.5.1. Примеры расчетов при операциях с акциями

➔ **Пример 5.13.** Инвестор приобрел за 6000 руб. привилегированную акцию номинальной стоимостью 4000 руб. с фиксированным размером дивиденда 10% годовых. Через 5 лет, в течение которых дивиденды регулярно выплачивались, акция была им продана за 5000 руб.

Определить различные доходности (текущую, среднюю годовую, общую) по данной акции.

Решение.

1. Текущая (годовая) доходность по акции за первые 4 года составляла величину

$$r_{\text{тек}} = \frac{\text{Дивиденд}}{S(0)} = \frac{0,1 \cdot 4000}{6000} = \frac{400}{6000} = 0,0667 = 6,67\% .$$

2. Доходность по акции за пятый год составила величину

$$r_{\text{тек}(5)} = \frac{\text{Дивиденд} - \text{Потери при продаже}}{S(0)} = \frac{400 - 1000}{6000} = -0,01 = -10,0\% .$$

3. Доходность за время владения акцией (за $T = 5$ лет) составила величину

$$r_T = \frac{S(T) - S(0)}{S(0)} = \frac{5 \cdot 400 - 1000}{6000} = 0,1667 = 16,67\% .$$

4. Средняя годовая доходность за время владения акцией по простым процентам составила величину

$$r_T = \frac{r_T}{T} = \frac{0,1667}{5} = 0,03333 = 3,333\% .$$

5. Средняя годовая доходность за время владения акцией по сложным процентам (эффективная ставка операции) составила величину

$$r_{\text{Э}} = (1 + r_T)^{1/T} - 1 = (1 + 0,1667)^{1/5} - 1 = 0,031316 = 3,1316\% .$$

Эту величину можно вычислить и по соотношению:

$$r_{\text{Э}} = \left(\frac{S(T)}{S(0)} \right)^{1/T} - 1 = \left(\frac{5 \cdot 400 + 5000}{6000} \right)^{1/5} - 1 = \left(\frac{7000}{6000} \right)^{1/5} - 1 = 0,031316 = 3,1316\% .$$

➔ **Пример 5.14.** В инвестиционном портфеле имеются 3 акции компании А, 2 акции компании Б, 5 акций компании В с примерно равными курсовыми стоимостями.

Как изменится стоимость портфеля, если курсы акций А и Б увеличатся на 18 и 16 процентов соответственно, а курс акций В упадет на 15 процентов?

Решение.

Новая стоимость портфеля составит величину

$$3 \cdot 1,18 + 2 \cdot 1,16 + 5 \cdot 0,85 = 10,11.$$

Старая стоимость была равна 10.

Отношение прироста стоимости к старой стоимости и даст соответствующее изменение (прирост):

$$(10,11 - 10)/10 = 0,011 = 1,1\%.$$

➔ **Пример 5.15.** Инвестор желает приобрести акцию с предполагаемым ростом курсовой стоимости 4,3% за квартал и через 3 года продать ее. Инвестор имеет возможность оплатить за свой счет 60% фактической стоимости акции.

Под какой максимальной квартальной процент может взять инвестор ссуду в банке, чтобы обеспечить доходность на вложенные собственные средства на уровне не менее 3,0% за квартал?

Решение.

Доходность операции с акцией:

$$r = \frac{\text{прибыль от перепродажи}}{\text{цена приобретения}}.$$

Обозначим: $r_{кр}$ – квартальная ставка кредита; $C_{нач}$ – начальный курс акции.

Инвестор оплачивает $0,6 \cdot C_{нач}$ за свой счет, а наращенная сумма его долга равна $0,4 \cdot C_{нач} \cdot (1 + r_{кр})$.

Прибыль от операции с акцией составит величину:

$$Pr = 1,043 \cdot C_{нач} - (0,6 \cdot C_{нач} + 0,4 \cdot C_{нач} \cdot (1 + r_{кр})) = 1,043 \cdot C_{нач} - 0,4 \cdot C_{нач} \cdot r_{кр}.$$

Квартальная доходность должна составить величину:

$$r_{кр} = \frac{0,043 \cdot C_{нач} - 0,4 \cdot C_{нач} \cdot r_{кр}}{0,6 \cdot C_{нач}} \geq 0,03.$$

Отсюда:

$$r_{кр} \leq \frac{0,043 - 0,6 \cdot 0,03}{0,4} = \frac{0,025}{0,4} = 0,0625.$$

Максимально приемлемая ставка $r_{кр} \leq 0,0625$.

➔ **Пример 5.16.** Инвестор месяц назад приобрел за 800 руб. привилегированную бессрочную акцию номинальной стоимостью 1000 руб. с фиксированным размером дивиденда 9% годовых.

Текущая курсовая стоимость акции равна 1200 руб.

Определить текущую доходность акции и эффективность вложений инвестора.

Решение.

Текущая доходность облигации равняется отношению дохода за год к рыночной цене.

Следовательно, текущая доходность

$$r_{тек} = \frac{0,09 \cdot 1000}{1200} = 0,075 = 7,5 \% \text{ годовых.}$$

Эффективность вложений инвестора r_3 определяется двусторонним потоком с затратным платежом 800 руб. и бессрочно растянутыми во времени платежами $S_{ед} = 90$ руб.

Имеем соотношение:

$$S(0) = \frac{S_{ед}}{r_3}; \quad 800 = \frac{90}{r_3}.$$

Отсюда:

$$r_3 = \frac{90}{800} = 0,1125 = 11,25 \%.$$

➔ **Пример 5.17.** Инвестор приобретает бескупонную облигацию с дисконтом. Облигация подлежит погашению через год.

Одновременно инвестор приобретает за 180 руб. страховку, гарантирующую ему получение суммы равной номинальной стоимости облигации, если эмитент не сможет выполнить свои обязательства по ее погашению.

Если эмитент облигацию погасит, страховая компания возвращает эмитенту 80% страхового взноса (плата за страховку).

Рассчитать размер дисконта при покупке облигации, который обеспечил бы инвестору, в случае выполнения эмитентом своих обязательств доходность в 1,5 раза большую, чем в случае непогашения эмитентом облигации.

Решение.

Если D – дисконт (скидка в абсолютном исчислении), H – номинал, то $(H - D)$ есть цена размещения облигации.

В случае, если эмитент облигацию гасит, то затраты инвестора составляют величину $(H - D) + 180$, а его доход составит

$$H + 0,8 \cdot 180 - (H - D + 180) = D - 36.$$

В случае, если эмитент облигацию не гасит, затраты инвестора будут теми же, а доход составит

$$H - (H - D + 180) = D - 180.$$

При условии, что доходность в первом случае в 1,5 раза выше, а затраты равны, то

$$D - 36 = 1,5(D - 180).$$

Тогда дисконт составит $D = 468$ рублей.

5.5.2. Примеры расчетов при операциях с облигациями

➔ **Пример 5.18.** Ставка спот на один год составляет 10,5%, на два – 11%. Определить форвардную ставку для второго года, т.е. ставку спот, которая будет на рынке через год для бескупонной облигации, выпущенной на год.

Решение.

Если инвестор покупает бескупонную облигацию, выпущенную на два года с номиналом H , то он платит за нее $H/(1,1)^2$.

Инвестор может выбрать другую стратегию, купить, например, на те же деньги облигации со сроком погашения один год, а затем реинвестировать полученные от погашения облигации средства еще на один год.

Возникает вопрос: под какой процент ему следует реинвестировать средства на второй год, чтобы финансовые результаты обеих стратегий были одинаковы в конце второго года?

Имеем соотношение

$$H = (H/(1,1)^2) (1 + 0,105)(1 + r_f).$$

Отсюда получаем решение

$$r_f = (1 + r_2)^2 / (1 + r_1) - 1 = (1,11)^2 / (1,105) - 1 = 0,11502 = 11,502\%.$$

➔ **Пример 5.19.** Ставка спот для облигации на один год составляет 15%, на два – 18%. Определить форвардную ставку непрерывно начисляемого процента для этой облигации на второй год.

Решение.

Непрерывно начисляемый процент для одного года равен

$$r_{H1} = \ln(1 + 0,15) = 0,1398 = 13,98\%,$$

а для двух лет:

$$r_{H2} = \ln(1 + 0,18) = 0,1655 = 16,55\%.$$

Для исключения арбитражных операций должно выполняться соотношение равенства современных стоимостей инвестиций (результатов) обеих стратегий (вложиться сразу на 2 года или перевложиться через год):

$$S_{инв} = H / (e^{0,1655 \cdot 2}) = H / (e^{0,1398} \cdot e^{r_{fh}}).$$

Здесь H – номинал облигации.

Отсюда:

$$e^{r_{fh}} = e^{0,1655 \cdot 2} / e^{0,1398} = 1,21; \ln(e^{r_{fh}}) = \ln 1,21; r_{fh} = 0,191.$$

➔ **Пример 5.20.** Непрерывно начисляемая ставка спот на 270 дней составляет 9%, для 210 дней 8,75%.

Определить форвардную ставку для двух месяцев на период времени через 7 месяцев.

Решение.

Используем общее соотношение для расчета непрерывной форвардной ставки

$$\begin{aligned} r_f &= (r_2 \cdot t_2 - r_1 \cdot t_1) / (t_2 - t_1) = \\ &= (0,09 \cdot 270 - 0,0875 \cdot 210) / 60 = 0,09875 = 9,875\%. \end{aligned}$$

➔ **Пример 5.21.** Ставка спот на один год составляет 12%, на два – 15%. Купонная облигация с номиналом 5000 руб. и ежегодно оплачиваемым купоном 8%, до погашения которой остается три года, продается по цене 4300 руб. Определить ставку спот для трех лет.

Решение.

Доходность купонной облигации и пакета дисконтных облигаций должны быть равны, чтобы исключить возможность арбитражных операций. Имеем соотношение

$$400 / (1 + 0,12) + 400 / (1 + 0,15)^2 + 5400 / (1 + r_3)^3 = 4300,$$

где r_3 – теоретическая ставка спот для трех лет.

Решая уравнение, получаем

$$r_3 = 0,14 = 14\%.$$

➔ **Пример 5.22.** Бессрочная облигация куплена по курсу 75% от номинала, обеспечивает ежегодную ренту в 6,5% от номинала. Определить внутреннюю норму доходности облигации (эффективную ставку).

Решение.

Используем соотношение для бесконечной ренты:

$$r_{\text{Э}} = r_{\text{обл}} = \frac{S_{\text{ед}}}{S(0)} = \frac{0,065H}{0,75H} = \frac{6,5}{75} = 0,08667 = 8,667\%.$$

➔ **Пример 5.23.** Эмитент выпускает облигации двух типов со сроком обращения 1 год и одинаковым номиналом. Облигации приобретаются по номиналу. Облигации первого типа предусматривают ежеквартальную выплату купонов. Это дает ежеквартальную доходность в 10%. Облигации второго типа выплачивают купон каждые полгода. Исходя из того, что годовая доходность по обеим облигациям одинакова (с учетом реинвестирования полученных купонных выплат), определить отношение (в процентах) купона облигации первого типа к купону облигации второго типа.

Решение.

Эффективная ставка составит по облигации первого типа:

$$r_{\text{Э}} = (1 + 0,1)^4 - 1 = 0,46.$$

Зная эту эффективную ставку (одинаковую и для второй облигации) можно определить неизвестную полугодовую ставку, которая обеспечивает доходность, равную годовой доходности облигаций первого типа:

$$r_{0,5} = (1 + 0,46)^{0,5} - 1 = 0,21.$$

Отношение купонных ставок по облигациям равно

$$10/21 = 0,476 = 47,6\%.$$

➔ **Пример 5.24.** Облигация номиналом 3 тыс. долл. с купонной годовой ставкой 8% сроком на 5 лет продавалась с дисконтом 20%. Определить полную и текущую доходность облигации по простым процентам и внутреннюю норму доходности (эффективную ставку) облигации.

Решение.

Имеем характеристики: $T = 5$ лет; $H = 3$; $r_k = 0,08$; $D = 0,2$;

Стоимость облигации при ее покупке:

$$S(0) = 3 \cdot 0,8 = 2,4 \text{ тыс. долл.}$$

Полная среднегодовая доходность:

$$r_n = \frac{5 \cdot (3 \cdot 0,08) + (3 - 2,4)}{2,4 \cdot 5} = \frac{1,8}{12} = 0,15 = 15\%.$$

Текущая доходность:

$$r_{тек} = \frac{3 \cdot 0,08}{2,4} = 0,1 = 10\%$$

Внутренняя норма доходности облигации ($r_3 = IRR$) определяется из уравнения для расчета эффективной ставки потока платежей.

Имеем:

$$-0,8 \cdot H + 0,08 \cdot \left(\frac{1}{1+r_3} + \frac{1}{(1+r_3)^2} + \frac{1}{(1+r_3)^3} + \frac{1}{(1+r_3)^4} + \frac{1}{(1+r_3)^5} \right) + \frac{H}{(1+r_3)^5} = 0.$$

$$x = \left(\frac{1}{1+r_3} \right) = 0,8788.$$

$$r_3 = IRR = \frac{1}{x} - 1 = 0,1379 = 13,79\%.$$

➔ **Пример 5.25.** Бескупонная облигация была приобретена на вторичном рынке по цене 93% к номиналу через 70 дней после своего первичного размещения на аукционе. Для участников этой сделки доходность к аукциону равна доходности к погашению.

Определите цену, по которой облигация была куплена на аукционе, если срок ее обращения равен 150 дням.

Решение.

Если P_a – цена приобретения облигации на аукционе, то годовая доходность к аукциону равна

$$(93 - P_a) \cdot 365 / (P_a \cdot 70).$$

Доходность к погашению составляет величину

$$(100 - 93) \cdot 365 / (93 \cdot 80) = 0,3434 = 34,34\% \text{ годовых простых.}$$

Из равенства доходностей к аукциону и к погашению найдем цену приобретения облигации на аукционе:

$$(93 - P_a) \cdot 365 / (P_a \cdot 70) = 0,3434;$$

$$93 - P_a = (P_a \cdot 70) 0,3434 / 365;$$

$$(1 + 0,06586) \cdot P_a = 93;$$

$$P_a = 93 / (1,06586) = 87,25\% \text{ от номинала.}$$

Можно использовать и эффективную ставку для расчета P_a .

Доходность к погашению (80 дней) составляет величину

$$r_{\text{ног}} = \frac{H - 0,93H}{0,93H} = \frac{0,07}{0,93} = 0,07527.$$

Тогда эффективная ставка от операции (80 дней) погашения

$$r_{\text{э}} = (1 + 0,07527)^{360/80} - 1 = 0,3862.$$

Доходность к аукциону (70 дней) составляет величину

$$r_{\text{аук}} = (1 + 0,3862)^{70/360} - 1 = 0,06556.$$

С другой стороны:

$$r_{\text{аук}} = \frac{0,93H - P_a H}{P_a H} = 0,06556.$$

Отсюда

$$P_a = \frac{0,93}{1,06556} = 0,8728 = 87,28\% H.$$

➔ **Пример 5.26.** Облигация с дюрацией 10 лет при доходности 8% годовых (банковская ставка) продается за 1300 долл. Насколько изменится цена этой облигации при увеличении доходности до 9%?

Решение.

Используем свойство дюрации:

$$\frac{\Delta C}{C_{обл}} \approx -Dur \cdot \frac{\Delta r}{1+r} = -10 \cdot \frac{0,09 - 0,08}{1,08} = -0,0926 = -9,26 \%$$

Рост банковской доходности на 1% приведет к падению курса на 9,26%. Цена облигации составит в этом случае величину

$$C_{обл} \approx (1 - 0,0926) \cdot 1300 = 1179,62 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 5.27.** Бескупонная облигация «А» со сроком обращения 5 лет и бескупонная облигация «В» со сроком обращения 10 лет имеют равный номинал.

Когда до погашения облигации «А» остался 1 год, а до погашения облигации «В» – 3 года, рыночная стоимость облигации «А» в 1,4 раза превысила рыночную стоимость облигации «В».

Рассчитайте величину альтернативной годовой доходности.

Решение.

Если C и H , соответственно, курсовая и номинальная стоимость облигации «В», а r – альтернативная доходность, то по условию задачи

$$C = H/(1+r)^3,$$

а курсовая стоимость облигации «А»:

$$1,4 \cdot C = H/(1+r).$$

Приравнивая два выражения для C получаем соотношение:

$$H/(1,4 \cdot (1+r)) = H/(1+r)^3.$$

Отсюда следует, что

$$1,4 \cdot (1+r) = (1+r)^3,$$

т.е. $(1+r) \cdot (1,4 - (1+r)^2) = 0$.

Следовательно:

$$1,4 - (1+r)^2 = 0; (1+r)^2 = 1,4; r = 18,32\%.$$

➔ **Пример 5.28.** Как изменится (в процентах) к предыдущему дню доходность к аукциону государственных краткосрочных бескупонных облигаций со сроком обращения 1 год, если курс облигации за 22 дня до погашения не изменился по сравнению с предыдущим днем?

Решение.

Если r_n – годовая доходность ГКО, то доходность к аукциону за 22 и 23 дня составят соответственно величины:

$$r_{22} = r_n / T1 = r_n \cdot 365 / (365 - 22), \quad r_{23} = r_n / T2 = r_n \cdot 365 / (365 - 23).$$

Тогда относительное изменение доходностей будет равно $(r_{22} - r_{23}) / r_{23} = (365 - 23) / (365 - 22) - 1 = 342 / 343 - 1 = -1 / 343 = -0,0029$.

Доходность уменьшится почти на 0,3%.

➔ **Пример 5.29.** Чему равна текущая доходность облигации с купоном 13%, имеющей рыночную стоимость 93% к номиналу?

Решение.

Текущая доходность облигации равняется отношению дохода (процентных выплат) за год к рыночной цене.

Пусть H – номинальная стоимость облигации;

Следовательно, текущая доходность

$$r_{\text{тек}} = \frac{0,13 \cdot H}{0,93 \cdot H} = 0,1398 = 13,98\%.$$

➔ **Пример 5.30.** Корпоративные облигации выпущены 1 января со сроком обращения 2 года, с годовым купоном 17%, номинальной стоимостью 1 тыс. руб. Однако, при первом размещении стоимость облигации составила 950 руб.

Какова должна быть минимальная величина банковской ставки, предполагающая более выгодный вариант инвестирования капитала на 2 года чем у инвестора, купившего облигации в ходе первичного размещения?

Решение.

Доходность за время владения облигацией (за 2 года) составила величину

$$r_2 = \frac{S(T) - S(0)}{S(0)} = \frac{1000 + 170 \cdot 2 - 950}{950} = \frac{390}{950} = 0,4105 = 41,05\%.$$

Средняя годовая доходность от облигации по простым процентам составила величину

$$r_n = \frac{r_T}{T} = \frac{0,4105}{2} = 0,2053 = 20,53\%.$$

Эффективная доходность от облигации составила величину

$$r_{\text{Э}} = \left(\frac{S(T)}{S(0)} \right)^{\frac{1}{T}} - 1 = \left(\frac{1340}{950} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,18766 = 18,766\%.$$

Минимальная величина банковской ставки, предполагающая более выгодный вариант инвестирования капитала на 2 года составляет 20,6% годовых простых или 18,8% годовых сложных.

5.5.3. Примеры расчетов при операциях с векселями

➔ **Пример 5.31.** Тратту (переводной вексель) на сумму 100 тыс. руб. с уплатой 15 ноября владелец учел досрочно в банке 21 сентября по простой учетной ставке 8%.

Определить дисконт и годовую доходность операции банка по простой ставке.

Решение.

Владелец векселя получил сумму

$$S(0) = 100000 \cdot \left(1 - \frac{55}{360} \cdot 0,08 \right) = 98777,78 \text{ руб.}$$

Дисконт (в абсолютном исчислении) составил величину

$$D = S(T) - S(0) = 100000 - 98777,78 = 1222,22 \text{ руб.}$$

Годовая доходность операции банка по простой ставке составит

$$r_n = \frac{r_T}{T} = \frac{S(T) - S(0)}{S(0) \cdot T} = \frac{1222,22 \cdot 360}{98777,78 \cdot 55} = 0,0785 = 7,85 \%$$

➔ **Пример 5.32.** Клиент имеет вексель номиналом 10 000 рублей со сроком погашения 1 августа. Какую сумму он получит при досрочном учете векселя в банке 1 марта по учетной ставке 7% годовых?

Решение.

Срок от даты учета до даты погашения векселя составит

$$T = 153 \text{ дня } (31+30+31+30+31).$$

Тогда используя простую годовую учетную ставку 7% получим:

$$S(0) = S(T)(1 - d_n T) = 10000(1 - 0,07 \cdot 153 / 365) = 9706,58 \text{ руб.}$$

Используя сложную годовую учетную ставку 7% получим:

$$S(0) = S(T)(1 - d_c)^T = 10000(1 - 0,07)^{153/365} = 9700,38 \text{ руб.}$$

➔ **Пример 5.33.** Вексель, до погашения которого оставалось 1,5 года, учтен с дисконтом 19%.

Какой сложной годовой учетной ставке соответствует этот дисконт?

Решение.

По условию задачи имеем соотношение

$$\frac{S(0)}{S(T)} = 0,81.$$

Тогда из условия

$$S(0) = S(T)(1 - d_c)^T$$

имеем

$$d_c = 1 - \left(\frac{S(0)}{S(T)} \right)^{1/T} = 1 - (0,81)^{1/(1,5)} = 0,13106 = 13,106\%.$$

➔ **Пример 5.34.** Вексель учтен за год до даты его погашения по учетной ставке 15%. Какова доходность учетной операции банка в виде простой процентной ставки?

Решение.

Имеем соотношение

$$r_n = \frac{d_n}{1 - Td_n} = \frac{0,15}{1 - 0,15} = 0,1765 = 17,65\%.$$

Операция учета по учетной ставке 15% годовых дает тот же доход, что и наращение по ставке 17,65%.

➔ **Пример 5.35.** 90-дневные векселя номиналом 100 долл. продаются по 98,25 долл. 180-дневные векселя с тем же номиналом продаются по 96 долл. Предполагается, что кривая доходности векселей до погашения не изменится. Инвестор желает вложить сбережения на 90 дней в векселя.

Что лучше, купить 90-дневный вексель или 180-дневный вексель с последующей перепродажей его через 90 дней?

Решение.

Используем схему простых процентов.

Доходность 90-дневного векселя:

$$r_{90} = \frac{100 - 98,25}{98,25} : \frac{90}{365} = 7,22\% \text{ ГОДОВЫХ.}$$

Доходность 180-дневного векселя:

$$r_{180} = \frac{100 - 96}{96} : \frac{180}{365} = 8,45\% \text{ ГОДОВЫХ.}$$

Этот вексель можно перепродать через 90 дней по цене:

$$C_{пер} = \frac{100}{\left(1 + 0,0722 \cdot \frac{90}{365}\right)} = \frac{100}{1,0178} = 98,25 \text{ долл.}$$

Доходность от перепродажи 180-дневного векселя составит:

$$r_{пер} = \frac{98,25 - 96}{96} \cdot \frac{365}{90} = 0,095 = 9,5\% \text{ ГОДОВЫХ.}$$

Лучше перепродать 180-дневный вексель.

➔ **Пример 5.36.** Вексель на 3 млн руб. с годовой учетной ставкой 10% и дисконтированием 2 раза в год выдан на 2 года.

Какая исходная сумма должна быть выдана в долг под этот вексель?

Решение.

Имеем сложное дисконтирование

$$S(0) = S(T) \cdot \left(1 - \frac{d_{сн}}{m}\right)^{m \cdot T}.$$

Тогда исходная сумма будет равна

$$3 \cdot (1 - (0,1/2))^4 = 2,44 \text{ млн руб.}$$

➔ **Пример 5.37.** Вексель на 3 млн руб. с годовой учетной ставкой 10% и дисконтированием 2 раза в год выдан на 2 года.

Какова эффективная ставка в этой сделке?

Решение.

Имеем математический дисконт.

Тогда:

$$r_9 = (1 - d_{сн}/m)^{-m} - 1 = (1 - 0,1/2)^{-2} - 1 = \\ = 1/(0,95)^2 - 1 = 0,108 = 10,8\%.$$

➔ **Пример 5.38.** Определите цену размещения коммерческим банком своих векселей номиналом 500 руб. со сроком платежа 200 дней, если банковская ставка составляет 9% годовых. Длительность года = 360 дней.

Решение.

Пусть X – скидка при размещении (в абсолютном значении), тогда доходность вложений в случае покупки векселя должна быть

$$(200/360) \cdot 9\% = 5\% \text{ за 200 дней.}$$

Имеем соотношение

$$X/(500 - X) = 0,05.$$

Отсюда $X = 23,8$ руб.

Следовательно, цена размещения составит

$$500 - 23,8 = 476,2 \text{ руб.}$$

➔ **Пример 5.39.** Имеются сведения о векселях за 25.05.2015 г. в виде:

Дата выкупа векселя: 30 августа 2015 г.

Дисконт продажи: 13,6%.

Дисконт покупки: 13,8%.

Доходность: 15%.

Определить цены продажи и покупки векселей номиналом 500 долл. и заработок дилера.

Решение.

Срок до даты выкупа составляет 97 дней, поэтому по схеме банковского дисконта получаем, что цена продажи составит:

$$C_{пр} = 500 \cdot (1 - 0,136 \cdot 97/360) = 0,9634 \cdot 500 = 481,678 \text{ долл.}$$

Цена покупки составит:

$$C_{пок} = 500 \cdot (1 - 0,138 \cdot 97/360) = 0,9628 \cdot 500 = 481,408 \text{ долл.}$$

Разница цен в 0,270 долл. и составляет заработок дилера с каждого векселя.

➔ **Пример 5.40.** Эмитент одновременно выпускает две серии векселей.

Номинал векселей второй серии в два раза больше номинала векселей первой серии. Векселя первой серии реализуются с дисконтом 20% от номинала. На номинал векселей второй серии обусловлено начисление процентов.

Какова должна быть величина процентной ставки (в процентах к номиналу) у векселей второй серии для того, чтобы векселя обеих серий имели одинаковую доходность?

Решение.

Доходность по векселям первой серии равна

$$0,2 \cdot H / (0,8 \cdot H),$$

где H – вексельная сумма (номинал) первой серии.

Доходность по векселям второй серии равна

$$X \cdot 2 \cdot H / (2 \cdot H),$$

где X – процент по векселю.

Из равенства доходностей находим

$$X = 0,2 / 0,8 = 0,25 = 25\%.$$

Контрольные вопросы к главе 5

1. Охарактеризуйте понятия: риск, доходность, курс, цена активов.
2. Назовите основные виды рисков и методы борьбы с ними на РЦБ.
3. Поясните основные стоимостные характеристики ЦБ.
4. Охарактеризуйте показатели эффективности финансовых операций.
5. Охарактеризуйте способы расчета цены акций.
6. Охарактеризуйте способы расчета цены облигаций.
7. Что такое конвертация облигаций?
8. Что такое цена и коэффициент конвертации облигаций?
9. Какие факторы влияют на цену акции?
10. Какие факторы влияют на цену облигации?
11. Как учитывается фактор времени в операциях на РЦБ?
12. Что такое эффективная ставка и каковы особенности ее применения?

Контрольные задачи к главе 5

1. Бессрочная облигация куплена по курсу 80% от номинала, обеспечивает вечную ренту в 4,5% от номинала. Определить внутреннюю норму доходности облигации.
2. Облигация номиналом 3 тыс. долл. с купонной годовой ставкой 8%, сроком на 5 лет продавалась с дисконтом 20%. Определить внутреннюю норму доходности (эффективную ставку) облигации.
3. Чему равна текущая доходность облигации с купоном 12%, имеющей рыночную стоимость 92% к номиналу?
4. Инвестор месяц назад приобрел за 800 руб. привилегированную бессрочную акцию номинальной стоимостью 1000 руб. с фиксированным размером дивиденда 9% годовых. Текущая курсовая стоимость акции равна 1200 руб. Определить эффективность вложений инвестора.
5. Вексель, до погашения которого оставалось два года, учтен с дисконтом 26%. Какой сложной годовой учетной ставке соответствует этот дисконт?
6. Годовой депозитный сертификат на предъявителя был выпущен банком на сумму 3000 руб. под 13% годовых сложных. Определить стоимость сертификата при его продаже через полгода, если банковская ставка уменьшится в 1,5 раза.
7. Определите цену размещения коммерческим банком своих векселей номиналом 1000 руб. со сроком платежа 250 дней, если банковская ставка составляет 14% годовых.
8. Облигация номиналом 4 тыс. руб. с купонной годовой ставкой 8%, сроком на 5 лет продавалась с дисконтом 25%. Определить внутреннюю норму доходности (эффективную ставку) облигации.
9. Бессрочная облигация куплена по курсу 82% от номинала, обеспечивает вечную ренту в 5,8% от номинала. Определить внутреннюю норму доходности облигации.
10. Инвестор месяц назад приобрел за 1820 руб. привилегированную бессрочную акцию номинальной стоимостью 2000 руб. с фиксированным размером дивиденда 8% годовых. Текущая курсовая стоимость акции равна 2200 руб. Определить текущую доходность акции.

11. Ценная бумага обеспечивает 13% годовых с поквартальными начислениями. Какая величина непрерывно начисляемого процента соответствует данному уровню доходности?
12. Депозитный сертификат на предъявителя был выпущен банком на сумму 2000 руб. под 11% годовых сложных сроком на 15 месяцев. Определить стоимость сертификата при его продаже через 7 месяцев, если банковская ставка уменьшится в это время до 9%.
13. Чему равна текущая доходность облигации с купоном 11%, имеющей рыночную стоимость 89% к номиналу?
14. Инвестор приобрел за 4000 руб. привилегированную акцию номинальной стоимостью 3500 руб. с фиксированным размером дивиденда 13% годовых. Через 5 лет, в течение которых дивиденды регулярно выплачивались, акция была им продана за 3800 руб. Определить среднюю годовую доходность по данной акции.
15. Вексель, до погашения которого оставалось два года, учтен с дисконтом 30%. Какой сложной годовой учетной ставке соответствует этот дисконт?
16. Инвестор 2 месяца назад приобрел за 1820 руб. привилегированную бессрочную акцию номинальной стоимостью 2000 руб. с фиксированным размером дивиденда 8% годовых. Текущая курсовая стоимость акции равна 2200 руб. Определить текущую доходность акции.
17. Ставка спот на один год составляет 9%, на два – 10%. Определить форвардную ставку для непрерывно начисляемого процента.
18. Инвестор приобретает бескупонную облигацию с дисконтом. Облигация подлежит погашению через год. Одновременно инвестор приобретает за 22 тыс. руб. страховку, гарантирующую ему получение суммы равной номинальной стоимости облигации, если эмитент не сможет выполнить свои обязательства по ее погашению. Если эмитент облигацию погасит, страховая компания возвращает эмитенту 65% страхового взноса (плата за страховку). Рассчитайте размер дисконта при покупке облигации, который обеспечил бы инвестору, в случае выполнения эмитентом своих обязательств доходность в 1,5 раза большую, чем в случае непогашения эмитентом облигации.
19. Инвестор приобрел за 5600 руб. привилегированную акцию номинальной стоимостью 4000 руб. с фиксированным размером ди-

виденда 10% годовых. Через 6 лет, в течение которых дивиденды регулярно выплачивались, акция была им продана за 5300 руб. Определить среднюю годовую доходность по данной акции.

20. Определите цену размещения коммерческим банком своих векселей номиналом 1000 руб. со сроком платежа 220 дней, если банковская ставка составляет 13% годовых.
21. Вексель выдан на сумму 2 млн руб. и содержит обязательство выплатить владельцу векселя эту сумму 15 марта. Владелец предъявил вексель банку досрочно 1 февраля и банк согласился учесть вексель (выплатить сумму) с дисконтом в 9% годовых. Какую сумму получит владелец векселя?
22. Вексель на 3 млн. руб. с годовой учетной ставкой 10% и дисконтированием 2 раза в год выдан на 2 года. Какая исходная сумма должна быть выдана в долг под этот вексель?
23. Корпоративные облигации выпущены 1 января со сроком обращения 2 года, с годовым купоном 17%, номинальной стоимостью 1 тыс. руб. Однако, при первом размещении стоимость облигации составила 950 руб. Какова должна быть минимальная величина банковской ставки, предполагающая более выгодный вариант инвестирования капитала на 2 года для инвестора, купившего облигации в ходе первичного размещения?
24. Чему равна доходность к погашению, если за 70 дней до погашения курсовая стоимость ценной бумаги составляет 95% от номинала.
25. Определите цену размещения банком своих векселей номиналом 250 руб. со сроком платежа 300 дней, если ставка составляет 11% годовых.
26. Ценная бумага обеспечивает 8% годовых с поквартальным начислением. Какая величина непрерывно начисляемого процента соответствует данному уровню доходности?
27. Инвестор желает приобрести акцию с предполагаемым ростом курсовой стоимости 3,7% за период 0,5 лет и через 2 года продать ее. Инвестор имеет возможность оплатить за свой счет 65% фактической стоимости акции. Под какой максимальный процент за период 0,5 может взять инвестор ссуду в банке, чтобы обеспечить доходность на вложенные собственные средства на уровне не менее 2,7% за период 0,5. Какова эффективность ставки этой операции?

- 28.** Сколько стоит купонная облигация номиналом 1 млн руб., с ежемесячной выплатой купонов в размере 7% годовых и сроком погашения 12 месяцев от данного момента, если банковская ставка составляет 1% в месяц?
- 29.** Непрерывно начисляемая ставка спот на 270 дней составляет 9%, для 210 дней 8,75%. Определить форвардную ставку для двух месяцев на период времени через 7 месяцев.
- 30.** 1 февраля непрерывно начисляемая ставка спот на 9 месяцев (270 дней) составляла 11%, на 12 месяцев (360 дней) – 13%. Определить форвардную ставку на период времени с 1 ноября текущего года по 1 февраля следующего года.
- 31.** Облигация номиналом 3000 руб. с 7% годовой купонной ставкой и погашением через пять лет приобретена на рынке с дисконтом 18%. Какова ее текущая доходность?
- 32.** В инвестиционном портфеле имеются 3 акции компании А, 2 акции компании Б, 5 акций компании В с примерно равными курсовыми стоимостями. Как изменится стоимость портфеля, если курсы акций А и Б увеличатся на 18 и 16 процентов соответственно, а курс акций В упадет на 15 процентов?
- 33.** Облигация номиналом 3,4 тыс. руб. с купонной годовой ставкой 8%, сроком на 5 лет продавалась с дисконтом 25%. Определить внутреннюю норму доходности (эффективную ставку) облигации.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ РАБОТА НА ФИНАНСОВОМ РЫНКЕ

Самый простой и удобный способ не отставать от развития событий в мире финансов – читать различные финансовые, экономические, деловые периодические и ежедневные издания.

Многие справочные пособия также содержат финансовые данные и их анализ с учетом интересов инвестора и финансового аналитика.

Появление компьютеров сделало возможным быстрый сбор и анализ текущих сведений о компаниях и об экономическом климате в конкретной сфере деятельности. Эту информацию можно получить в реальном режиме времени из соответствующих баз данных или в виде периодических копий.

Часто используемый источник информации о состоянии АО – годовые отчеты, предоставляемые акционерам в различных формах (от самых подробных сведений до простой публикации финансовых результатов).

Все методы анализа рынка можно условно разделить на три группы:

1. Фундаментальный анализ.
2. Технический анализ.
3. Экспертные методы анализа рынка.

6.1. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Классическая экономическая теория утверждает, что цены на рынке стремятся к своей реальной стоимости, которая определяется набором целого ряда фундаментальных факторов (состояние эконо-

мики в целом или в отрасли, уровень цен на основные товары, торговый баланс, политическая ситуация, дефицит госбюджета, движение капитала, качество руководства компанией и др.)

Фундаментальный анализ финансового рынка основан на предположении, что поведение курса ценных бумаг является следствием, отражением состояния дел в фирме, являющейся эмитентом, а также состояние экономики в целом или отрасли, в которой действует фирма.

Фундаментальный анализ основывается на оценке эмитента, т.е. его доходов, положения на рынке (через показатели объема продаж, активов и пассивов, нормы прибыли и др.), практически не используется понятие меры риска, а анализ в основном базируется на вычислении некоторых коэффициентов, характеризующих платежеспособность и финансовую устойчивость предприятия.

Выделяют **три этапа (уровня, стадии)** фундаментального анализа.

1. Фундаментальный анализ вскрывает потенциал экономики в целом, ее различных отраслей, а внутри каждой отрасли – отдельных предприятий-эмитентов, выявляет недооценку или переоценку рынком всего спектра финансовых инструментов, доступных для покупки или продажи.

Общэкономический анализ является базой для прогнозирования долгосрочных тенденций рынка акций, перспектива которого определяется будущей динамикой, прежде всего, следующих экономических факторов: темп роста валового внутреннего продукта (ВВП); уровень безработицы; темп инфляции и ожидаемое инфляционное давление.

Результатом первой стадии фундаментального анализа служат данные для построения вероятной картины общих перспектив экономического развития страны и ее фондового рынка.

2. Задача отраслевого анализа состоит в том, чтобы сузить границы для последующего рассмотрения отдельных компаний. Это осуществляется путем отсеивания отраслей, не представляющих интереса в соответствии с инвестиционной стратегией.

Дифференцированный анализ отдельных отраслей является важным, так как прошлый опыт показывает, что экономическое развитие отрасли не обязательно должно идти параллельно развитию общеэкономической конъюнктуры.

Среди отраслей имеются как опережающие развитие конъюнктуры, так и развивающиеся вслед за конъюнктурным циклом. Например, машиностроение является отраслью, которая традиционно раз-

вивается вслед за экономическим циклом. Спад рыночной конъюнктуры касается ее в последнюю очередь и на конъюнктурный подъем она реагирует позже других отраслей.

При проведении отраслевого анализа следует обращать внимание на следующие факторы: уровень монополизации отрасли, уровень регулирования отрасли, степень инновационной активности, наличие инвестиций и их влияние на развитие отрасли.

Исследуется зависимость отрасли от разного рода неэкономических факторов (государственное регулирование, влияние профсоюзов и т.п.).

3. Третьей составляющей фундаментального анализа является анализ отдельной компании. Задача данного этапа – исследование динамики будущих доходов предприятия.

С помощью анализа отдельной компании и сопоставления курсов акций рынка можно сделать предположение о вероятностной тенденции курса отдельной акции.

При этом исследуются: показатели финансового положения предприятия; показатели, характеризующие дивидендную политику предприятия; показатели конкурентоспособности продукции предприятия.

Финансовое состояние предприятия является важнейшим фактором, влияющим на его инвестиционную привлекательность.

Поэтому анализ финансового состояния является наиболее значимым для инвесторов, как обобщающий показатель деятельности предприятия.

Исследование начинается с ретроспективного анализа финансовой отчетности фирмы за период протяженностью несколько лет (балансов, отчетов о прибылях и убытках, о движении денежных средств и т.д.). Это позволяет выявить тенденции эффективности ее функционирования, вычислив показатели способности предприятия получать прибыль и отвечать по своим обязательствам, а затем установить, как эти коэффициенты изменяются во времени и соотносятся с аналогичными характеристиками других компаний, занятых такой же деятельностью или среднеотраслевыми коэффициентами.

В основе финансового анализа (*securities analysis, investment analysis*) лежит информация о реальных показателях работы эмитента, его структуре капитала и стабильности работы.

Наиболее важными для анализа являются **коэффициенты прибыльности**. Существует несколько их модификаций, различающихся информационным содержанием.

Доходность капитала определяется отношением чистой прибыли к капиталу (общей сумме средств предприятия) и отражает его способность эффективно использовать активы, независимо от их источников:

$$ROCE = \frac{E}{A},$$

где $ROCE$ – доходность капитала;

E – чистая прибыль;

A – величина активов компании.

Чтобы сделать этот коэффициент более сопоставимым для различных компаний, его лучше рассчитывать на основе прибыли до вычета налогов, процентов и амортизации.

Рентабельность собственного капитала – это важный показатель для стратегических инвесторов, так как характеризует уровень эффективности их вложений, и рассчитывается по формуле:

$$ROE = \frac{EBIT}{Equity},$$

где ROE – рентабельность собственного капитала,

$EBIT$ – прибыль за вычетом налогов и процентов,

$Equity$ – собственный капитал компании.

Если из множества компаний одной отрасли доход на собственный капитал меньше, чем у остальных компаний, то у данной компании, возможно, при выполнении некоторых условий существуют перспективы роста, а следовательно, повышение рыночной стоимости акций.

Коэффициент чистой рентабельности (NPM) отражает размер прибыли на единицу выручки от реализации:

$$NPM = \frac{E}{R},$$

где R – выручка от реализации.

Операционный коэффициент (OC) рассчитывается по формуле:

$$OC = \frac{C}{R},$$

где C – затраты; R – выручка от реализации.

Коэффициент P/E представляет собой отношение суммарной капитализации акций компании к ее чистой прибыли, т.е. выражает рыночную стоимость единицы прибыли компании (является отношением рыночной цены акции к доходу в расчете на одну акцию той же компании).

Данный показатель называемого еще **мультипликатором компании**. Он отражает количество лет, которое потребуется компании, чтобы при действительном положении дел заработать сумму, равную ее рыночной стоимости.

Допустим, показатель P/E равен 5.

Это означает, что, покупая акцию, потребуется 5 лет, чтобы нам компенсировали начальные инвестиции из прибыли компании.

Динамически уменьшающийся показатель свидетельствует о быстром росте компании. Малые значения коэффициента сигнализируют о недооцененности рассматриваемой компании, большие – о переоцененности.

Существенным недостатком P/E является то, что он не может применяться для компании, показавшей в бухгалтерском балансе убытки, так как стоимость компании при таком подходе будет отрицательной.

Чем больше ожидаемый рост прибыли, тем выше может быть коэффициент P/E , так как инвесторы ориентируются не только на нынешнюю, но и на будущую прибыль.

Коэффициент P/S представляет собой отношение суммарной капитализации к объему продаж. Малые значения коэффициента сигнализируют о недооцененности рассматриваемой компании, большие – о переоцененности.

Преимуществом P/S является то, что он не принимает отрицательных значений, как коэффициент P/E .

Финансовое положение эмитента характеризуют и следующие важные коэффициенты.

Коэффициент абсолютной ликвидности ($K^{a/l}$) показывает долю краткосрочных долговых обязательств, потенциально покрытую за счет денежных средств и их эквивалентов в виде высоколиквидных ЦБ и депозитов, т.е. абсолютно ликвидных активов предприятия. Он рассчитывается по формуле:

$$K^{a/l} = \frac{D + E^f}{Q},$$

где D – денежные средства;

E^f – краткосрочные финансовые вложения;

Q – текущие обязательства.

Этот показатель позволяет определить, имеются ли у предприятия ресурсы, способные удовлетворить требования кредиторов в критической ситуации.

Рекомендуемые значения находятся в диапазоне от 0,2 до 0,5.

Коэффициент финансовой независимости (коэффициент автономии) характеризует зависимость фирмы от внешних займов.

Чем ниже значение коэффициента, тем больше займов у компании, тем выше риск неплатежеспособности.

Считается, что в предприятие с высокой долей собственного капитала инвесторы, и особенно кредиторы, вкладывают средства более охотно, поскольку оно с большей вероятностью может погасить долги за счет собственных средств. Рекомендуемые значения находятся в диапазоне от 0,5 до 0,8.

Показатель рассчитывается по формуле:

$$K^a = \frac{C^c}{B},$$

где C^c – капитал и резервы;

B – итог баланса.

Коэффициент рентабельности оборотных активов (ROA) демонстрирует возможности предприятия в обеспечении достаточного объема прибыли по отношению к используемым оборотным средствам компании.

Этот коэффициент рассчитывается по формуле:

$$ROA = \frac{E}{E^c},$$

где E^c – текущие оборотные активы.

Чем выше значение этого коэффициента, тем более эффективно и быстро используются оборотные средства.

У разных отраслей желаемый коэффициент рентабельности разный.

Так у отраслей с большими капитальными вложениями и длительным производственным циклом рентабельность оборотных активов будет, как правило, ниже, чем у отраслей с меньшими капитальными затратами и быстрым производственным циклом.

Коэффициент рентабельности внеоборотных активов (RFA) демонстрирует способность предприятия обеспечивать достаточный объем прибыли по отношению к основным средствам компании и рассчитывается по формуле:

$$RFA = \frac{E}{E^d},$$

где E^d – долгосрочные активы.

Чем выше значение данного коэффициента, тем более эффективно используются основные средства, а также тем быстрее окупятся новые инвестиции в основной капитал.

В фундаментальном анализе широко используется прогнозирование рыночных показателей с помощью статистических и эконометрических методов; рыночный анализ активов; финансовый анализ данных бухгалтерского учета и расчет вероятностных оценок будущих факторов хозяйственной жизни. Финансовой отчетности уделяется при этом главное внимание.

Базой анализа является изучение балансов, отчетов о прибылях и убытках, других материалов, публикуемых (предоставляемых) фирмой. Изучается практика управления фирмой. Фундаменталисты изучают причины, движущие рынком, и на основе их анализа принимают решения об инвестициях.

Фундаментальные вложения – обычно долгосрочные стратегические вложения в активы. Такие решения требуют отсутствия любой неопределенности относительно будущих событий и наличия максимально полной и оперативной информации. Фундаментальные аналитики покупают активы, которые, по их мнению, недооценены фондовым рынком относительно сравнительных показателей предприятий реального сектора либо относительно средних показателей по рынку.

Достоинство фундаментального анализа – высокая степень детализации прогнозов; недостаток – трудоемкость и необходимость значительного объема исходных данных. Фундаментальный анализ мало применим к государственным ценным бумагам.

Фундаментальный анализ вскрывает потенциал экономики в целом, ее различных отраслей, а внутри каждой отрасли – отдельных предприятий-эмитентов, выявляет недооценку или переоценку рынком всего спектра финансовых инструментов, доступных для покупки или продажи.

6.2. ТЕХНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Технический анализ финансовых рынков базируется на предположении, что все многочисленные фундаментальные причины суммируются, отражаются в ценах фондового рынка, и вся информация, которая может быть полезной для принятия решений на рынке, содержится в самой истории рынка, в движении курсов ценных бумаг.

Технический анализ часто применяется профессионалами фондового рынка и основывается на простом утверждении: «все в мире повторяется», т.е. постулируются три предпосылки:

- 1) поведение рынка учитывает все;
- 2) изменение цен подвержено определенным тенденциям;
- 3) история повторяется.

Технические аналитики рассматривают акцию (либо другой фондовый актив) как продукт свободного рынка, где цена определяется взаимодействием спроса и предложения.

Технический анализ рассматривает цену, объем или сочетание факторов, чтобы оценить поведение рынка, основываясь на предпосылке, что рынок – самый лучший индикатор поведения активов в будущем.

Цены акций (других инструментов) движутся, придерживаясь определенных тенденций (трендов), и искусство идентификации этих трендов и моментов их смены и является искусством технического анализа.

В техническом анализе предполагается, что цена акции отражает всю информацию относительно этой акции. Для технического аналитика ответ на вопрос о причинах повышения цены данного актива прост: актив повышается в цене потому, что спрос на него выше, чем его предложение. Другими словами, инвесторы согласны платить более высокие цены за обладание данным активом. И технического аналитика не интересует вопрос «Почему?».

Для любых методов технического анализа безразлично, какие активы лежат в его основе. Он настолько же применим к анализу цен на зерно, нефть, кофе, как и к анализу поведения доллара на международных финансовых рынках. Аналитику не нужно быть специалистом в области кофе или доллара, его не интересуют слухи, сведения об урожайности, мнения других людей – вся необходимая информация уже заложена в цену данного актива.

Все, что необходимо знать аналитику, – это цены открытия, закрытия, самую высокую и самую низкую цены и объем торгов за минимальный рассматриваемый период, которым могут быть как пятиминутные отрезки, так и месячные периоды.

Для анализа рынка производных финансовых инструментов рассматривается еще такой показатель, как объем открытых позиций.

Технический анализ предполагает наличие высококонкурентного рынка, обеспечивающего совершенную ликвидность активов, (т.е. в любой момент времени можно как купить, так и продать актив по рыночной цене) и отсутствие субъекта, способного существенно влиять на рынок и устанавливать на нем какие-либо преграды конкуренции.

Если фундаментальный анализ занимается причинно-следственной связью экономических событий с событиями на фондовом или товарном рынке, то технический – только эффектом их воздействия, изначально основываясь на том, что все значимые для рынка события уже заложены в ценах активов, и исследует только принципы развития факторов рынка.

Теория Доу явилась одной из самых ранних попыток описывать рынки. Принципы теории Доу сводятся к следующему.

1. Индекс принимает в расчет все.

Так как индекс представляет собой измерение результатов объединенных действий тысяч инвесторов, включая тех, кто обладает совершенным и лучшим знанием, он учитывает всю информацию, известную рынку на каждый день.

Все реальные ожидания рынка выражены в текущих ценах.

Любые события быстро поглощаются рынком и преобразуются в ценовые движения.

2. Рынок имеет три тренда (главный, вторичный, малые).

Большое полное движение продолжается в течение достаточно продолжительного времени – от года до нескольких лет. Если новый пик главного тренда находится выше предыдущего и новые коррекции заканчиваются на уровне выше предыдущего, то данную тенден-

цию можно назвать «**бычьим**» рынком. Противоположная тенденция последовательно снижающихся цен являет собой «**медвежий**» рынок.

Вторичный тренд представляет собой «реакции» рынка, прерывающие главный тренд. Обычно они делятся от одной трети до двух третей последнего движения в направлении главной тенденции.

Малые тренды кратки и образуют промежуточные тенденции. Их длительность обычно не превышает шести дней, редко доходя до трех недель.

Концепция трех движений часто сравнивается с движением моря.

Главный тренд подобен приливу.

Вторичные тренды – волны, которые разбиваются о берег.

Малые движения сравниваются с рябью на верхушке волн.

3. Выделяются три главные фазы тренда.

Первая фаза бычьего рынка начинается в основном после продолжительного падения, когда тенденция вниз уже себя не проявляет, но рынок тем не менее находится в крайне неустойчивом положении. В это время большинство операторов рынка теряют интерес к покупке акций. Объемы резко падают.

Некоторые операторы рынка начинают осторожно покупать, опираясь на то, что паника уже кончилась и возможности падения исчерпаны. Сначала покупка затрагивает только акции крупных компаний, позже переходит и на более мелкие. Рынок начинает постепенно расти.

На второй фазе бычьего тренда к покупке подключается огромное количество операторов рынка, заметивших перспективу роста. Цены стремительно растут при возрастающих объемах и увеличивающейся ликвидности. Рост становится устойчивым.

На третьей фазе на рынок привлекаются широкие слои инвесторов, подстегнутых рекордным количеством публикаций на первых страницах газет и журналов.

Профессионалы начинают продавать акции, которые моментально скупаются мелкими вкладчиками, желающими участвовать в дележе пирога, не подозревая, что «праздник уже кончился». Объемы рынка падают, и, наконец, начинается паника, неизбежно приводящая к перегреву и крушению рынка.

Первый период медвежьего рынка берет свое начало в конце бычьего тренда. Профессионалы покидают рынок, доходы падают, частные инвесторы находятся в подавленном состоянии из-за того, что рынок не оправдывает их ожидания.

Во второй фазе самое большое воздействие на рынок оказывают спекулянты, которые и провоцируют панику. Покупателей становится меньше, а количество желающих продать активы постоянно возрастает. Цены падают практически мгновенно.

В третьей фазе все, кто обладает акциями, но нуждается в деньгах, также должны выйти из рынка, как и те, кто продавал на падающем рынке; они не могут дальше позволить себе терпеть убытки.

Обычно еще до того, как все плохие новости появятся на рынке, медвежий тренд иссякает. Теперь плохие новости больше не воздействуют на рынок. Но именно в этот момент начинается первая фаза роста.

Хотя теория Доу не является точным методом и не может быть формализована, она предлагает описание поведения рынка, которое полезно во многих случаях, так как оно основано на психологических особенностях поведения участников рынка.

Теория Доу не должна входить в противоречие с другими средствами прогнозирования и не должна использоваться обособленно.

Описание крупномасштабной динамики движения цен часто базируется на теории рефлексивности, которую разработал Джордж Сорос (*George Soros*, известный финансист, аналитик, удачливый бизнесмен, меценат, доктор Оксфордского университета).

По мнению Сороса, рыночное равновесие, как таковое, на котором основана экономическая теория, в реальной жизни наблюдается крайне редко; рыночные цены имеют склонность к колебаниям. Конфигурации кривых спроса и предложения не могут считаться независимыми данными, так как обе эти категории включают в себя ожидания участников, касающиеся событий, которые, в свою очередь, обусловлены этими ожиданиями.

Решения о покупках или продажах принимаются на основе ожиданий цен в будущем, а эти цены, в свою очередь, зависят от принимаемых в настоящий момент решений о покупках или продажах.

Ситуация не является столь очевидной, если речь идет о товарно-сырьевых рынках, где предложение в значительной мере зависит от производства, а спрос – от потребления. Но на финансовом рынке роль ожиданий практически очевидна.

Теория рефлексивности рассматривает проблему «несовершенства понимания». Несовременным понимание участников становится

вследствие того, что их мышление влияет на саму ситуацию, к которой оно относится. Фактический ход событий уже включает в себя последствия мышления участников.

Именно предпочтения участников делают состояние равновесия недостижимым.

Заслуга технического анализа, по мнению Сороса, состоит только в «прогнозировании вероятностей, но не действительного хода событий». Он не приемлет технический анализ из-за слабой теоретической проработки его основ в том, что котировки фондового рынка определяются спросом и предложением и что опыт прошлого имеет значение для прогнозирования будущего.

Что касается фундаментального анализа, Сорос отвергает утверждение, что «котировки являются пассивным отражением ценности акций, лежащих в их основе», и вывод о том, что это отражение «так или иначе соотносится со стоящими за акциями активами».

Цены акций всегда искажены, и это искажение может влиять на акции.

Сорос утверждал следующее «Экономическая история состоит из никогда не заканчивающихся эпизодов, базирующихся на лжи, обмане и неверности. Это открывает путь к большим деньгам, если вы смогли распознать такой тренд, поддержать его и сумели уйти с него раньше, чем он будет узан толпой». Известное выражение «тренд – Ваш друг» является важной характеристикой рынка. Существует правило: толпа права на тренде и ошибается на двух его концах. Искусство специалиста технического анализа – правильно распознать изменения тренда.

Главные выводы теории рефлексивности: на рынке всегда присутствуют превалирующие предпочтения того или иного направления; рынок может воздействовать на ход ожидаемых (предвосхищаемых) событий.

Основная **форма технического анализа** – графическая, на основе визуализации последовательности цен в виде графиков и рассмотрение особенностей этих графиков как средства предсказания цен в будущем.

Для последовательности дней биржевой торговли (ось абсцисс) по оси ординат для каждого дня строится отрезок, крайние точки которого соответствуют нижней и верхней ценам за день, указывается цена открытия и закрытия торгов, объем сделки.

Анализ ценовой траектории, изменения объема и остатка открытых позиций – необходимое и достаточное условие для оценки состояния рынка и принятия правильного решения. Опытный технический аналитик может, внимательно изучив график (как кардиолог кардиограмму), поставить правильный диагноз и принять соответствующее решение. И если курсы активов в ближайшее время изменятся, то этому будут предшествовать характерные признаки (предвестники), установить которые можно с помощью анализа истории движения курсов.

Конечная цель технического анализа состоит в определении направления тренда, момента его усиления или перелома. Для этого используются различные способы, одним из которых является анализ графических фигур и нахождение подобий существующим образцам. Поскольку неизменна человеческая психология, должно быть неизменно и поведение цен на рынках. Сама методика основана на нахождении в ценовых рисунках рынка определенных образцов, на основе которых и делаются предположения о наличии или перемене тренда.

Главный недостаток методики – субъективизм, возрастающий по мере усложнения образцов.

Графические картины рынка ценных бумаг отличаются богатейшим разнообразием сюжетов и форм исполнения.

Основные виды графиков, применяемые при проведении технического анализа, представлены на рисунках 6.1 и 6.2. Эти графики носят название «биржевой график» и «линейный график цены закрытия».

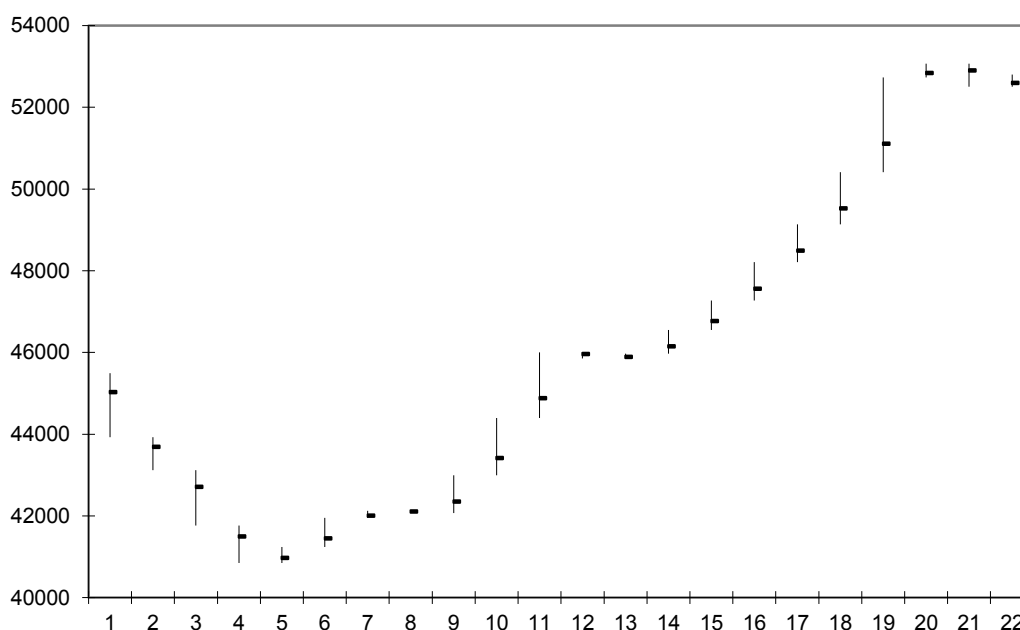


Рисунок 6.1 – Биржевой график

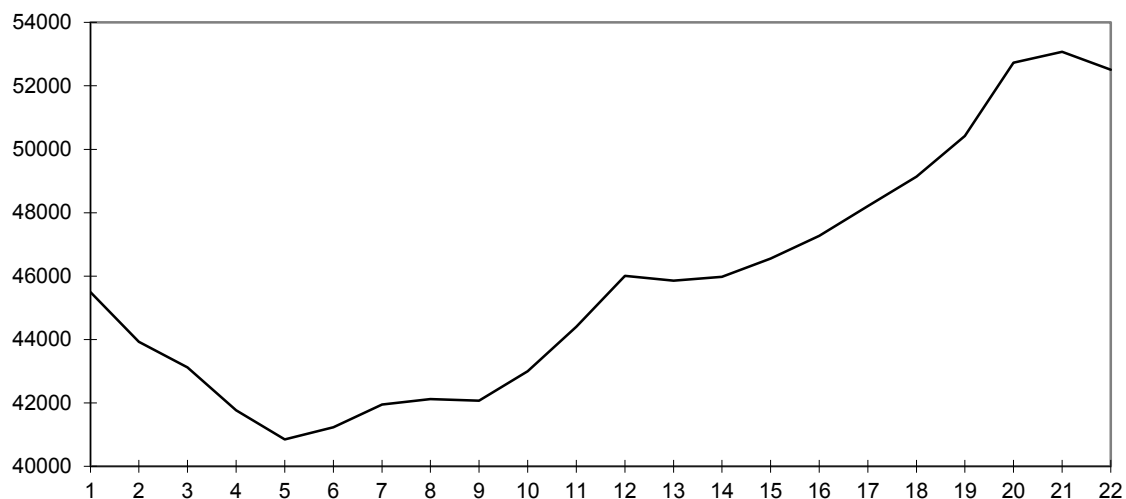


Рисунок 6.2 – Линейный график цены закрытия

Самыми распространенными среди аналитиков фондового рынка инструментами его анализа являются **графики баров**.

На них в наглядной форме отображаются цены открытия и закрытия, а также максимальная и минимальная цены за рассматриваемый период.

Даты проставлены внизу по горизонтали, а цены – по вертикали.

Независимо от того, какой график используется при проведении анализа, продолжительность изучаемого периода будет определяться продолжительностью инвестиционных горизонтов.

Однозначного определения этих горизонтов не существует. Однако в большинстве случаев под краткосрочным инвестиционным горизонтом понимается период в три месяца, под среднесрочным – от трех до шести месяцев, а под долгосрочным – от шести месяцев до года.

Для определения суперкраткосрочных тенденций многие аналитики используют почасовые и даже поминутные графики происходящих ценовых изменений. Чтобы получить качественные прогнозы для среднесрочных инвестиций, в большинстве случаев применяются недельные графики, а месячные и годовые графики лучше подходят для анализа долгосрочных инвестиций.

На диаграмме могут также указываться объемы торгов. Они традиционно находятся в нижней части биржевого графика. Каждый из объемов торговой сессии отмечается вертикальной чертой под соответствующими ценовыми показателями. Для указания объемов торгов, как правило, используется вторая шкала ординат.

Одним из наиболее любопытных представлений данных являются диаграммы в виде японских подсвечников (свечей). Они давно использовались в Японии, но лишь сравнительно недавно привлекли внимание трейдеров из других стран. Для построения графика используется четыре вида цен – цена открытия, цена закрытия, минимальная и максимальная цена за период (рисунок 6.3).

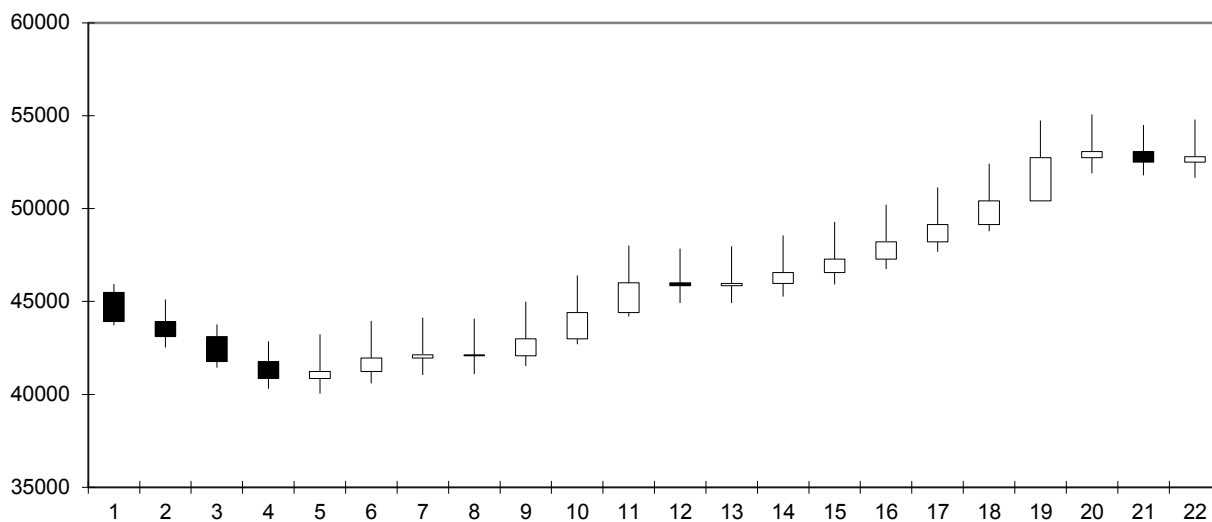


Рисунок 6.3 – Японские подсвечники

Основная часть свечи (подсвечника) – разница между ценой открытия и ценой закрытия. В случае роста цены к моменту закрытия торгов – подсвечник будет пустым (белым), если же цена к концу торгов опустилась ниже цены открытия, то подсвечник закрашивается темным цветом.

Тонкие линии сверху и снизу подсвечника называют тенью. Они показывают самые высокие и самые низкие значения цен, зафиксированные в течение торгов (рисунок 6.4).

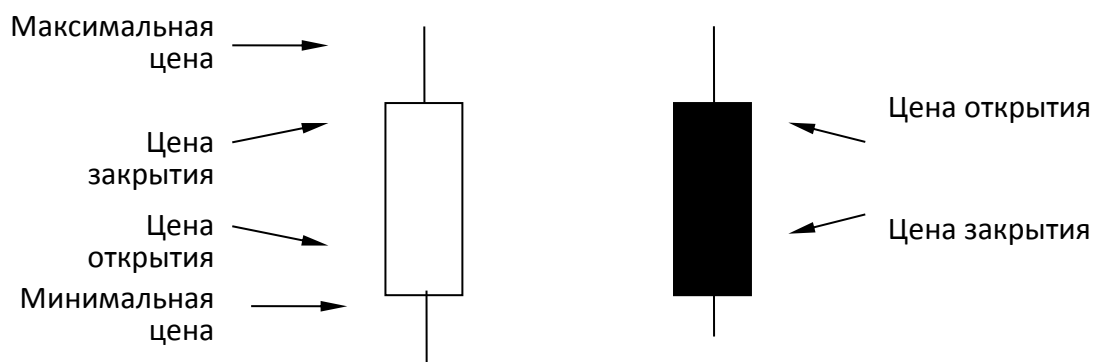


Рисунок 6.4 – Построение японских подсвечников

Длинный белый подсвечник обычно является показателем отсутствия быков на рынке. После торговли в широком диапазоне цена закрытия оказывается около максимума. Длинный черный подсвечник рассматривается как проявление медведей на рынке.

С помощью графиков динамики цен наглядно проявляются 3 вида тренда: восходящий, нисходящий и боковой.

Восходящий (нисходящий) тренд – это такая динамика цены, при которой каждый последующий минимум (максимум) выше (ниже) предыдущего и каждый последующий максимум (минимум) выше (ниже) предыдущего. Восходящий тренд определяется растущими минимумами, а нисходящий – снижающимися максимумами (рисунок 6.5).

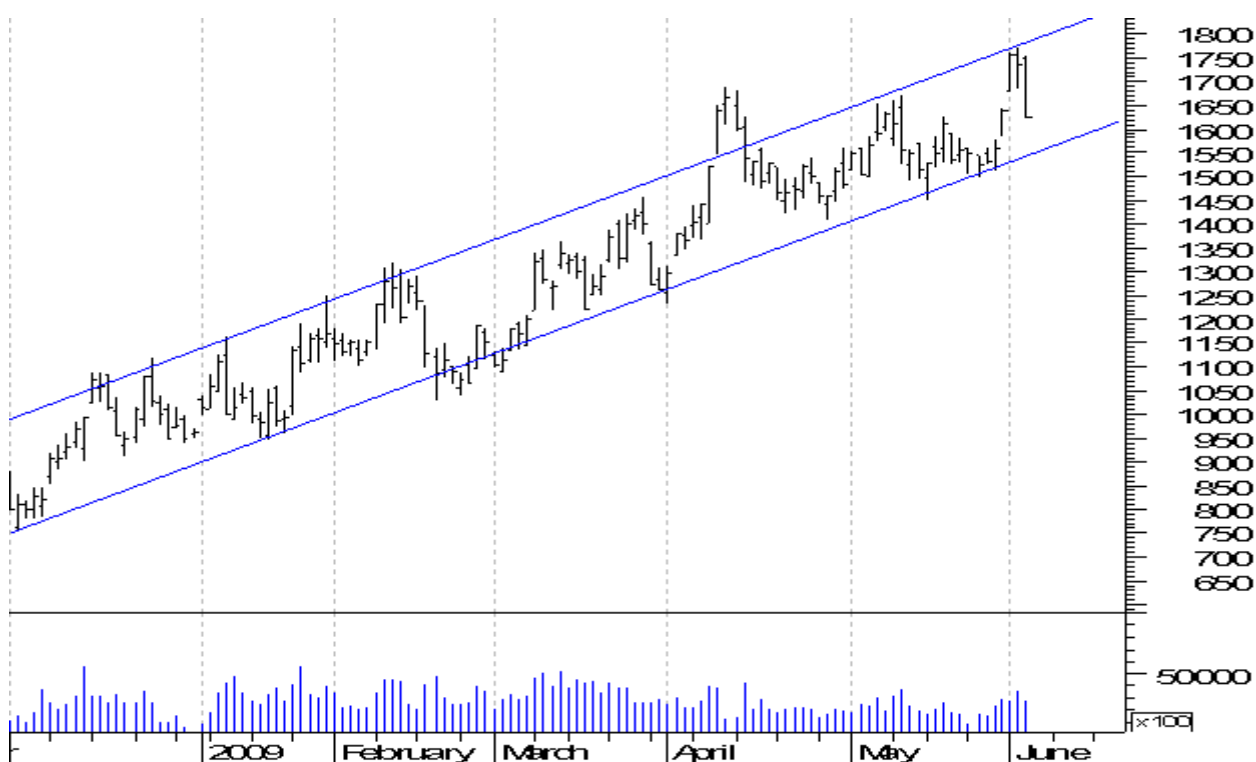


Рисунок 6.5 – Восходящий тренд в акциях компании «Лукойл»

Боковой тренд – это колебания цены около некой средней величины. При этом минимумы находятся примерно на одном ценовом уровне, и максимумы располагаются примерно на одном уровне. Отметим только, что «боковыми» трендами можно считать любые тренды с линиями поддержки/сопротивления, наклоненными к оси времени не более чем на 10 градусов (рисунок 6.6).

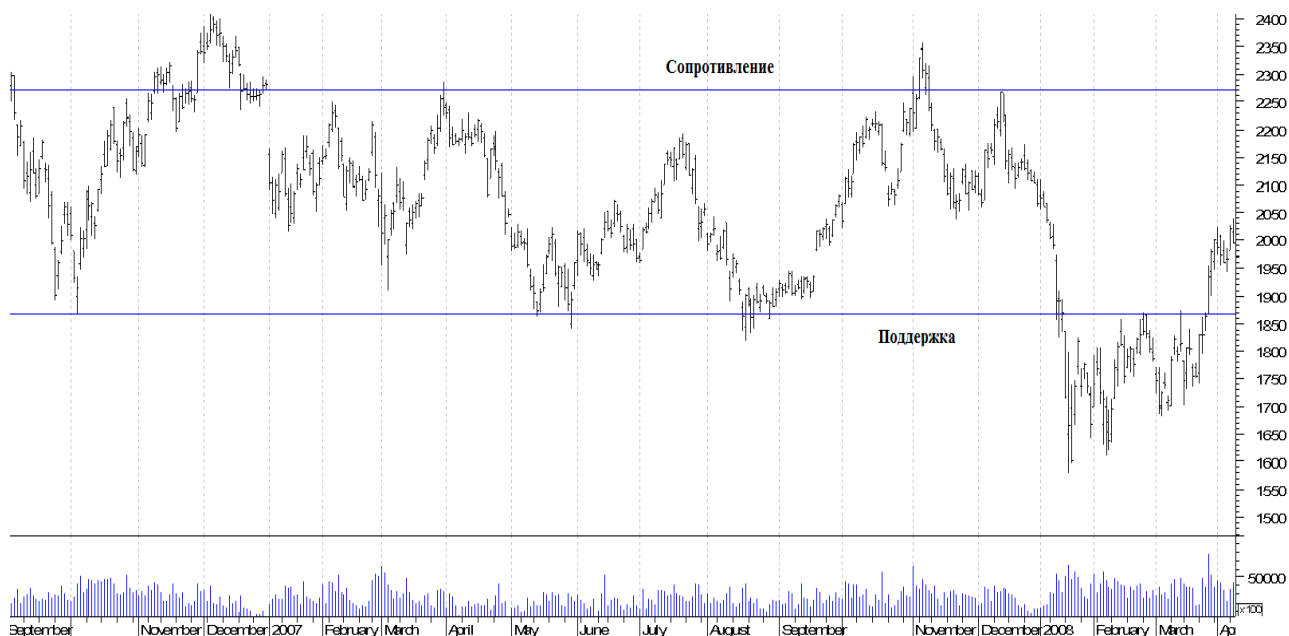


Рисунок 6.6 –Линии поддержки/сопротивления, образующие боковой тренд

Основа технического анализа – это график цены и линии поддержки или сопротивления, построенные на нем.

На рисунке 6.6 видно, что всякий раз, когда цены акций компании «Лукойл» падали до уровня 1870 рублей, покупатели брали инициативу в свои руки, не допуская дальнейшего снижения цен. Это означает, что при цене 1870 рублей покупатели считали приобретение бумаг этой компании выгодным (а продавцы не желали продавать по цене ниже этого уровня). Такая ценовая ситуация называется поддержкой. По аналогии с уровнем поддержки, сопротивление – это уровень, при котором цены контролируют продавцы, не допускающие их дальнейшего подъема (на рисунке 6.6 это уровень 2275 рублей за акцию).

Если уровень сопротивления успешно пробит, он становится поддержкой. По той же логике, успешно прорванный уровень поддержки становится сопротивлением.

Рассмотрим графические модели разворота, к которым относятся модели «голова и плечи», закругленные вершины/основания, двойные или даже тройные вершины и доньшки.

Ценовая модель «голова и плечи» – одна из наиболее надежных и широко известных.

Причину распространенности этой модели разворота следует искать в повторяющихся особенностях поведения цен в периоды изменения тенденций.

Из рисунка 6.7. видно, что «левое плечо» и «голова» являются двумя последними возрастающими пиками. «Правое плечо» образуется в результате очередной, но безуспешной попытки быков поднять цены выше. Это признак истощения восходящей тенденции. Подтверждением начала новой нисходящей тенденции служит прорыв «линии шеи», при этом минимальная цель снижения равна расстоянию от пика «голова» до «линии шеи».

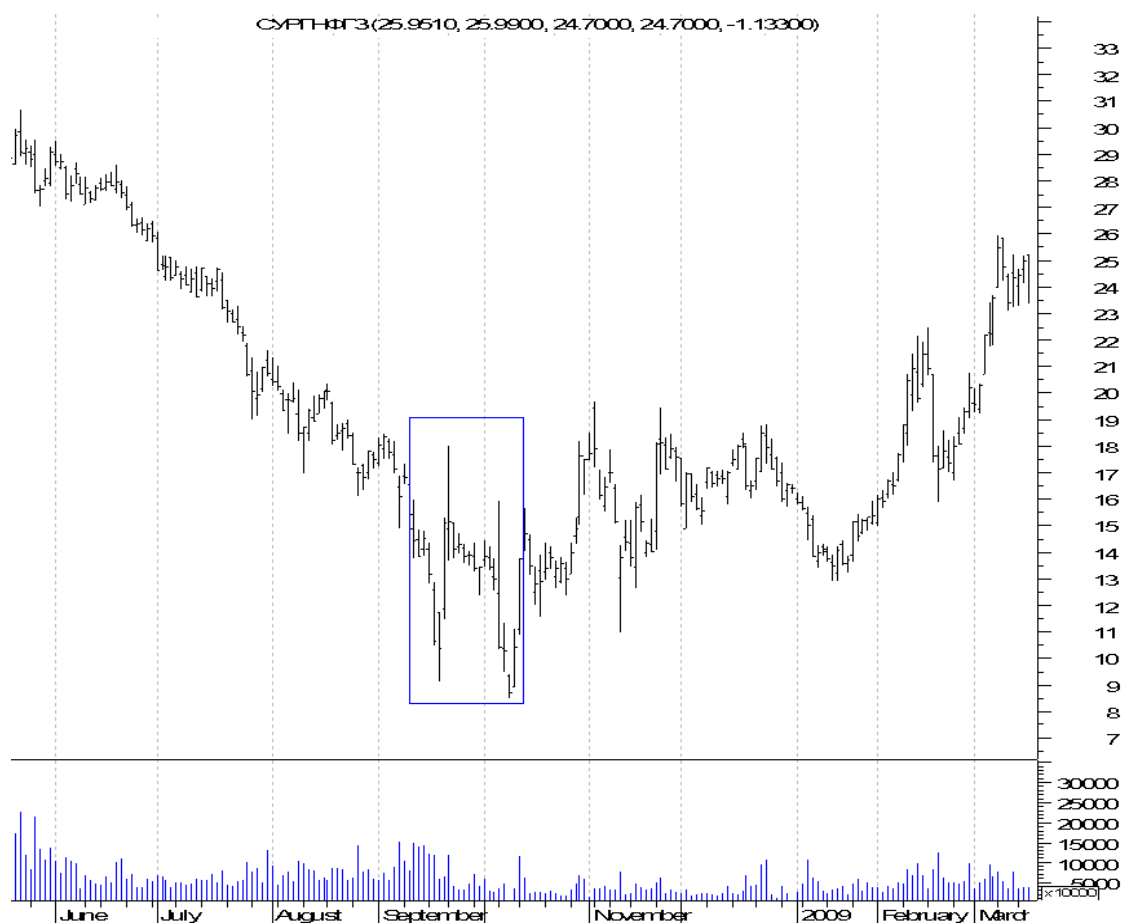


Рисунок 6.7 – Разворотная модель «голова и плечи»

Двойная вершина образуется, когда цены поднимаются до уровня сопротивления при значительном объеме, затем опускаются и вновь возвращаются к уровню сопротивления, но уже при меньшем объеме.

За этим часто следует разворот тренда. Двойное основание представляет собой зеркальное отображение двойной вершины (рисунок 6.8). Более редким случаем является модель с тремя вершинами или доньшками, которая аналогично интерпретируется.

Закругленные вершины и основания (модель «блюдец») появляются, если ожидания участников рынка постепенно меняются с бы-

чьих на медвежьи и наоборот. Эта постепенная, но устойчивая перемена настроений приводит к плавному развороту тенденции (рисунок 6.9).

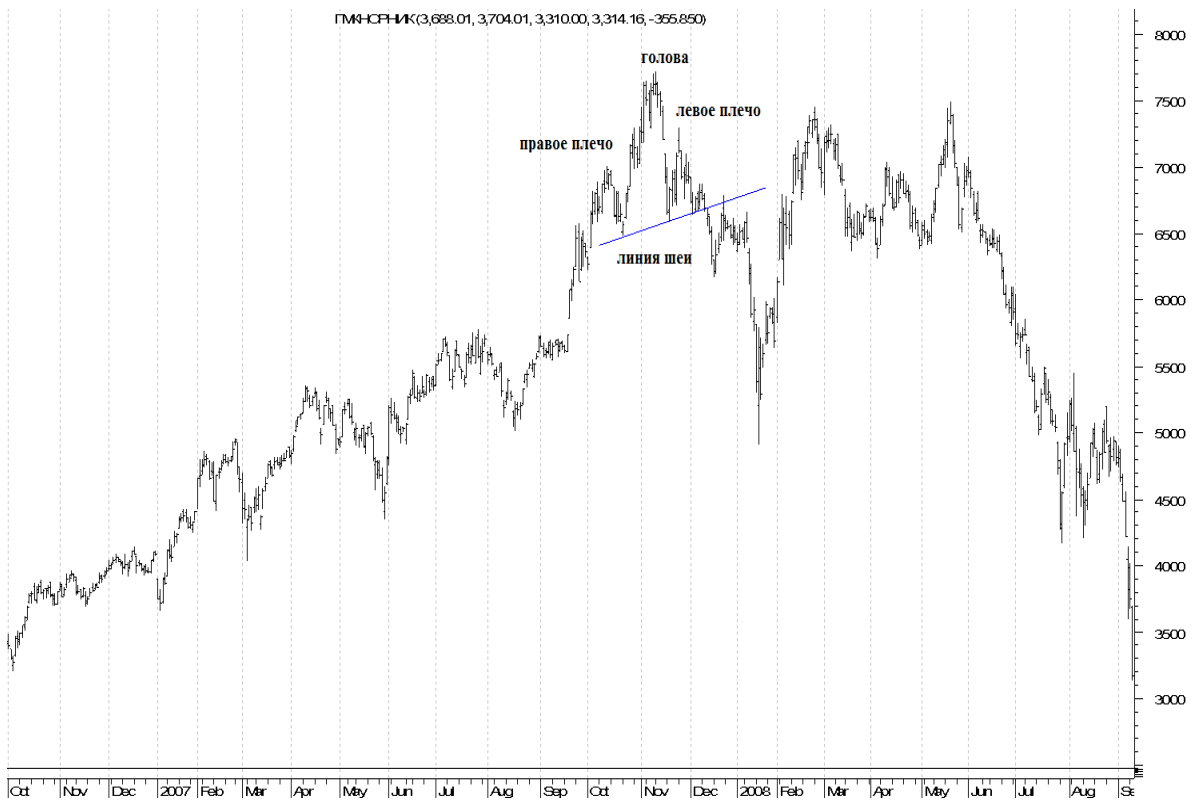


Рисунок 6.8 – Модель «двойное основание» курса акций «Сургутнефтегаз»

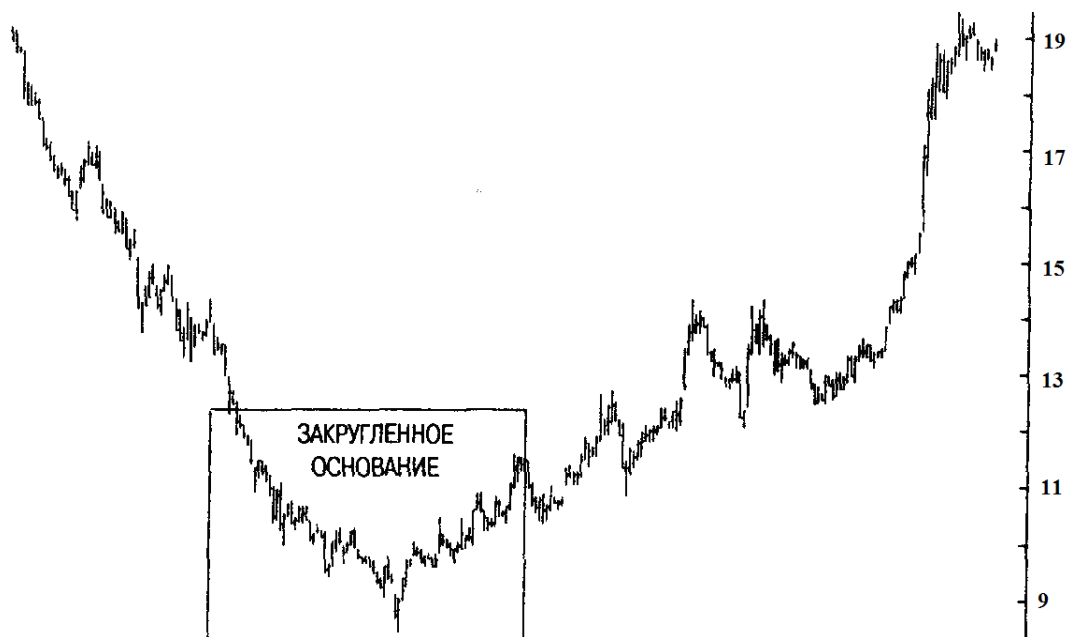


Рисунок 6.9 – Модель «двойное основание» курса акций «Сургутнефтегаз»

Динамика объема при формировании закругленных вершин и оснований часто повторяет блюдцеобразную форму ценовой кривой, характерную для закругленного основания. Объем, значительный на завершающем этапе предыдущей тенденции, постепенно уменьшается в силу изменения ожиданий и нерешительности участников рынка.

В литературе по техническому анализу фигуры треугольники и флаги часто относят к моделям продолжения тенденции. Но упомянутые фигуры могут быть как разворотными моделями, так и моделями продолжения.

Все будет зависеть от направления пробоя линий поддержки/сопротивления, формирующих данные фигуры.

Треугольники образуются, когда диапазон между пиками и впадина постепенно сужается. Обычно это связано с тем, что цены наталкиваются на уровни поддержки или сопротивления, ограничивающие колебания в более узком диапазоне, чем предшествовавшее трендовое движение.

Выделяют симметричный, восходящий, нисходящий и расходящийся треугольники.

«Симметричный треугольник» образуется, когда ценовые пики последовательно снижаются, а минимумы – повышаются.

«Восходящий треугольник» образуется, если минимумы с каждым разом становятся выше, а максимумы остаются примерно на одном уровне, который служит сопротивлением.

«Нисходящий треугольник» образуется, когда максимумы последовательно снижаются, а минимумы остаются на одном и том уровне, служащем поддержкой.

Для треугольников существенную роль играет направление прорыва, подтверждение которого должно служить закрытие дневного бара выше (ниже) линии сопротивления (поддержки) и увеличение объема торгов в этом направлении (рисунок 6.10).

Современный технический анализ использует то же основное предположение об информативности курсовой динамики, что и традиционный технический анализ, но оперирует не графиками, а расчетно-аналитическими процедурами, опирающимися на методы статистической обработки временных рядов.

Кроме субъективных методов анализа на основе графических образцов, существует набор технических инструментов, с помощью которых строятся так называемые индикаторы.

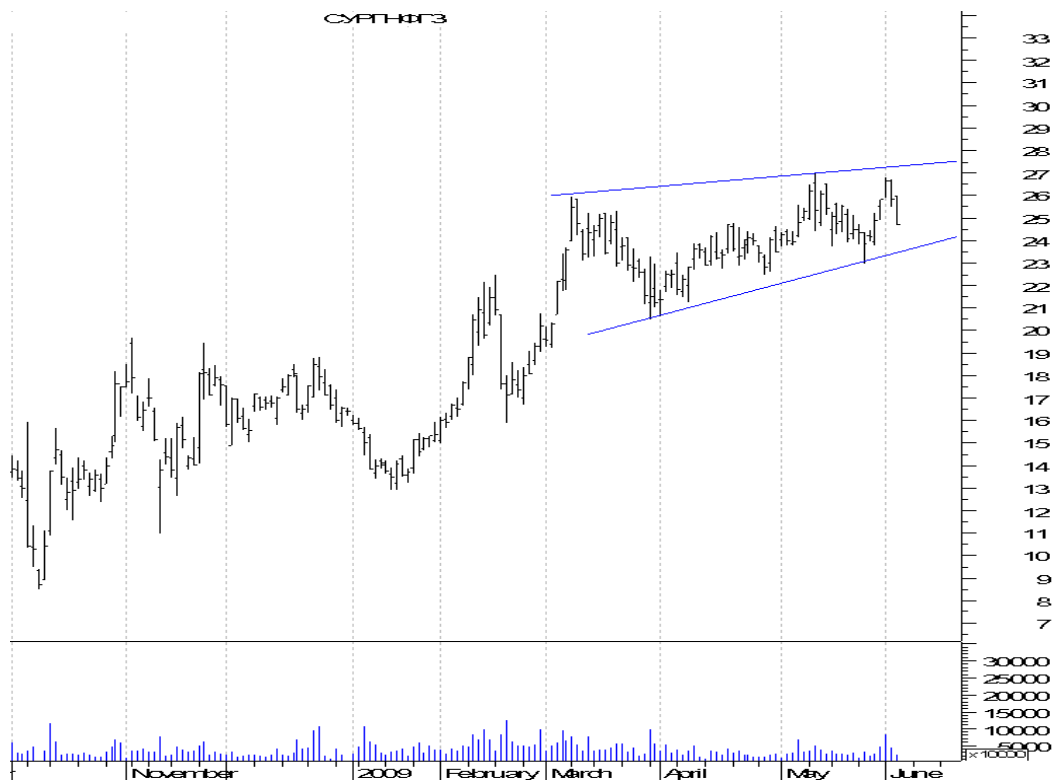


Рисунок 6.10 – Модель «восходящий треугольник» в акции «Сургутнефтегаза»

Правильный выбор индикатора является одним из важнейших условий для поддержки принятия решений о покупке или продаже фондовых активов.

Индикатор – это число, помогающее идентифицировать моменты изменения тренда и на основе которого можно объективно судить о состоянии рынка. Известно более ста технических индикаторов.

Индикаторы делятся на две основные группы: «**трендоследящие**» (*trend following*) и **осцилляторы** (*oscillators*).

К первой группе принадлежат индикаторы, основная цель которых состоит в предупреждении о появлении новой тенденции при распознавании ее как можно раньше.

Осцилляторы используются для анализа финансового рынка, на котором нет ярко выраженного тренда. Они могут использоваться при определении точки разворота в существующем тренде. Огромную пользу они дают при анализе рынка в конце мощных трендов: индикатор наиболее показателен, когда он достигает экстремальных значений и предупреждает о неустойчивости тенденции; сигналом служит расхождение между направлением движения цены и осциллятора

в точке экстремума; пересечение нулевого уровня дает сигнал к проведению торговых операций в направлении движения цены.

Существуют три типа осцилляторов: инерционные осцилляторы; осцилляторы меры изменения; осцилляторы скользящих средних.

Инерционный осциллятор является в большей степени оценкой скорости роста или падения темпов изменения цен, чем просто индикатором изменения их величины.

Для расчета инерционного осциллятора величина цены закрытия определенного дня (например, пять дней назад) вычитается из цены закрытия текущего дня. В этом случае пятидневный инерционный осциллятор – это разность между ценой закрытия текущего дня и ценой закрытия пять дней назад.

Полученное положительное или отрицательное значение отмечается для каждого дня на графике относительно средней линии.

Обычно графики осцилляторов строятся с верхними и нижними границами от +1 до – 1 (или от 0 до 100). Результаты расчетов находятся в этой области значений, а средней линией является нулевая линия – для границ от +1 до – 1 или 50 для границ от 0 до 100.

Осциллятор меры изменения – это показатель, рассчитываемый как отношение цены закрытия (средневзвешенной цены) текущего дня к цене, зафиксированной L дней назад, выраженный в процентах. Таким образом, осциллятор меры изменения за пять дней рассчитывается путем деления средневзвешенной цены текущего дня на средневзвешенную цену пять дней назад.

Выраженная в процентах величина колеблется около отметки 100%.

Осцилляторы скользящих средних строятся и используются на основе разницы между двумя скользящими средними неодинаковой длины.

Полученный результат отмечается на графике и может быть выражен в пунктах или процентах. Осциллятор скользящих средних строится для: определения расхождения между скользящими средними; выявления значительных отклонений, вызванных наибольшим расхождением между краткосрочной и долгосрочной скользящими средними; обнаружение взаимного пересечения скользящих средних.

Интерес представляют следующие случаи.

1. Пересечение средней линии. Движение кривой осциллятора к средней линии служит признаком того, что разница между двумя скользящими средними сокращается.

Дальнейшее пересечение осциллятором средней линии снизу вверх рассматривается как проявление «быков» на рынке, а сверху вниз – как проявление сильного давления медведей и сигнал скорого падения цен.

Таким образом, движение осциллятора относительно средней линии традиционно рассматривается как индикатор изменения направления преобладающей на рынке тенденции.

2. Анализ расхождения. Иногда на рынке возникает ситуация, когда цены растут, стабилизируются, затем вновь делают рывок вверх, в то время как осциллятор также растет, стабилизируется на некотором уровне, но затем не идет вверх. Это свидетельствует об изменении существующего повышательного тренда, а значит о том, что цены будут падать. С другой стороны, встречается и такая ситуация, когда цены падают, стабилизируются, и вновь падают, что сопровождается движением осциллятора вниз, коррекцией или его дальнейшим ростом. Это свидетельствует о том, что цены, скорее всего, будут расти.

3. Экстремальные значения. Крайне высокие значения осциллятора свидетельствуют о значительном спросе на ценные бумаги, т.е. о чрезмерном количестве покупателей, и поэтому считаются потенциально медвежьими, а крайне низкие значения характеризуют приближающееся будущее быков.

Осцилляторы могут оставаться на экстремальных отметках достаточно долго. Именно поэтому значения этих показателей лучше рассматривать в связи с динамикой какого-либо дополнительного индикатора, а не как сигнал к покупке или продаже ценных бумаг.

Рассмотрим некоторые наиболее распространенные индикаторы.

1. Скользящее среднее – трендоследящий индикатор, один из самых простых и понятных инструментов технического анализа.

Строится этот инструмент на основе усреднения цен закрытия определенного количества (L) предыдущих дней. Оно вычисляется каждый день путем добавления нового дня и исключения из расчета самого раннего из predetermined количества.

Количество дней (L) называется порядком скользящего среднего.

Например, скользящее среднее третьего порядка ($L = 3$) усредняет цены закрытия трех последних дней.

От порядка L зависит лаг индикатора, влияющий на гибкость инструмента и быстроту его реакции на изменения тренда.

Наиболее широко используются недельное среднее.

Общая формула простого скользящего среднего (*Moving Average*) порядка L :

$$MA_t = \bar{C}_t^L = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} C_{t-i},$$

где C_t – цена закрытия текущего дня.

Скользящее среднее сглаживает краткосрочные колебания курсов и дает некоторое запаздывание, отражая консервативность рыночного механизма. Аналитическое значение скользящего среднего состоит в том, что, когда при нисходящем тренде курс поднимается выше его значений на некоторую величину, происходит смена тренда. Аналогично верно и для восходящего тренда.

Один из недостатков скользящего среднего состоит в том, что в расчетах используется только несколько последних котировок и предыдущая рыночная история не учитывается.

Другой недостаток – в придании одинакового веса событиям различной давности. Например, для $L = 10$ вес каждой из десяти последних котировок одинаков и составляет 10%.

Поэтому кроме «простого» скользящего среднего используют также линейно взвешенные и экспоненциально сглаженные скользящие средние. При их расчете последним котировкам придается больший вес, чем более давним.

Взвешенная скользящая средняя (*WMA*) каждой из цен анализируемого промежутка времени придает «вес», в соответствии с объемами сделок, совершенными в данный промежуток времени:

$$WMA = \frac{\sum_{i=1}^n C_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i},$$

где $\sum_{i=1}^n C_i w_i$ – сумма произведений цен и весов за период времени n ;

$\sum_{i=1}^n w_i$ – сумма весов каждого бара.

При анализе сигналов скользящей средней важно знать несколько особенностей, оказывающих на них существенное влияние. Чем длиннее средняя, тем меньше будет ее чувствительность на изменение цены и тем более сильные сигналы она будет генерировать, правда, запаздывающих во времени.

Средняя малого порядка является очень чувствительной к изменению цены и обычно дает сравнительно много ложных сигналов.

Экспоненциальная скользящая средняя EMA_t вычисляется так:

$$EMA_t = \alpha \cdot C_t + (1 - \alpha) \cdot EMA_{t-1},$$

где C_t – цена закрытия текущего дня;

α – параметр сглаживания: $\alpha = 2 / (n + 1)$;

N – количество дней наблюдений.

Опыт показывает, что для краткосрочных инвестиций наиболее предпочтительными являются средние с порядками 14 и 30, а для среднесрочных – средние с порядками 9 и 23.

Торговым сигналом может являться использование пересечения короткой (быстрой порядка 9) средней длиной (медленной порядка 23) снизу вверх – для покупки, и сверху вниз – для продажи (рисунок 6.11).

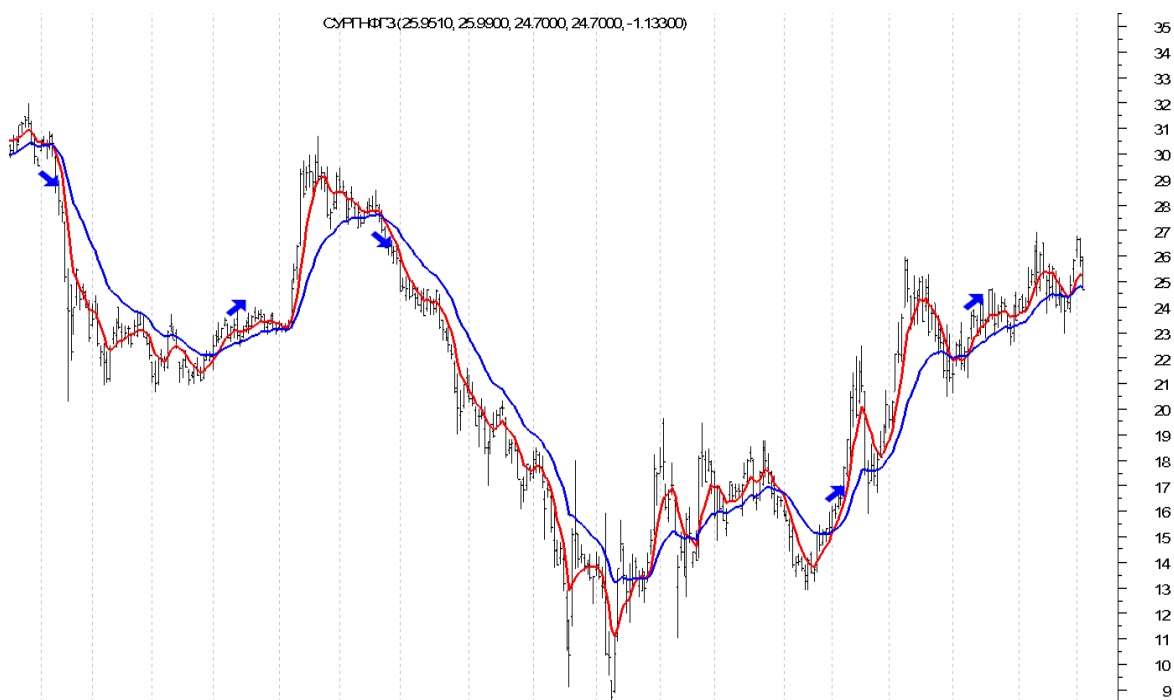


Рисунок 6.11 – Настройка и сигналы взвешенных скользящих средних порядка 9 и 23

На рисунке хорошо видно, что при использовании двух скользящих средних существует возможность определения направления тренда только вверх или вниз, но нельзя определить боковой тренд.

2. Момент (*Momentum*) – самый простой из набора осцилляторов. Он строится на основании разницы цен через определенный временной интервал.

Момент периода L строится по соотношению

$$M_t^L = C_t - C_{t-L}.$$

Например, для недельного момента мы должны вычесть из цены в определенный момент цену недельной давности. Значения момента выше нуля свидетельствуют о положительном тренде, а ниже нуля – об отрицательном. Сигналами в данном случае являются два фактора: фактор смены тенденции момента обычно свидетельствует об ослаблении основного ценового тренда, а пересечение моментом нулевой отметки говорит о смене тренда.

3. Индекс относительной силы *RSI* (*Relative Strength Index*) является более строгим в теоретическом аспекте осциллятором, который имеет вид:

$$RSI = 100 - \frac{100}{1 + \frac{N_{верх}}{N_{низ}}},$$

где $N_{верх}$ – может иметь две трактовки: число дней (периодов), когда цены текущего дня были выше предыдущего (за L дней); среднее значение положительных изменений цены за L периодов;

$N_{низ}$ – число дней, когда цены текущего дня были ниже предыдущего (за L дней); среднее значение отрицательных изменений цены за n периодов.

Вторая трактовка параметров предполагает их расчет в виде:

$$N_{верх} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (C_i - C_{i-1}), \quad \text{если } C_i - C_{i-1} > 0;$$

$$N_{низ} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (C_i - C_{i-1}), \quad \text{если } C_i - C_{i-1} < 0.$$

Колебания индикатора заключены в диапазоне от 0 до 100 (рисунок 6.12).

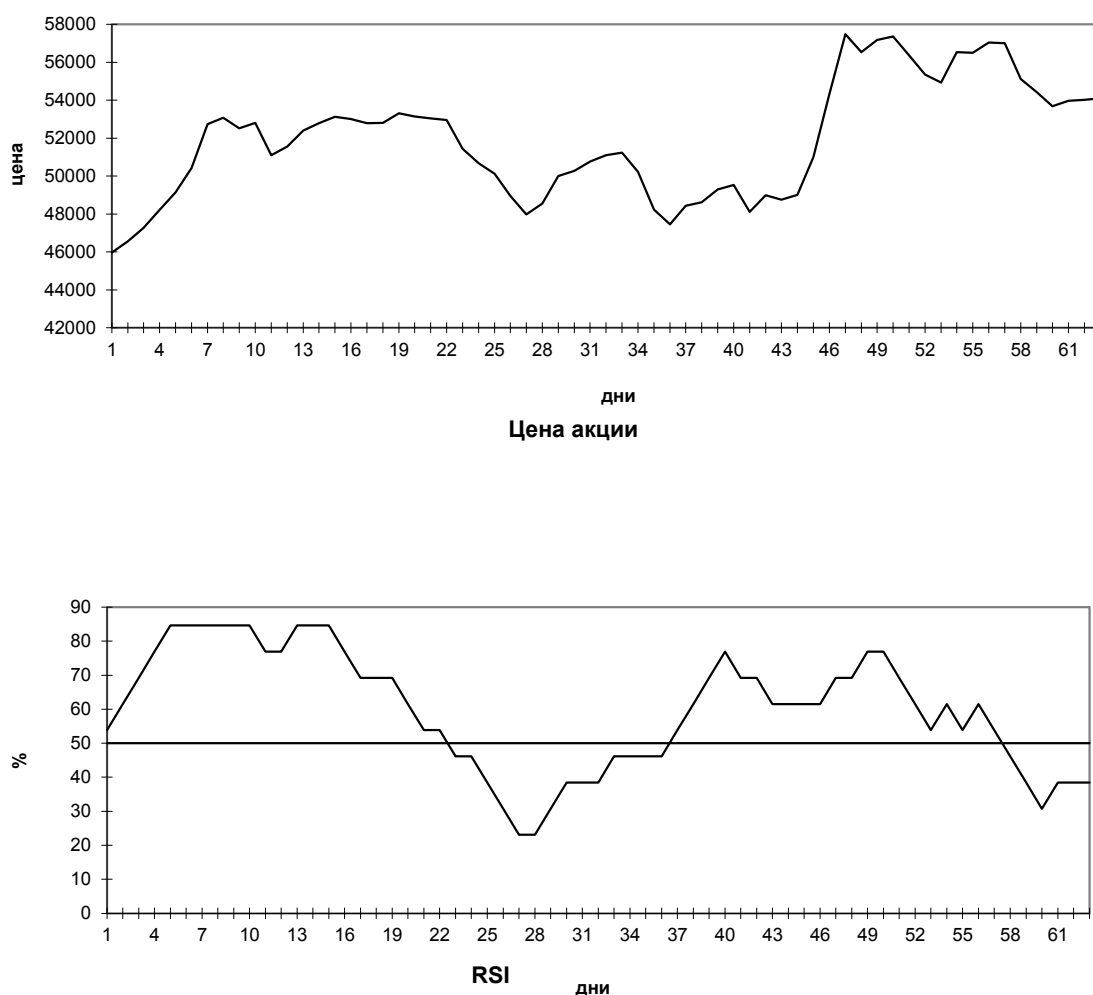


Рисунок 6.12 – Динамика индекса относительной силы *RSI*

Критериями принятия решения для индикатора *RSI* являются области переоценки и недооценки, уровни которых отмечаются как значения в 70 и 30 процентов. Обычно именно эти значения используются для определения момента достижения ценой экстремальных областей.

Иногда на рынке применяются 80 и 20 процентные барьеры.

В этом случае речь идет об абсолютных и наиболее сильных повышательных (повышающихся, растущих) и понижательных трендах.

Однако на реальном рынке очень редко встречаются такие типы трендов.

Поэтому уровни 70 и 30 используются чаще.

Возвращаясь к вопросу о принятии решений в областях переоценки и недооценки, необходимо отметить тот факт, что, входя в та-

кие области, индикатор *RSI* еще некоторое время, как правило, может находиться на достигнутом уровне.

По этой причине, принимая решение о покупке или продаже бумаг, желательно получать дополнительное подтверждение от других индикаторов технического анализа. Такими инструментами могут быть: индикаторы момента, скользящие средние, линии поддержки–сопротивления, трендовые каналы.

Часто для подтверждения сигналов покупки – продажи используются ценовые модели. При этом очень важно внимательно изучить направленность линий поддержки и сопротивления на различных участках ценового движения и кривой индикатора *RSI*.

Сонаправленность линий тренда цены и индикатора говорит о благоприятных возможностях проведения операций на рынке.

Принципиальным моментом в процессе построения индикатора *RSI* является вопрос о выборе временного интервала или длины индикатора *L*.

Выбирая длину индикатора, необходимо помнить, что более короткий индикатор является и более чувствительным в оценке динамики рынка.

4. Коэффициент изменения (*ROC*)

Коэффициент (скорость) изменения цен *ROC* (*Rate of Change*) представляет собой один из показателей динамики цен на рынке.

Он рассчитывается следующим образом.

Предположим, что цена гипотетической ценной бумаги сегодня 96,50, а 10 недель назад была 98,50 (таблица 6.1).

Соответственно десятидневный коэффициент изменения равен 97,97 (значения индикатора выражены в процентах).

В общем случае коэффициент изменения вычисляется по соотношению цен с лагом *L* периодов

$$ROC = \frac{C_t}{C_{t-L}}.$$

Динамику коэффициента изменения цен можно представить в графическом виде. При этом колебания индикатора происходят вокруг теоретического уровня неизменности цены – 100% (рисунок 6.13).

Таблица 6.1 – Расчет коэффициента изменения цен ROC

<i>Недели</i>	<i>Значение цены</i>	<i>Цена 10 недель назад</i>	<i>Коэффициент изменения</i>
1	98,50		
2	98,00		
3	97,20		
4	97,50		
5	96,50		
6	96,70		
7	97,20		
8	96,50		
9	97,40		
10	98,00		
11	96,50	98,50	97,97
12	96,00	98,00	97,96
13	97,00	97,20	99,79
14	98,00	97,50	100,51
15	99,00	96,50	102,59
16	99,10	96,70	102,48

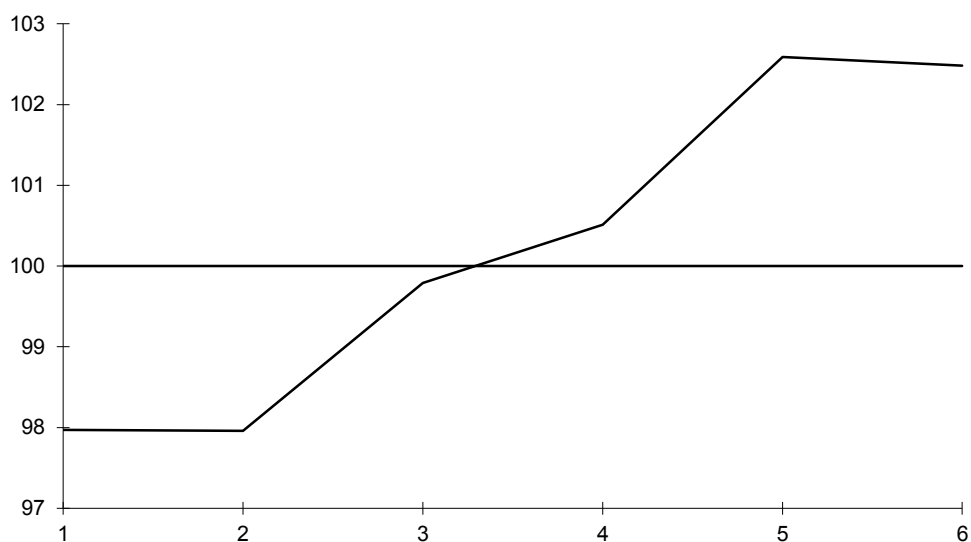


Рисунок 6.13 – Динамика коэффициента изменения ROC

Когда кривая индикатора лежит выше разделительной линии, текущая цена рынка оказывается выше той, которая была 10 недель назад.

В случае роста индикатора разница между текущим значением цены и ее уровнем, наблюдавшимся 10 недель назад, увеличивается.

С другой стороны, если кривая индикатора падает, но все еще находится выше средней линии, – цена превышает значения десяти-недельной давности, и разница между текущим значением цены и ценой, которая была 10 недель назад, начинает уменьшаться.

Когда кривая индикатора оказывается ниже центральной линии и продолжает опускаться, это означает, что текущая цена оказывается ниже уровня 10-недельной давности, а разница между текущим и прошлым значениями цены продолжает расти.

Традиционно считается, что повышающий коэффициент изменения свидетельствует в пользу возрастающей скорости тренда.

С другой стороны, понижающийся коэффициент характеризует снижение скорости тренда. Таким образом, рост значений индикатора предвещает «бычье» будущее рынка, а понижающийся – «медвежье».

5. Индикатор схождения – расхождения скользящих средних (MACD) является одним из наиболее популярных индикаторов момента.

Он, так же как и простой осциллятор сглаживает движение цены, выявляет моменты покупки и продажи на рынке. Индикатор наиболее оптимально работает на уровнях переоценки и недооценки активов.

Индикатор MACD строится на основе двух экспоненциальных скользящих средних (обычно 12- и 26-дневных). Естественно, длина кривых может быть подобрана под любую бумагу с учетом ее особенностей (временная цикличность, время инвестирования и т.д.). Математическое выражение разности наносится ниже графика ценовой динамики. В свою очередь эта кривая сглаживается еще одной экспоненциальной средней, которая называется сигнальной линией. Существует несколько распространенных сценариев выявления сигналов покупки-продажи по кривой MACD.

1. По взаимным пересечениям кривой MACD и сигнальной линии. Этот метод следует использовать только после того, как выявлена настоящая линия тренда цены. Когда «медведи» толкают цены вниз, кривая MACD и сигнальная линия могут, в конечном итоге, «заваливаться» в область недооценки. Ситуация, в которой цены па-

дают, а MACD растёт, расценивается как положительное расхождение. Негативное расхождение появляется на переоцененном рынке, когда цены достигают своего пика, а кривая MACD начинает двигаться вниз.

2. По величине расхождения между кривой MACD и сигнальной линией. Обычно она наносится на график как столбиковая диаграмма. Это расхождение является дополнительным индикатором, придающим анализу большую точность. Рост или падение значения MACD указывает на силу ценового тренда, а расхождение на ценовом тренде является поворотным моментом на рынке.

6. Индикатор сбалансированного объема OBV выполняет одновременный анализ доходности и объемов торгов. Обычно объем торгов должен увеличиваться в направлении существующей ценовой тенденции. Возможно расхождение, когда рынок выходит на более высокий ценовой уровень при падении объемов. Это свидетельствует об уменьшении давления со стороны покупателей и возможной смене тенденции. Объем всегда идет впереди цен.

Спад давления со стороны покупателей при восходящей тенденции так же как и спад давления со стороны продавцов при нисходящей, в первую очередь, фиксируется показателями объема еще до того как он проявляется непосредственно в переломе ценовой тенденции.

Однако при обычных графиках ценовых показателей и объема (где объем представлен столбиками) трудно выявить тенденции его увеличения или снижения. Поэтому используется показатель сбалансированного объема – OBV.

Расхождение показателя OBV и цен свидетельствует о возможном переломе тенденции. Показатель OBV определяется следующим образом.

Итоговому значению дневного объема присваивается положительный или отрицательный знак в зависимости от показателя цены закрытия на этот день (положительный, если цена выше предыдущей, и отрицательный, если ниже). Так получается непрерывный совокупный показатель, который изменяется за счет прибавления к нему положительного объема и вычитания отрицательного.

При интерпретации OBV важно направление кривой, а не конкретные показатели. Но, для того чтобы OBV не принимал отрицательных значений в случае длительных или резких падений рынка,

его отсчет начинается от условной величины 100 или 10000 в зависимости от размерности показателя объема.

Кривая индикатора OBV должна повторять движение цен. Если наступает расхождение, вероятен перелом тенденции. Если для расчета осцилляторов момента и используются только цены закрытия, то для построения **стохастических линий (Stochastics)** необходима более полная информация.

При их расчете используются следующие показатели:

L_n – минимальная цена за n предшествующих дней;

H_n – максимальная цена за n предшествующих дней;

C_t – цена закрытия текущего дня;

C_{t-n} – цена закрытия n дней тому назад.

Быстрая стохастическая линия $\%K_t$ вычисляется по соотношению:

$$\%K_t = 100(C_t - L_n) / (H_n - L_n).$$

Стохастическая линия $\%R_t$ вычисляется по соотношению:

$$\%R_t = 100(H_n - C_t) / (H_n - L_n).$$

Медленная стохастика $\%D_t$ вычисляется по соотношению:

$$\%D_t = \frac{\sum_{i=t-2}^t (C_{t_i} - L_{n_i})}{\sum_{i=t-2}^t (H_{n_i} - L_{n_i})} \cdot 100\%.$$

Смысл индексов $\%K_t$ и $\%R_t$ состоит в том, что при росте цен цена закрытия бывает ближе к максимальной цене, а при падении цен – ближе к минимальной. Индексы $\%K_t$ и $\%R_t$ вычисляют, чтобы понять, куда больше тяготеет цена закрытия.

Индекс $\%D_t$ рассчитывается аналогично индексу $\%K_t$ с той лишь разницей, что при его построении величины, стоящие в скобках, сглаживают, беря их трехдневную сумму.

Технические индикаторы состояния рынка используют для определения наиболее вероятного развития событий. Каждый индикатор имеет сильные и слабые стороны (например, осцилляторы не так эффективны при ярко выраженном тренде, как при его отсутствии).

В своем арсенале аналитики имеют целый набор индикаторов.

Задача аналитика – определить тип индикатора для конкретной ценной бумаги или ситуации на рынке. Также хорошо себя зарекомендовали так называемые конверты, с помощью которых отфильтровывают незначащие колебания цен.

Можно провести две кривые, повторяющие движения цен выше и ниже кривой курса. Это так называемые границы оптимизма и пессимизма.

6.3. ЭКСПЕРТНЫЕ МЕТОДЫ

Экспертные методы базируются в первую очередь на предпосылке полезности отслеживания «хороших» и «плохих» новостей, касающихся как политической и экономической жизни страны, так и отдельных эмитентов.

Предполагается, что динамика цен на финансовом рынке в значительной степени зависит от таких мало связанных с результатами деятельности конкретных предприятий событий, как парламентские и президентские выборы, перемены в структуре правительства и региональных органов власти, получение кредитных займов, изменение законодательства, модернизация и перепрофилирование производства и т.п.

Для осуществления прогноза экспертным методом необходимо отслеживать информацию, которая может в ближайшем будущем стать дестабилизирующим фактором для котировок бумаг конкретного эмитента.

Этот способ прогнозирования требует небольших затрат времени, но достаточно большого опыта, интуиции и знаний макроинформации.

Достоинство метода – его простота и оперативность реагирования; существенный недостаток – невысокая точность прогноза как динамики цены, так и момента принятия инвестиционного решения.

Рассмотрим концептуальный подход к применению экспертных оценок при выборе предприятия для инвестирования.

Если финансовые показатели предприятий недоступны инвестору, то схема определения их привлекательности для внешнего инвестора сводится к следующему.

1. Выбирается отрасль (сфера деятельности, подотрасль), куда инвестор хотел бы вложить свои средства.

Как правило, предпочтительнее иметь дело с акциями предприятий определенной отрасли, которую лучше всего знаешь.

2. На основе анализа общего состояния и перспектив развития отрасли, а также входящих в нее компаний определяется рейтинг привлекательности последних для инвестора.

3. Проводится многосторонний анализ перспективных финансовых результатов выбранной компании или группы в расчете на вложенный инвестором капитал.

Естественно, что анализ должен выявить все важные положительные и отрицательные факторы, характерные для отрасли в целом, отражающиеся на состоянии каждой компании.

Должно быть проанализировано современное и будущее техническое, экономическое, социальное, хозяйственное состояние предприятия.

Анализ технического состояния должен вскрыть уровень технологий, используемых в главных производствах, и состояние оборудования, его износ, техническую конкурентоспособность основной продукции на мировом и внутреннем рынках.

Экономическое состояние определяется при анализе мирового и российского производства и потребления основной продукции отрасли и их перспектив; эффективностью применения продукция; емкостью внешнего и внутреннего рынков продукции с учетом возможного ее экспорта; уровнем использования имеющихся на предприятиях мощностей по выпуску основных видов продукции; надежностью сырьевого и энергетического обеспечения отрасли, в том числе за счет использования отечественного сырья.

При анализе социального положения предприятия определяется квалификация коллектива, особенно аппарата управления, вредность производства, экологическая опасность отдельных производств и предприятия в целом, кадровая ситуация на предприятии в настоящее время и в будущем.

Учитываются и некоторые другие важные факторы: размещение предприятия на ценных территориях, наличие реальной перспективы реконструкции и расширения для выпуска высокоэффективной продукции, региональное размещение предприятия, заинтересованность крупных и надежных иностранных и отечественных инвесторов и др.

Проведенный тщательный анализ каждого предприятия и его основных производств по вышеперечисленным позициям позволяет оценить привлекательность каждого предприятия отрасли для инвесторов.

Для этих целей предлагается учесть мнение специалистов–экспертов, которые должны в баллах оценить все важнейшие положительные и отрицательные моменты технического, экономического, социального и хозяйственного состояния и перспективы каждого предприятия в целом.

В самом простом случае каждый фактор можно оценить по каждому виду продукции либо +1, либо –1, а их сумма даст интегральную оценку предприятия в целом по всем факторам.

Она и будет критерием определения рейтинга привлекательности.

Возможна и более взвешенная оценка каждого фактора в отдельности.

При оценке рейтинга инвестиционной привлекательности предприятий целесообразно использование системного подхода.

Такой подход означает, что рейтинг предприятия-эмитента должен определяться исходя из его взаимосвязей с другими объектами.

Это предполагает построение иерархии рейтингов, которая может включать определение рейтингов инвестиционной привлекательности страны, региона, отрасли, фирмы.

Например, в соответствии с зарубежными методиками рейтинг предприятия не может быть выше рейтинга страны, в которой это предприятие зарегистрировано (расположено) и ведет основную деятельность. А это предполагает, что система оценки рейтингов должна быть построена на общих методологических принципах и приводить к сопоставимым результатам.

При составлении рейтингов используются два основных метода.

1. Рейтинговые опросы ведущих специалистов.

Достоинство метода: оперативность, простота, использование опыта высокопрофессиональных специалистов.

Недостаток – технология экспертной оценки не отражает в полном объеме уже известную информацию о финансовом положении предприятий и состоянии фондового рынка.

2. Формализация рейтинговой оценки на основе расчетных показателей.

В качестве примера можно предложить два основных количественных критерия – объем реализации и рыночная стоимость (капитализация) предприятия и несколько дополнительных (прибыль, производительность, темпы роста, объем реализации, показатель P/E , отношение объема реализации к капитализации компании).

Следует иметь в виду, что ряд важнейших, показателей, характеризующих инвестиционную привлекательность, нельзя получить чисто расчетным путем (научно–технический потенциал, квалификация персонала, информационная открытость предприятия, перспективы отрасли, связи руководства с государственными чиновниками и финансовыми институтами и т.д.).

Поэтому для определения рейтинга необходимо использовать как качественные (экспертные) оценки, так и количественные показатели (расчетные).

Анализируя современное состояние российского фондового рынка можно сделать следующие основные выводы.

На современном этапе развития российский фондовый рынок уступает западным. Основные отличия российского фондового рынка от фондовых рынков развитых стран состоят в следующем:

1) относительно небольшое количество торговых инструментов и участников. Западный фондовый рынок более насыщен эмитентами и финансовыми инструментами;

2) низкая прозрачность эмитентов и участников. На Западе их деятельность более жестко регламентирована, чем в России, предъявляются большие требования к раскрытию информации эмитентом;

3) преобладание на российском фондовом рынке иностранных инвесторов и слабое вовлечение населения РФ в инвестирование собственных сбережения в ценные бумаги;

4) низкая капитализация российского фондового рынка.

В среднесрочной перспективе российский фондовый рынок останется рискованным с точки зрения многих иностранных институциональных инвесторов.

Несмотря на все отрицательные характеристики, современный российский фондовый рынок – это динамичный рынок, который развивается на основе: быстро расширяющейся практики покрытия дефицитов федерального и местного бюджетов за счет выпуска долговых ценных бумаг; объявления новых крупных инвестиционных проектов производственного характера; расширяющегося выпуска предприятиями и регионами облигационных займов; быстрого улучшения технологической базы рынка; открывшегося доступа на международные рынки капитала; быстрого становления масштабной сети институтов – профессиональных участников рынка ценных бумаг и других факторов.

6.4. ПОСТРОЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЫНКА ЦЕННЫХ БУМАГ

Параметрическая модель рынка ценных бумаг определяется классом активов, вектором их ожидаемых доходностей, ковариационной матрицей доходностей активов. Построение параметрической модели РЦБ основано на обработке статистических данных фондового рынка.

Прямой статистический подход предполагает анализ последовательности курсов (цен) и выплачиваемых дивидендов. На их основе можно вычислить последовательности реальных эффективностей ценных бумаг за каждый период времени (день, неделю, месяц, квартал, год).

Эффективность ценных бумаг i -го вида за период t (например, за год) определяется соотношением

$$R_{it} = \frac{C_{i,t+1} - C_{it} + D_{it}}{C_{it}},$$

где C_{it} – цена актива i -го вида в начале периода t ; $i = \overline{1, n}$; $t = \overline{1, T}$;

T – число обрабатываемых наблюдений (периодов);

D_{it} – дивиденды актива i -го вида за период времени t .

Эффективность ценных бумаг i -го вида за период t иногда вычисляется и по логарифмическому соотношению (в виде непрерывного процента)

$$R_{it} = \ln\left(\frac{C_{i,t+1} + D_{it}}{C_{it}}\right).$$

По статистическим данным фондового рынка можно получить оценки n величин m_i ($i = \overline{1, n}$) средних доходностей ЦБ каждого вида за один период:

$$m_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it}.$$

По этим же данным можно получить оценки ковариационных моментов доходностей i -й и j -й ценных бумаг $V_{i,j}$ ($i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n}$):

$$V_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{it} - m_i)(R_{jt} - m_j).$$

Средняя доходность по всему РЦБ (портфелю) за период t равна величине

$$R_{\pi t} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{it} Q_{it}}{\sum_{i=1}^n Q_{it}}.$$

Здесь Q_{it} – количество ценных бумаг i -го вида в периоде t .

При $Q_{it} = 1$ получаем частный случай:

$$R_{\pi t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{it}.$$

Средняя доходность по всему РЦБ (портфелю) за период T :

$$m_{\pi} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{\pi t}.$$

Дисперсия доходности всего рынка составит величину:

$$V_{\pi\pi} = \sigma_{\pi}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{\pi t} - m_{\pi})^2.$$

Ковариационные (корреляционные) моменты доходностей всего рынка и доходности i -й ценной бумаги определяются по соотношению

$$V_{\pi i} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{\pi t} - m_{\pi})(R_{it} - m_i).$$

Тогда оценки бета-коэффициентов и альфа-коэффициентов каждой ценной бумаги определяются по соотношениям:

$$\beta_i = \frac{V_{\pi i}}{V_{\pi\pi}} = \frac{\sigma_i \sigma_{\pi} \rho_{i\pi}}{\sigma_{\pi}^2} = \frac{Cov(R_i, R_{\pi})}{\sigma_{\pi}^2}; \quad a_i = m_i - \beta_i m_{\pi}.$$

Здесь $\rho_{i\pi}$ – коэффициент корреляции доходностей i -й ЦБ и рынка.

Альфа-коэффициент отражает прирост курсовой стоимости актива по сравнению с приростом значений выбранного для анализа рынка.

Коэффициент характеризует нерыночный компонент курсового роста. Если альфа какой-либо ценной бумаги положительна, то это означает, что темпы роста ее курса за рассматриваемый период выше, чем в среднем по рынку.

Бета-коэффициент представляет собой отношение изменения доходности данного актива по отношению к изменению доходности рынка в целом и показывает, насколько колебания доходности данной ценной бумаги превосходят колебания доходности рынка в целом.

Интерпретация этого коэффициента заключается в следующем: $\beta_i = 1$ означает, что акции данной компании имеют среднюю степень риска, сложившуюся на рынке в целом; $\beta_i < 1$ означает, что ценные бумаги данной компании менее рискованны, чем в среднем на рынке; $\beta_i > 1$ означает, что ценные бумаги данной компании более рискованны, чем в среднем на рынке.

В целом по рынку ценных бумаг бета-коэффициент равен единице.

В портфельной теории инвестиций имеется модель, показывающая взаимосвязь систематического риска и доходности ценных бумаг (*CAPM, capital asset pricing model*). В рамках этой модели можно построить уравнение, называемое рыночным уравнением (модель оценки капитальных активов Шарпа): $R_i = \alpha_i + \beta_i R_\pi + \varepsilon_i$.

Это уравнение показывает зависимость доходности ценной бумаги от рыночной доходности, от меры отклика, измеряемой коэффициентом β_i и случайным отклонением ε_i .

Таким образом, «альфа» и «бета»-коэффициенты являются мерами несистематического и систематического риска.

6.5. РЫНОЧНЫЕ И БИРЖЕВЫЕ ИНДЕКСЫ

Биржевые индексы играют важную роль в финансовом анализе.

Они характеризуют наиболее общие тенденции, происходящие на фондовом рынке, обеспечивают оценку рыночного портфеля, который используется в модели ценообразования финансовых активов.

Использование индексов на фондовом рынке привело к образованию целого спектра производных ценных бумаг, основанных на биржевых индексах.

К числу наиболее значимых индексов США можно отнести NYSE (*New York Stock Exchange*), NASDAQ (*National Association of Securities Dealer Automated Quotation*), S&P (*Standard and Poor's*), индекс Dow Jones.

Индекс NYSE строится на основе информации об акциях примерно 1600 компаний.

Индекс S&P 500 основан на 500 акциях, включаемых в NYSE и составляющих 80% капитализации фондового рынка.

Индекс Dow Jones включает 30 акций крупнейших компаний, составляющих 25% индекса NYSE.

Основные индексы Великобритании строятся совместно Лондонской фондовой биржей (LSE – *London Stock Exchange*) и газетой *Financial Times*.

Индекс FTSE 100 включает в себя 100 акций, составляющих 70% капитализации Лондонской фондовой биржи.

Индекс FT–*Actuarial–All Shares* включает в себя 650 акций крупнейших компаний, а также облигации, представляя тем самым 80% капитализации фондового рынка.

Японский индекс *Nikkei* включает примерно 225 акций, составляющих 70% капитализации фондового рынка Токио.

Индекс TOPIX представляет 1100 акций, взвешенных по их доле в капитализации фондового рынка.

Французский индекс CAC 40, включающий акции 40 ведущих компаний, обновляется каждые 30 секунд.

Индексы SBF 120 и 250 включают соответственно 120 и 250 акций и обновляются ежедневно.

Перечислим основные российские фондовые индексы.

1. Индекс «Скейт–пресс».

Он имеет самую длительную историю на российском рынке и относится к индексам консультационного агентства «Скейт–пресс», первый из которых – АСП–12 начал рассчитываться 1 сентября 1992 г; 20 июня 1994 г. появился индекс АСП–Дженерал, в который входят около 90 ведущих компаний.

Рыночная капитализация компаний, включаемых в индексы АСП, более 10 млн долл. США.

2. Фондовые индексы «АК&М».

Их принцип расчетов основан на соотношении суммарной капитализации составляющих. Индексы «АК&М» рассчитываются с сентября 1993 г. и в настоящее время представлены семейством индексов: сводным, финансовым, промышленным.

3. Индексы Интерфакса описывают изменение средней цены акций определенного набора компаний, котирующихся на вторичном рынке, в текущем периоде по сравнению с базисным.

Эксперты Агентства Финансовой Информации (АФИ) рассчитывают три отраслевых индекса Интерфакса: банковский, предприятий нефтегазового комплекса и цветной металлургии.

4. Фондовый индекс журнала «Коммерсант».

Он является средневзвешенным арифметическим.

Индекс равен стоимости гипотетического инвестиционного портфеля, при формировании которого все средства были равномерно распределены между входящими в него акциями.

Цена же каждой акции определяется как средневзвешенная (по объемам совершенных сделок) цена брокерских фирм, участвующих в расчете индекса. Если с какой-либо акцией не было совершено ни одной сделки, то ее цена принимается равной цене в предыдущий момент.

5. Индексы Московской Биржи.

Индексы Московской Биржи (MICEX Index) – это ключевые индикаторы российского организованного рынка ценных бумаг и срочных контрактов.

Московская биржа рассчитывает индексы акций, облигаций, смешанные индексы, а также ряд индикаторов срочного и валютно-денежного рынков.

В 2008 г. в рамках развития семейства фондовых индексов Фондовая биржа ММВБ приступила к расчету нового индекса компаний финансово-банковской отрасли MICEX FNL, который дополнил группу отраслевых индексов (MICEX O&G, MICEX PWR, MICEX TLC, MICEX M&M, MICEX MNF).

Индикаторами рынка облигаций являются индекс муниципальных облигаций MICEX MBI и индекс корпоративных облигаций MICEX CBI.

Основные индексы акций – это Индекс ММВБ и Индекс РТС, рассчитываемые по одинаковой базе ценных бумаг, но в разных валютах (Индекс ММВБ рассчитывается в рублях, Индекс РТС – в долларах).

Индекс ММВБ является композитным индексом российского фондового рынка, рассчитываемым на основе цен сделок, совершаемых с 30 наиболее ликвидными акциями эмитентов, виды экономической деятельности которых относятся к основным секторам экономики.

Индекс является ценовым, при этом цены акций, учитываемые при расчете индекса, взвешиваются по количеству ЦБ в выпусках соответствующих акций, свободно обращающихся на организованном рынке ценных бумаг.

При расчете индекса используются параметры акций, включенных в базу расчета индекса.

Выплаты дивидендов при расчете индекса не учитываются.

Дата начала расчета Индекса ММВБ – 22 сентября 1997 г., начальное значение индекса на 22 сентября 1997 г. установлено равным 100 пунктам.

Акции, включенные в лист ожидания индекса, условно разделяются на следующие секторы, соответствующие видам экономической деятельности эмитентов данных акций: нефть и газ; электроэнергетика; телекоммуникации; металлургия и металлодобыча; машиностроение; потребительский сектор; химическая промышленность; транспорт; мобильная связь, информационные технологии и средства массовой информации; банки.

Для расчета Индекса ММВБ используется следующая формула:

$$Index_T = Index_{T-1} \frac{\sum_{i=1}^M (P_{iT}^t \cdot Q_{iT} \cdot FF_{iT} \cdot W_{iT})}{\sum_{i=1}^M (P_{i(T-1)}^t \cdot Q_{iT} \cdot FF_{iT} \cdot W_{iT})}$$

Здесь:

$Index_{T-1}$ – последнее значение индекса, рассчитанное в предшествующий торговый день;

P_{iT}^t – цена i -й акции, рассчитанная в момент времени t текущего дня (дня T);

$P_{i(T-1)}^t$ – последняя цена i -й акции, рассчитанная в день $T-1$;

Q_{iT} – объем эмиссии i -й акции в штуках;

W_{iT} – весовой коэффициент i -й акции;

FF_{iT} – коэффициент free-float для i -й акции;

M – общее количество акций, входящих в базу расчета индекса.

В расчете индекса используется цена акции, рассчитанная как средневзвешенное значение цен последних 10 сделок, совершенных с акцией (в рублях с точностью до сотых):

$$P_i = \frac{\sum_j (P_{ij} \cdot q_{ij})}{\sum_j q_{ij}}$$

Здесь:

P_{ij} – цена (в рублях) в j -й сделке, совершенной с i -й акцией;

q_{ij} – количество ЦБ в j -й сделке, совершенное с i -й акцией (в штуках).

При расчете индекса для определения стоимости акций учитывается цена каждой акции и количество ценных бумаг в выпусках соответствующих акций, свободно обращающихся на организованном рынке ценных бумаг, которым соответствует доля акционерного капитала эмитента, выражаемая значением коэффициента *free-float*.

Установление значений коэффициентов *free-float* осуществляется с учетом рекомендаций Индексного комитета на основе раскрываемой эмитентами ценных бумаг отчетности методом экспертной оценки, предусматривающей исключение из акционерного капитала эмитента, соответствующего каждой акции, следующих составляющих:

- а) количества акций, находящихся в государственной собственности;
- б) количества акций, принадлежащих акционерам, владеющим более чем 5% акционерного капитала.

При этом доли, принадлежащие таким акционерам, могут не исключаться при расчете капитализации акции, в случае, если эти акционеры не рассматриваются как стратегические держатели пакетов акций (например, расчетные депозитарии организаторов торговли, инвестиционные и пенсионные фонды, инвестиционные компании и т.п.).

В целях обеспечения сбалансированности базы расчета Индекса ММВБ устанавливается ограничение на максимальное значение доли стоимости акций эмитента (удельный вес капитализации эмитента) в суммарной стоимости акций эмитентов (суммарной капитализации эмитентов), включенных в базу расчета индекса.

Максимальное значение удельного веса капитализации эмитента в индексе ММВБ устанавливается равным 0,15 (15%).

Для каждого эмитента рассчитывается капитализация эмитента и ее удельный вес в суммарной капитализации эмитентов, соответственно:

$$w_i = \frac{Cap_i}{\sum_{i=1}^k Cap_i}.$$

Здесь Cap_i – капитализация i -го эмитента.

Индекс РТС (RTSI) – композитный индекс российского фондового рынка.

В список ЦБ для расчета индекса включаются акции, выпущенные российскими эмитентами, за исключением акций, выпущенных акционерными инвестиционными фондами, а также российские депозитарные расписки на акции.

Значение Индекса рассчитывается как отношение суммарной стоимости (капитализации) всех акций по состоянию на момент расчета индекса к значению суммарной стоимости (капитализации) всех акций на дату первого произведенного расчета индекса, умноженное на значение индекса на дату первого произведенного расчета и на поправочный коэффициент, по следующей формуле:

$$I_n = Z_n \cdot I_1 \cdot \frac{MC_n}{MC_1}.$$

Здесь:

I_n – значение Индекса на n -й момент расчета;

MC_n – суммарная стоимость (капитализация) всех акций по состоянию на n -й момент расчета;

MC_1 – суммарная стоимость (капитализация) всех акций на дату первого произведенного расчета индекса;

I_1 – значение Индекса на дату первого произведенного расчета;

Z_n – значение поправочного коэффициента на n -й момент расчета.

Помимо значения Индекса также производится расчет индекса, определяемого исходя из значений Индекса и курса доллара США к российскому рублю:

$$I_m = I_n \cdot \frac{K_n}{K_1}.$$

Здесь:

I_m – значение рублевого Индекса на n -й момент расчета;

I_n – значение Индекса на n -й момент расчета;

K_n – курс доллара США к российскому рублю на n -й момент расчета, равный курсу доллара США к российскому рублю, установленному Центральным банком РФ на день, в кото-

рый рассчитывается рублевый Индекс, если иное не установлено Биржей;

K_1 – курс доллара США к российскому рублю на дату первого произведенного расчета Индекса ($K_1 = 4,447$).

Расчет поправочного коэффициента Z осуществляется в случае изменения списка акций, коэффициентов, учитывающих количество акций и представляемых акций в свободном обращении (коэффициента *free-float*), коэффициентов, ограничивающих долю капитализации i -х акций (весовых коэффициентов).

Удельный вес акций каждого эмитента на день составления списка акций не должен превышать 15%.

Контрольные вопросы к главе 6

1. Какие методы используются для анализа финансовых рынков?
2. Охарактеризуйте особенности фундаментального анализа.
3. Поясните методы и инструменты технического анализа.
4. Что такое параметрическая модель рынка ценных бумаг?
5. Укажите направления аналитической работы на финансовом рынке.
6. Поясните методику статистического анализа финансового рынка.
7. Поясните уравнение равновесного рынка и его особенности.
8. Охарактеризуйте основные рыночные и биржевые индексы.
9. Сравните основные индикаторы технического анализа рынка.
10. Что такое альфа и бета коэффициенты ценных бумаг?
11. Поясните методику экспертных методов анализа финансового рынка.
12. Охарактеризуйте основные биржевые индексы.
13. Охарактеризуйте индексы Московской Биржи.
14. Какие показатели характеризуют систематический и несистематический риски?

Задание 6.1. По известным временным рядам цен и дивидендов акций некоторых фирм построить параметрическую модель рынка.

1. Получить динамику (временной ряд) годовых доходностей по акциям заданных конкретных фирм.

2. Вычислить оценки (вектор) математических ожиданий, дисперсий, ковариационную и корреляционную матрицы годовых доходностей соответствующих акций.

3. Вычислить математическое ожидание и дисперсию годовой доходности всего рынка (заданного подмножества соответствующих акций).

4. Построить параметрическую модель рынка акций (класс активов; вектор ожидаемых доходностей; ковариационная матрица доходностей).

5. Оценить параметры «альфа» и «бета» отдельных акций.

6. Проанализировать полученные результаты.

Варианты заданий приведены в таблице 6.2.

Таблица 6.2 – Варианты задания

<i>№ варианта</i>	<i>Номера акций для анализа и исследования</i>	<i>№ варианта</i>	<i>Номера акций для анализа и исследования</i>
1	A1, A2, A3, A9	16	A1, A2, A7, A9
2	A3, A6, A9, A10	17	A3, A6, A8, A10
3	A4, A6, A8, A10	18	A1, A2, A4, A9
4	A3, A4, A8, A9	19	A2, A3, A7, A9
5	A3, A5, A6, A8	20	A2, A5, A9, A10
6	A2, A7, A8, A9	21	A2, A4, A7, A9
7	A4, A6, A8, A10	22	A3, A4, A8, A9
8	A2, A4, A6, A9	23	A2, A5, A7, A8
9	A4, A5, A6, A8	24	A2, A3, A8, A10
10	A1, A2, A5, A8	25	A1, A6, A7, A8
11	A4, A7, A8, A9	26	A5, A6, A8, A10
12	A4, A6, A8, A10	27	A3, A5, A8, A9
13	A2, A5, A6, A9	28	A4, A6, A8, A10
14	A4, A5, A7, A8	29	A2, A4, A6, A9
15	A1, A2, A5, A9	30	A2, A5, A6, A7

В таблице 6.3 представлены статистические данные по ценам (на начало года, первая строка) и дивидендам (за соответствующий год) в долларах США.

Альтернатива: статистические данные по ценам и дивидендам некоторых финансовых активов (акций) за несколько периодов взять с сайта Московской биржи.

Таблица 6.3 – Цены и дивиденды по акциям (в долларах)

Год	Условные обозначения акций									
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
2001	116,4	77,5	47,6	86,3	116,2	20,5	81,7	64,5	153,4	63,0
	11,2	8,2	5,1	5,7	28,6	3,0	5,8	4,6	14,9	6,1
2002	129,4	73,0	49,6	86,9	136,2	25,5	84,2	57,2	173,2	68,0
	12,2	7,2	5,3	9,7	12,6	3,1	9,8	4,3	15,9	7,1
2003	135,2	65,0	53,6	90,0	147,0	28,2	87,4	49,0	181,5	69,0
	12,0	8,4	5,0	9,8	13	3,0	9,5	6,6	19,9	6,4
2004	133,4	69,0	55,6	96,9	104,2	30,5	88,2	50,2	193,2	70,0
	10,8	6,2	5,4	9,7	15,6	3,7	9,8	5,3	15,9	7,6
2005	136,2	67,0	58,6	97,0	123,0	28,0	87,4	41,0	159,5	75,0
	14,0	7,4	6	10,8	15,0	3,6	9,9	6,4	20,0	6,2
2006	149,4	61,0	59,6	96,9	183,2	29,5	91,2	46,2	202,2	78,0
	12,2	7,2	5,3	9,7	12,6	3,1	9,8	4,3	15,9	7,1
2007	154,2	60,0	63,6	100,0	127,0	30,2	97,4	49,5	182,5	79,0
	16,4	8,8	6,0	9,6	23,0	3,0	9,5	6,6	19,9	7,4
2008	159,4	57,0	64,6	106,9	188,2	39,5	99,2	48,2	207,2	84,0
	12,2	7,2	5,3	9,7	32,6	3,1	9,8	4,3	15,9	7,1
2009	154,2	50,5	56,6	90,0	100,0	20,2	80,4	33,0	110,0	70,0
	6,4	1,8	3,0	5,6	3,0	1,2	6,5	1,6	9,9	3,4
2010	159,4	51,0	60,6	100,9	123,0	29,5	88,2	25,2	137,3	74,0
	13,2	6,2	6,3	10,7	42,6	4,1	9,8	4,3	18,9	9,1
2011	172,0	55,0	76,3	115,0	115,0	43,3	111,5	39,0	225,5	97,0
	20,4	5,4	7,0	11,6	23,0	4,2	10,5	5,6	19,9	9,4
2012	176,6	54,0	86,6	125,0	169,0	47,3	120,1	38,0	230,5	99,0
	18,4	6,1	8,0	12,6	22,0	5,2	15,5	10,6	22,0	10,0
2013	182,0	52,0	96,3	130,0	190,0	48,3	134,0	35,0	235,5	105,0
	22,0	6,4	10,0	14,6	31,6	5,2	16,5	4,8	23,6	11,4
2014	164,2	60,5	66,6	110,0	110,0	40,2	100,4	43,0	210,0	90,0
	16,4	8,8	6,0	9,6	23,0	3,0	9,5	3,6	19,9	7,4

Задание 6.2. Рассчитать и построить графики различных индикаторов технического анализа фондового рынка по имеющимся статистическим данным о курсах акций.

1. Вычислить индикаторы *RSI*, *ROC* и *скользящих средних* по имеющимся статистическим данным (таблица 6.4) о курсе акции (в качестве длины индикатора взять временной отрезок в 3–4 дня). Номер акции должен соответствовать порядковому номеру студента в списке группы.

2. Построить графики курса данной акции и индикаторов.

3. Проанализировать полученные результаты.

Варианты заданий приведены в таблице 6.4. В первом столбце таблицы 6.4 приводится дата торгов, в остальных отражается цена акций в этот день.

Выборка приведена для 10 видов (наименований) акций.

Таблица 6.4 – Динамика курса акций с 07.04.15 г. по 03.05.15 г. (в руб.)

Дата	Номера акций (ценных бумаг)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
07.4	3867	43928	82725	4341	9039	48436	7353	86933	8065	5097
08.4	3857	43117	83614	4416	9082	48619	7325	87114	8023	5035
09.4	3836	41764	83515	4499	8603	49299	7349	88473	8019	5070
10.4	3790	40850	83354	4582	8164	49526	7403	90042	8005	5117
11.4	3719	41236	84435	4695	8219	48104	7427	88649	8012	5108
14.4	3596	41948	84589	4917	8300	48985	7372	87085	7872	5107
15.4	3677	42123	84715	5164	8142	48759	7355	87185	7806	5117
16.4	3728	42069	85523	5215	7974	49008	7359	86474	7695	5105
17.4	3670	42994	86201	5027	8026	51005	7335	86950	7202	4998
18.4	3717	44397	85914	5100	8091	54312	7309	85975	7089	4709
21.4	3708	46003	85385	5040	8229	57482	7279	83475	7041	4611
22.4	3712	45852	86124	5111	8253	56532	7304	81224	6872	4743
23.4	3729	45974	85476	5140	8338	57174	7415	80070	6799	4689
24.4	3730	46553	85015	5180	8379	57362	7694	79445	6880	4770
25.4	3744	47273	84957	5202	8268	56350	8038	79556	6926	4804
28.4	3706	48212	84819	5184	8237	55340	8101	80469	7011	4738
29.4	3687	49137	84946	5161	8205	54936	8161	82578	7154	4717
30.4	3692	50414	85826	5168	8373	56527	8298	83016	7121	4659
01.5	3665	52734	85978	5232	8475	56503	8364	82549	7307	4652
02.5	3669	53070	86075	5288	8636	57045	8222	82477	7320	4841
03.5	3665	52507	86868	5324	8665	57019	8193	82996	7416	4726

ПРОИЗВОДНЫЕ ЦЕННЫЕ БУМАГИ

Производная ценная бумага – это бездокументарная форма выражения имущественного права (обязательства), возникающего в связи с изменением цены лежащего в основе данной ЦБ биржевого актива.

Это ЦБ на какой-либо ценовой актив: на цены товаров (зерно, мясо, нефть, золото и т.п.), на цены основных ценных бумаг (на индексы акций, на облигации), на цены кредитного рынка (процентные ставки), на цены валютного рынка (валютные курсы) и т.п.

К производным ценным бумагам (деривативам) относятся: форвардные и фьючерсные контракты (товарные, валютные, процентные, индексные и др.) и свободно обращающиеся опционы.

7.1. ФОРВАРДНЫЕ И ФЬУЧЕРСНЫЕ КОНТРАКТЫ

7.1.1. Основные понятия

Форвардный контракт – это соглашение (твердая сделка) между двумя сторонами о будущей поставке предмета контракта, которое заключается вне биржи, не является стандартным и, как правило, преследует цель реальной поставки актива.

Предметом соглашения могут быть различные активы: товары, акции, облигации, валюта и т.д.

С помощью такой сделки покупатель/продавец получает возможность застраховать себя от неблагоприятного изменения будущей конъюнктуры рынка.

В момент заключения форвардного контракта стороны согласовывают цену поставки (цену исполнения, цену, по которой сделка

будет исполнена). Это форвардная цена данного момента времени (страйковая цена).

Цена поставки является фиксированной величиной на протяжении всего времени действия контракта, а форвардная цена (ожидаемая) будет меняться в зависимости от конъюнктуры рынка.

Лицо, которое обязуется поставить соответствующий актив по контракту, открывает **короткую позицию**, т.е. продает контракт.

Лицо, приобретающее актив по контракту, открывает **длинную позицию**, т.е. покупает контракт.

Если один участник контракта решил перепродать свои обязательства третьему лицу, то этот контракт будет иметь цену в зависимости от форвардной цены, текущей цены (спотовой) и условий самого контракта.

Выигрыш покупателя и продавца форвардного контракта определяется соотношением цены актива в момент исполнения контракта и ценой исполнения контракта (рисунок 7.1).

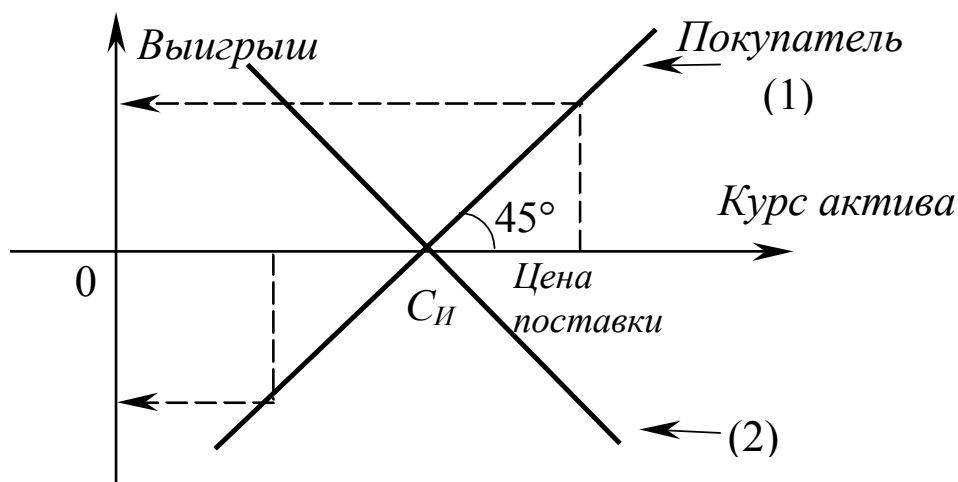


Рисунок 7.1 – Выигрыш покупателя (1) и продавца (2) форвардного контракта

7.1.2. Расчет цены форвардного контракта

При оценке форвардной цены актива (цены исполнения, $C_{И} = C_{F}$) следует исходить из предпосылки, что вкладчик в конце периода T должен получить одинаковый финансовый результат, заключив (купив) контракт на поставку актива или купив сам актив.

Рассмотрим форвардные контракты на активы, не выплачивающие доход до момента исполнения контракта.

➔ **Пример 7.1.** Пусть инвестор заключает форвардный контракт на поставку через полгода одной акции некоторой компании. В момент заключения соглашения цена спот акции равна 50 руб., а непрерывно начисляемая ставка без риска (банковская ставка) составляет 10% годовых.

Какой должна быть цена поставки (исполнения)?

Решение.

Инвестор имеет возможность купить акцию в настоящий момент за 50 руб. или по некоторой цене (цене поставки форвардного контракта) через полгода. С точки зрения его финансовых затрат оба варианта должны быть равноценны. То есть, 50 рублей сегодня есть дисконтированная стоимость будущей цены акции.

Следовательно, цена поставки (исполнения) будет равна

$$C_{II} = S(T) = S(0)e^{r_H T} = 50 \cdot \exp(0,1 \cdot 0,5) = 52,56 \text{ руб.}$$

➔ **Пример 7.2.** Прошло 3 месяца. Инвестор решил продать свой контракт. Цена спот акции в этот момент составляет 53 руб.

Сколько должен стоить этот контракт?

Решение.

В соответствии с условием контракта его новый владелец еще через три месяца должен будет заплатить за акцию цену поставки 52,56 руб.

Эта цена эквивалентна сегодняшней сумме, т.е. приведенной стоимости цены поставки:

$$52,56 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,25) = 51,26 \text{ руб.}$$

Следовательно, цена форвардного контракта равна разности между ценой спот акции в момент продажи контракта и приведенной стоимости цены поставки:

$$C_k = 53 \text{ руб.} - 51,26 \text{ руб.} = 1,74 \text{ руб.}$$

Уравнение эквивалентности на нулевой момент времени можно было записать в виде:

$$53 = 52,56 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,25) + C_k.$$

В общем случае, если обозначить через C_k , C_{II} , C_S , C_F – цены, соответственно, контракта, исполнения (поставки), спот, форвардную цену, то можно записать соотношение (учитывая, что $S(0) = S(T)e^{-r_H T}$):

$$C_k + C_{II} \exp(-r_H T) = C_S$$

или

$$C_k = C_S - C_{II} \cdot \exp(-r_H \cdot T).$$

В момент заключения контракта $C_k = 0$, $C_{II} = C_F$.

Тогда

$$C_F = C_S \cdot \exp(r_H \cdot T);$$

$$C_k = C_S - C_{II} \cdot \exp(-r_H \cdot T) = (C_F - C_{II}) \exp(-r_H \cdot T).$$

Определим форвардную цену C_F и цену форвардного контракта C_k на активы, выплачивающие известный доход (дивиденды) в течение действия контракта (акции, купонные облигации).

➔ **Пример 7.3.** Цена спот акции равна 50 руб. Через три и шесть месяцев на нее выплачиваются дивиденды по 5 руб. Непрерывно начисляемая ставка без риска (r_H) на три месяца составляет 8%, а на шесть месяцев – 10%. Определить цену исполнения контракта на покупку акции через полгода (форвардную цену C_F акции).

Решение.

Инвестор имеет две альтернативы: приобрести акцию сейчас или через полгода, купив форвардный контракт.

Цена спот акции сегодня должна равняться сумме приведенных стоимостей цены поставки и двух дивидендов (Div), т.е.

$$50 = 5 \cdot \exp(-0,08 \cdot 0,25) + 5 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,5) + C_{II} \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,5).$$

Отсюда

$$C_{II} = C_F = 42,41 \text{ руб.}$$

➔ **Пример 7.4.** Другой контракт был заключен 2 месяца назад и продается в настоящий момент. До истечения (окончания) срока контракта остается шесть месяцев. Через три и шесть месяцев будут выплачены дивиденды по 5 руб. Цена поставки равна 40 руб., цена спот акции составляет 50 руб. Непрерывная ставка без риска на 3 месяца – 8%, а на 6 месяцев – 10%. Определить стоимость форвардного контракта.

Решение.

Инвестор имеет две альтернативы: или купить акцию сейчас за 50 руб. (с получением последующих двух дивидендов), или купить контракт на поставку акции через полгода по цене 40 руб.

Приведенная стоимость дивидендов к моменту покупки контракта составляет $5 \cdot (\exp(-0,08 \cdot 0,25) + \exp(-0,1 \cdot 0,5)) = 9,66$ руб.

А 40 руб., которые надо будет заплатить за акцию через полгода, эквивалентны $40 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,5) = 38,05$ руб. в момент покупки контракта.

Уравнение эквивалентности на нулевой момент времени имеет вид:

$$50 = 5 \cdot \exp(-0,08 \cdot 0,25) + 5 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,5) + 40 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,5) + C_k.$$

Имеем соотношение

$$50 = 38,05 + 9,66 + C_k.$$

Отсюда

$$C_k = 2,29 \text{ руб.}$$

Расчет цены контракта при известной ставке дивидендов

Ставка дивидендов за некоторый период времени есть отношение дивиденда за этот период к цене акции.

Обозначим непрерывно начисляемую ставку дивидендов q .

→ **Пример 7.5.** Курс спот акции составляет 50 руб., а через три месяца на нее выплачивается дивиденд, непрерывно начисляемая ставка которого равна 8%, ставка без риска 10%. Определить форвардную цену акции, если контракт заключается на три месяца, выплата дивиденда происходит до поставки акции по контракту.

Решение.

Инвестор имеет две альтернативы: или купить акцию сегодня за 50 руб. и получить на нее через три месяца дивиденд, или заключить контракт на приобретение акции через 3 месяца, инвестировав на этот период под безрисковую ставку дисконтированную стоимость форвардной цены и соответствующего дивиденда. На основе равенства инвестируемых сумм для этих двух вариантов имеем соотношение

$$50 = C_H \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,25) + (50 \cdot \exp(0,08 \cdot 0,25) - 50) \cdot \exp(-0,08 \cdot 0,25).$$

Второе слагаемое здесь – дисконтированная стоимость дивиденда.

Отсюда

$$C_H = C_F = 50,25 \text{ руб.}$$

В более общем случае можно записать

$$C_S = C_F \cdot \exp(-r_H \cdot T) + C_S - C_S \cdot \exp(-q \cdot T).$$

Отсюда

$$\begin{aligned} C_F \cdot \exp(-r_H \cdot T) &= C_S \cdot \exp(-q \cdot T); \\ C_H = C_F &= C_S \cdot \exp\{(r_H - q) T\}. \end{aligned}$$

Предположим, что через некоторое время после заключения контракта продается на вторичном фондовом рынке.

Так как на рынке возникла уже новая форвардная цена, то для реализации второй стратегии инвестор должен заплатить за контракт некоторую сумму C_k .

В итоге должно соблюдаться равенство

$$C_S = C_H \cdot \exp(-r_H \cdot t) + (C_S - C_S \cdot \exp(-q \cdot t)) + C_k,$$

где t – время от момента покупки до истечения контракта.

Второе слагаемое здесь – дисконтированная стоимость дивиденда.

Отсюда

$$C_k = C_S \cdot \exp(-q \cdot t) - C_H \cdot \exp(-r_H \cdot t).$$

Так как

$$C_F = C_S \cdot \exp\{(r_H - q) \cdot t\},$$

то можно получить соотношение

$$\begin{aligned} C_k &= C_F \cdot \exp\{-(r_H - q) \cdot t\} \cdot \exp(-q \cdot t) - C_H \cdot \exp(-r_H \cdot t) = \\ &= (C_F - C_H) \cdot \exp(-r_H \cdot t). \end{aligned}$$

➔ **Пример 7.6.** Прошел месяц. Определим стоимость контракта для предыдущего примера (контракт продается за два месяца до его истечения), если цена спот акции в этот момент равна 52 руб.

Решение.

Имеем

$t = 2$ мес. = 0,1667 лет; $r_H = 0,1$; $q = 0,08$; $C_H = 50,25$; $C_S = 52$ руб.

Тогда

$$\begin{aligned} C_k &= C_S \cdot \exp(-qt) - C_H \cdot \exp(-r_H \cdot t) = \\ &= 52 \cdot \exp(-0,08 \cdot 0,1667) - 50,25 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,1667) = 1,89 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Уравнение эквивалентности на нулевой момент времени имеет вид:

$$\begin{aligned} 52 &= 50,25 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,1667) + \\ &+ (52 \cdot \exp(0,08 \cdot 0,1667) - 52) \exp(-0,08 \cdot 0,1667) + C_k. \end{aligned}$$

Второе слагаемое здесь – дисконтированная стоимость дивиденда.

Получаем:

$$C_k = 1,89 \text{ руб.}$$

7.1.3. Фьючерсные контракты

Фьючерсный контракт заключается только на бирже. Биржа сама разрабатывает его условия, которые являются стандартными для каждого конкретного вида актива: по количеству, качеству, срокам, месту поставки. В процессе публичных биржевых торгов определяется цена исполнения. Торговля носит обезличенный характер, в частности, отсутствует необходимость оценки риска невыполнения контрагентом по сделке своих обязательств.

Лицо, которое берет на себя обязательство принять актив, занимает длинную позицию, т.е. покупает контракт.

Исполнение контракта обязательно, но может совершаться разными способами. Например, продавец, заключивший контракт на продажу товара (открытая позиция), может не дожидаться срока его поставки.

Заклучив обратную сделку и купив такое же количество товара, которое он ранее продал, участник торговли закрывает свою позицию.

После заключения контракт регистрируется, и с этого момента продавец и покупатель имеют дело не напрямую между собой, а с биржей.

Биржа организует вторичный рынок данных контрактов и гарантирует их исполнение.

Следствиями отмеченных условий торговли являются: концентрация торговой активности на ограниченном количестве контрактов; большие объемы торговли; высокая ликвидность, т.е. возможность купить или продать эти контракты практически в любой момент торговой сессии по складывающейся на этот момент рыночной цене; небольшая разность между ценами спроса и предложения.

Начальная маржа – гарантийный взнос (в виде денег, ценных бумаг, безотзывных депозитов), вносимый клиентами и фирмами в Расчетную (клиринговую) палату Биржи для выполнения своих обязательств по каждой вновь открываемой позиции. Начальная маржа возвращается, когда открытая позиция ликвидируется при ее компенсации противоположной позицией или в результате исполнения контракта.

Возможна дополнительная маржа – гарантийный взнос, вносимый при сохранении открытых позиций в месяц поставки товара по контракту, например, в случае резкого колебания цен на рынке.

Дополнительная маржа возвращается при закрытии позиции либо при нормализации ситуации на рынке.

Обезличенность биржевой торговли позволяет каждому участнику торгов в любой момент времени знать лишь общее число своих открытых позиций по данному фьючерсному контракту и не вести учет контрагентов. Если у некоторого участника торгов открыта длинная позиция (покупатель) в 30 контрактов и он покупает дополнительно 12 контрактов, то его открытая позиция становится равной 42, а если он затем продает 50 контрактов, то получает короткую позицию в 8 контрактов. При этом безразлично, с кем именно заключаются эти сделки.

Если число открытых позиций становится равным 0, то участник торгов закрыл позиции: «выходит из игры» и не несет никаких обязательств по исполнению контрактов.

При наступлении момента исполнения контракта биржа вновь сводит вместе покупателей и продавцов, у которых на этот момент остались открытые позиции (общее число длинных позиций всегда равно общему количеству коротких).

Фраза «участник торгов заключил сделку объемом N контрактов» означает, что он купил N контрактов, если N положительно, и продал N контрактов, если N отрицательно.

Стандартизация по датам поставки означает, что одновременно на бирже торгуются контракты с вполне фиксированными датами исполнения (датами экспирации).

Стандартизация по датам поставки позволяет проследить изменение цены определенного контракта от сделки к сделке в течение всего срока существования этого контракта. Биржа ежедневно на основании данных о заключенных в этот день сделках определяет для каждого контракта его расчетную цену или цену закрытия.

Обычно вначале вычисляют средневзвешенную цену C_{cp} исполнения сделок, заключенных в оговоренный правилами заключительный период торговой сессии (порядка 2–5 минут). Далее учитываются последние цены спроса и предложения (котировки или квоты покупателя и продавца).

Если последняя цена спроса больше C_{cp} , то в качестве расчетной цены принимается цена спроса; если последняя цена спроса меньше C_{cp} , то берется цена предложения. Обычно C_{cp} располагается между котировками покупателя и продавца и в этом случае оказывается расчетной ценой.

Ежедневная биржевая сводка содержит котировки контрактов с различными сроками исполнения, объем торгов и число открытых позиций.

Объем торгов подсчитывается как сумма количеств контрактов во всех сделках данного торгового дня, отдельно по месяцам поставки и суммарных. Число открытых позиций определяется как сумма открытых позиций на конец дня всех участников торгов, имеющих длинные открытые позиции.

Фьючерсный контракт аналогичен по своей сути форвардному контракту, но торгуется на бирже, торговля носит обезличенный характер по стандартным правилам биржи. Принципиальное различие между ними лежит в способах расчета прибылей (убытков).

Пусть, например, 7 апреля 2015 г. были заключены форвардный и фьючерсный контракты на поставку некоторого актива со сроком поставки 15 апреля 2015 г. и ценой исполнения 1800 руб. за единицу актива. Спот-курс актива и расчетная цена фьючерсного контракта изменялись по дням так, как показано в таблице 7.1.

Таблица 7.1 – Сопоставление расчетов по форвардному и фьючерсному контрактам

<i>Дата торгов</i>	<i>7.04.</i>	<i>11.04.</i>	<i>12.04.</i>	<i>13.04.</i>	<i>14.04.</i>	<i>15.04.</i>
Курс актива	1772	1785	1785	1785	1789	1793
Курс фьючерса	1802	1809	1796	1794	1795	1793
Прибыли фьючерса за день	2	7	-13	-2	1	-2
Прибыли фьючерса на дату	2	9	-4	-6	-5	-7
Прибыли контракта						-7

Для покупателя фьючерсного контракта ситуация отличается тем, что в день заключения сделки или предварительно он обязан перечислить на свой счет, который ему открывает биржа, определенную сумму (гарантийный депозит, начальную маржу).

По итогам дня биржа определяет текущую котировку и немедленно начисляет на счет покупателя разность между котировкой и ценой исполнения, а в последующие дни – разность между текущей котировкой и котировкой предыдущего дня (отрицательная величина означает текущие убытки, которые списываются со счета).

После начисления (списания) средств цена исполнения фьючерсного контракта для каждого участника торгов, имеющего открытые позиции по данному контракту, становится равной текущей котировке.

Эта процедура называется приведением позиций к рынку или учетом по рынку, а открытые позиции – приведенными к рынку.

Из таблицы 7.1 следует, что суммарные убытки покупателя фьючерсного контракта на 14.04.2015 г. составят 5 руб. (за единицу актива).

Окончательный убыток окажется равен тем же 7 руб., что и в случае форвардного контракта.

Введение процедуры ежедневного начисления (списания) вариационной маржи по фьючерсным позициям одновременно решает несколько задач.

1. При открытии фьючерсных позиций и их последующем закрытии разность цен покупки и продажи немедленно оказывается на счету трейдера, тогда как расчеты по форвардным контрактам откладываются до исполнения контракта.

2. Вариационная маржа является составной частью системы гарантий, применяемой биржей для обеспечения исполнения всеми участниками торгов своих обязательств.

Если участник торгов в какой-то день в результате списания отрицательной вариационной маржи не имеет на своем счете достаточных средств для обеспечения требуемого гарантийного депозита и не ликвидирует задолженность в установленные правилами сроки, то его позиции принудительно закрываются во избежание дальнейшего накопления убытков.

Иногда по договоренности сторон вместо поставки товара (актива, инструмента) исполнение контракта может быть сведено к простому перечислению между сторонами некоторой суммы, если обе стороны сочтут это более удобным и согласуют размер суммы.

В том случае, когда рынок данного товара достаточно ликвиден и позволяет определить единую «объективную» цену товара для всех участников торгов, возникает возможность использовать эту цену в день поставки в качестве базисной для проведения окончательных расчетов прибылей (убытков) между всеми участниками сделок, заранее оговорив это в условиях контракта. Такие контракты называются расчетными, а основным инструментом в них служит соответствующая числовая характеристика данного рынка (индекс).

Так, если в нашем примере контракты являются расчетными относительно курса актива, то покупатель форвардного контракта заплатит 15 апреля продавцу 7 руб. за каждую единицу актива контракта, а покупатель фьючерсного контракта доплатит 2 руб. за единицу актива в дополнение к 5 ранее выплаченным рублям, и на этом контракты будут считаться исполненными.

Типичным примером расчетных контрактов являются контракты на фондовый индекс – стоимость некоторого условного набора акций (портфеля), отражающего состояние определенного сектора рынка.

7.1.4. Расчет фьючерсной цены

Фьючерсная цена – это цена, которая фиксируется при заключении контракта (цена исполнения). Она отражает ожидания (прогноз) инвесторов относительно будущей цены спот для соответствующего актива.

Фьючерсная цена может лежать выше или ниже текущей цены спот для данного актива (рисунок 7.2).

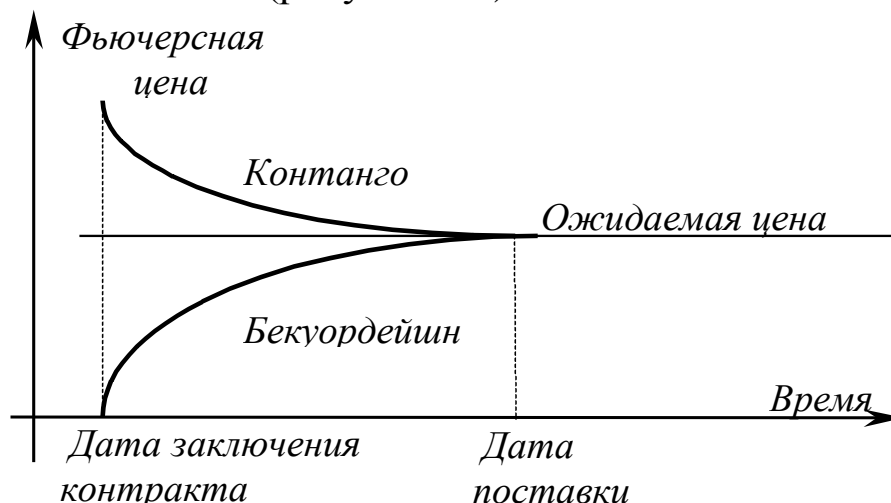


Рисунок 7.2 – Динамика фьючерсной цены

К моменту поставки фьючерсная цена равняется цене спот.

Разница между ценой спот и фьючерсной ценой на данный актив называется ценой доставки актива (базисом).

Цена доставки – это все затраты, связанные с владением активом в течение времени действия контракта, и упущенная прибыль. Она включает расходы по хранению и страхованию актива и упущенный процент.

Фьючерсную цену следует рассчитывать аналогично форвардной цене. Отличия в этих ценах могут привноситься некоторыми дополнительными факторами (налоговыми ставками, комиссионными, ликвидностью контрактов, гарантийными платежами и т.п.).

Фьючерсная цена равна цене спот плюс расходы по хранению и страхованию, плюс процент.

Определение точной фьючерсной цены усложняется еще и тем, что лицо, которое занимает короткую позицию, как правило, имеет возможность выбора срока поставки в рамках отведенного для этого времени (в начале, середине или конце месяца поставки).

Если фьючерсная цена $C_F(T)$ является возрастающей функцией от значения T , то вкладчику выгодно поставить инструмент (предмет контракта, актив) в начале периода поставки, поскольку он сможет инвестировать полученные по контракту средства под более высокий процент, чем он получает от владения данным инструментом.

Если $C_F(T)$ – убывающая функция, то инвестор будет стремиться поставить актив в последний день периода поставки, так как владение данным активом приносит ему более высокий доход, чем тот, который он сможет получить от реинвестирования полученных по контракту денежных средств.

В связи с этим расчет $C_F(T)$ в первом случае следует производить на начало периода поставки, во втором – на конец периода.

Пусть, например, имеем акцию с известной ставкой дивиденда q .

Тогда фьючерсная цена может быть вычислена по формуле

$$C_F(T) = C_S \cdot \exp\{(r - q) \cdot T\}.$$

Если $r > q$, то фьючерсная цена является возрастающей функцией и в этом случае инвестор может получить более высокий доход (ставку без риска r) от инвестирования денег, полученных за акции, по сравнению с дивидендом, который приносит ему владение акцией.

Отметим следующие **закономерности**.

Если форвардный и фьючерсный контракты имеют одинаковую дату истечения, а ставка без риска постоянна и одинакова для любых периодов времени, то форвардная и фьючерсная цены должны быть равны.

При сильной положительной корреляции цены актива и процентной ставки фьючерсная цена должна превышать форвардную.

Это следует из того, что при повышении цены актива вкладчик получает прибыль по фьючерсному контракту, которую он имеет возможность реинвестировать под более высокий, чем средний, существующий на рынке процент (т.е. приобретение контракта здесь более желательно).

При понижении цены актива вкладчик несет потери, которые рефинансируются уже под более низкий процент.

Форвардная сделка лишена таких преимуществ, так как все взаиморасчеты контрагентами осуществляются только по истечении контракта.

Следовательно, для такой ситуации фьючерсная цена должна превышать форвардную.

При сильной отрицательной корреляции цены актива и процентной ставки фьючерсная цена должна быть ниже форвардной.

Разность между двумя фьючерсными ценами для различных моментов времени называется **спрэд** (S_p):

$$S_p = C_{F2} - C_{F1},$$

где C_{F1} , C_{F2} – фьючерсная цена товара с более близкой и более отдаленными датами поставки соответственно.

Спрэд – есть цена доставки.

7.1.5. Финансовые фьючерсные контракты

Краткосрочные процентные фьючерсы часто котируются на базе индексной цены. Она определяется по соотношению

$$U = 100 - r_A,$$

где r_A – доходность (интерес) финансового инструмента, лежащего в основе фьючерсного контракта, %.

Биржа определяет для контрактов шаг h изменения цены, т.е. минимальный размер ее изменения. Например, один базисный пункт может быть равен $h = 0,0001 = 0,01\%$. Тогда цена шага C_h (т.е. его размер в денежном выражении) будет равна

$$C_h = h \cdot H \cdot T,$$

где H – номинал финансового инструмента;

T – период действия контракта, лет.

Число шагов K_h , на которое изменилась фьючерсная цена за период времени от t_1 до t_2 , можно определить по формуле

$$K_h = (C_{F2} - C_{F1})/h,$$

где C_{F1}, C_{F2} – фьючерсные цены в момент t_1 и t_2 соответственно.

Выигрыши инвестора по сделке подсчитываются по формуле

$$S = K_f K_h C_h,$$

где K_f – количество контрактов (фьючерсов).

➔ **Пример 7.7.** Инвестор приобрел два фьючерсных контракта номиналом 500 тыс. руб. каждый на 91 день по индексной цене 91,62, заплатив начальную маржу 1500 руб., и через 15 дней продал их по цене 91,65.

Каков годовой эффективный процент этой сделки?

Решение.

Доход инвестора за 15 дней вычисляется по соотношению

$$S = K_f K_h C_h,$$

где $K_f = 2; K_h = 3; C_h = 0,0001 \cdot 500000 \cdot 91/365 = 12,5$ руб.

Получаем:

$$S = 2 \cdot 3 \cdot 12,5 = 75 \text{ руб.}$$

Доходность сделки за 15 дней составила $75/1500 = 0,05 = 5\%$.

Эффективный годовой процент равен:

$$r_g = (1 + 0,05)^{365/15} - 1 = 2,278 = 227,8\% .$$

➔ **Пример 7.8.** Другой инвестор купил два контракта на 91 день по индексной цене 91,62 с целью получить на день поставки два депозита на общую сумму 1 млн. руб. (заплатив маржу 1500 руб.). Котировочная ставка (доходность) актива на момент поставки составила 8,3%.

Какова эффективность сделки?

Решение.

Индексная цена фьючерса составит $100 - 8,3 = 91,7\%$.

Тогда

$K_f = 2; C_h = 0,0001 \cdot 500000 \cdot 91/365 = 12,5$ руб.;

$$K_h = \frac{91,7 - 91,62}{0,01} = 8.$$

В результате роста цены контракта покупатель в качестве переменной маржи должен получить выигрыш в размере

$$S = K_f \cdot K_h \cdot C_h = 2 \cdot 8 \cdot 12,5 = 200 \text{ руб.}$$

Кроме того, ему возвращаются 1500 руб. начальной маржи.

Доходность за 91 день составит $200/1500 = 0,1333 = 13,33\%$.

Эффективный годовой процент будет равен

$$r_3 = (1 + 0,1333)^{365/91} - 1 = 0,65 = 65\%.$$

➔ **Пример 7.9.** Значение индекса (цена спот) ценной бумаги в момент заключения фьючерсного контракта равно 250, ставка непрерывно начисляемого дивиденда составляет 6%, ставка без риска 10%, контракт истекает через четыре месяца.

Определить фьючерсную цену индекса.

Решение.

Фьючерсный контракт на индекс можно рассматривать как акцию, выплачивающую дивиденд в течение действия контракта.

Тогда

$$C_F = C_S \cdot \exp\{(r - q) \cdot T\} = 250 \cdot \exp\{(0,1 - 0,06) \cdot 0,333\} = 253,36.$$

➔ **Пример 7.10.** Товар необходим через четыре месяца. Фьючерсная цена такого контракта равна 400 руб. за тонну товара, цена спот составляет 350 руб. Расходы по хранению и страхованию составляют 3 руб. в месяц за 1 тонну. Инвестор имеет возможность взять кредит из расчета 24% годовых простых.

Какую стратегию выбрать инвестору?

Решение.

Если инвестор купит контракт, то его затраты составят через 4 месяца 400 руб.

Если же он решит купить товар немедленно и сдать его на хранение, то он занимает средства (350 руб.) на четыре месяца под 24% годовых.

Процент по кредиту составит $350 \cdot 0,08 = 28$ руб. Расходы по хранению и страхованию: 12 руб. Итого, общие затраты на текущую покупку 1 тонны товара и его хранение составят 390 руб.

Прибыль от арбитражной операции составит 18 руб.

7.1.6. Фьючерсные стратегии

С помощью фьючерсных контрактов инвестор может формировать различные стратегии, которые часто называются спрэд или стрэдл (*straddl*).

Спрэд состоит в одновременном открытии длинной и короткой позиции по контрактам. Различают временный и межтоварный спрэд.

Временный спрэд состоит в одновременной покупке и продаже фьючерсных контрактов на один и тот же актив с различными датами истечения с целью получения прибыли за счет изменения соотношения цен контрактов.

Различают спрэд быка, спрэд медведя и спрэд бабочки.

Спрэд быка предполагает длинную позицию (покупку) по дальнему и короткую по ближнему контрактам.

Спрэд медведя предполагает короткую позицию (продажу) по дальнему и длинную по ближнему контрактам.

Инвестор использует спрэд быка, когда надеется на увеличение спреда, и спрэд медведя, – когда рассчитывает на его сужение (снижение).

Спрэд бабочки включает в себя три контракта: спрэд быка, спрэд медведя и общий средний контракт. Инвестор сформирует данную стратегию, когда между средним и крайними по времени контрактами не соблюдается требуемая величина спреда, однако не ясно, в какую сторону осуществляется перестройка фьючерсных цен.

Торговля базисом предполагает одновременную покупку (продажу) фьючерсного контракта и продажу (покупку) базисного актива.

7.2. Опционы

7.2.1. Основные понятия

Опционы на поставку в будущем (*options*) – это ЦБ, удостоверяющие **право** владельца совершить покупку определенного количества товара (опцион **колл**) или продажу его (опцион **пут**) по фиксированной цене в определенный момент времени (**европейский опцион**) или вплоть до определенного момента (**американский опцион**) времени.

Продавец опциона **обязан** исполнить свои конкретные обязательства, если покупатель (держатель) опциона решает его исполнить.

Покупатель имеет право исполнять опцион (т.е. купить или продать актив) только по той цене, которая зафиксирована в контракте (цена исполнения).

При покупке опциона покупатель уплачивает продавцу премию.

Выписывая опцион, продавец открывает по данной сделке короткую позицию (продажа опциона колл или пут), а покупатель – длинную позицию.

Опционы в отличие от фьючерсов ограничивают риск длинных позиций в условиях неопределенности динамики основного актива, и интерес к этому сегменту финансового рынка будет возрастать.

Цена опциона (премия) – это сумма, которую покупатели (инвесторы) платят при покупке опциона. Цена опциона зависит от:

- 1) соотношения цены исполнения и цены базового актива на рынке;
- 2) волатильности (изменчивости) рынка;
- 3) времени, оставшегося до даты истечения (исполнения);
- 4) средней банковской процентной ставки;
- 5) соотношения спроса и предложения.

Цена опциона складывается из двух составляющих:

- 1) внутренней (действительной) стоимости;
- 2) внешней (временной) стоимости.

Внутренняя стоимость опциона – это сумма, которая была бы получена за опцион, если бы он завершился сегодня.

Внутренняя стоимость определяется соотношением между ценой исполнения опциона и ценой базового актива на реальном рынке.

Внутренняя стоимость колл–опциона – это величина, на которую цена базового актива превышает страйковую цену:

$$C_{ок}^{внутр} = C_A - C_{И}.$$

Внутренняя стоимость пут–опциона – это величина, на которую страйковая цена превышает цену базового актива.

$$C_{оп}^{внутр} = C_{И} - C_A.$$

Внутренняя стоимость не может быть меньше нуля (таблица 7.2).

Таблица 7.2 – Внутренняя стоимость опционов

<i>Текущий курс доллара</i>	<i>Внутренняя стоимость колл-опциона со страйковой ценой 65,3 руб./долл.</i>	<i>Внутренняя стоимость пут-опциона со страйковой ценой 65,3 руб./долл.</i>
65,2	0	0,1
65,3	0	0
65,4	0,1	0

Временная стоимость опциона – это разница между ценой опциона и его внутренней стоимостью.

1. Временная стоимость опциона зависит, прежде всего, от времени, остающегося до прекращения прав по опциону: чем меньше период до даты истечения, тем меньше временная стоимость опциона.

Это связано с тем, что чем меньше остается времени до окончания срока действия опциона, тем менее вероятно изменение цен и больше шансов, что масштаб такого изменения будет небольшим.

Для покупателя опциона с увеличением периода до даты истечения будет повышаться эффективность его использования как средства страхования от неблагоприятного изменения цен.

Эта зависимость имеет нелинейный характер: кривая идет почти параллельно, когда опцион имеет длительный период до даты истечения, и начинает более быстрыми темпами увеличивать угол наклона при приближении опциона к моменту даты истечения.

В момент даты истечения опцион не имеет временной стоимости и будет отражать только внутреннюю стоимость.

2. Сравнение кривых зависимости премии, например, месячного и двухмесячного колл-опционов от текущей стоимости базового актива показывает, что чем больше срок действия опциона, тем выше его цена.

Разница возникает в результате наличия временной составляющей опционной цены.

3. Ожидаемая волатильность цены базового актива между текущей датой и днем даты истечения также оказывает влияние на изменение временной стоимости опциона: чем больше колебание, тем больше временная стоимость.

Иными словами, чем больше осознаваемый риск и вероятность убытков при невыгодном движении курса, тем выше цена страхования.

Эта цена отразится в более высокой временной стоимости.

Выделяют три вида волатильности:

Сезонная волатильность измеряется стандартным отклонением цены базового актива в зависимости от времени (года, месяца, дня недели).

Ожидаемая волатильность рассчитывается с помощью теоретических моделей оценки при известной рыночной цене опциона.

Прогнозируемая волатильность оценивается с использованием техники статистического анализа и экономического прогнозирования.

4. Определенное влияние на временную стоимость оказывает ставка банковского процента. При прочих равных условиях увеличение ставки ведет к снижению премии.

Для определения цены опциона разработаны различные математические модели. Наиболее широко используется формула Блэка–Шоулза, учитывающая влияние указанных ранее факторов.

При оценке опциона установлены три ограничительных условия:

1) цена опциона может быть равна нулю или быть больше нуля, но она никогда не будет отрицательной, поскольку держатель опциона всегда может отказаться от своего права покупки (продажи) базового актива.

2) цена опциона равна его внутренней стоимости или превышает ее, поскольку существует вероятность того, что до наступления срока исполнения опциона цена базового актива (курс доллара) может повыситься.

3) цена опциона всегда меньше цены базового актива на рынке.

Для анализа портфеля опционов и выбора правильной стратегии часто используют предельные коэффициенты цены опциона: дельта, гамма, омега, дзэта.

Дельта (δ) – это коэффициент страховки, показывающий, как меняется цена опциона при определенном изменении стоимости реального товара, т.е. степень корреляции цены опциона с ценой базового актива на реальном рынке.

Пусть имеем следующую информацию:

	<i>Момент времени 1</i>	<i>Момент времени 2</i>	<i>Изменение</i>
Курс актива	31,3	31,4	0,1
Цена опциона	0,46	0,51	0,05

Тогда

$$\delta = \frac{\Delta C_o}{\Delta C_A} = \frac{0,05}{0,1} = 0,5.$$

В данном случае при изменении цены актива (товара) на единицу цена опциона изменится на 0,5. Поэтому для страховки одной позиции на рынке реального товара необходимы два опциона.

Дельта характеризует угол наклона кривой, отражающей соотношение между ценой опциона (премией), ценой реального товара и временем до даты истечения.

Чем меньше время, оставшееся до даты истечения, тем больше кривая стремится к прямой. Это связано с тем, что исчезает временная составляющая цены опциона.

Знание коэффициента дельта позволяет:

1) установить, насколько должна уменьшиться или увеличиться премия по опциону при определенном мгновенном изменении цены базового актива;

2) выбрать правильный коэффициент хеджа, необходимый для получения не подверженной риску позиции;

3) сравнить риск по различным опционам, что дает возможность правильного управления рисками;

4) определить вероятность того, что опцион закончится «в деньгах».

Значение дельты δ для различных опционов:

1: глубоко «в деньгах»; 0,5 – 1: «в деньгах»; 0,5: «на деньгах»; 0 – 0,5: «вне денег»; 0: глубоко «вне денег».

Значение дельты при различных позициях:

Покупка валюты $\delta = 1$, продажа валюты $\delta = -1$.

Покупка колл-опциона $\delta = 0 - 1$, покупка пут-опциона $\delta = -1 - 0$.

Продажа пут-опциона $\delta = 0 - 1$, продажа колл-опциона $\delta = -1 - 0$.

Гамма (γ) – это коэффициент, который характеризует отношение изменения дельты по отношению к изменению стоимости базового актива на реальном рынке:

$$\gamma = \frac{\Delta \delta}{\Delta C_A}.$$

Гамма зависит от скорости падения временной стоимости.

С увеличением времени до даты истечения t_H кривая зависимости гаммы от внутренней стоимости становится все более пологой.

Портфель с положительной гаммой $\gamma > 0$ становится длиннее при увеличении цены инструмента и короче, если цена инструмента падает.

Соответственно портфель с отрицательной гаммой становится короче при движении цены вверх и длиннее в обратном случае.

Стратегии с отрицательной гаммой $\gamma < 0$ оптимальны, если цена реального товара остается неизменной или ожидаемая волатильность падает.

Стратегии с положительной гаммой обычно оптимальны, когда ожидается рост волатильности и движение цен реального товара имеет определенную направленность.

Гамма изменяется под влиянием волатильности.

В периоды с высокой волатильностью, при прочих равных условиях, дельта изменяется меньше при движении цены основного инструмента на 1 пункт, что ведет к уменьшению гаммы.

Омега (ω) – это коэффициент, который характеризует отношение изменения премии опциона под влиянием волатильности:

$$\omega = \frac{\Delta C_o}{\Delta \sigma}.$$

Чем больше волатильность рынка, тем больше вероятность прибыльного завершения опциона и, следовательно, выше цена опциона.

На цену опциона оказывает непосредственное влияние прогнозируемая волатильность; сезонная волатильность служит лишь ориентиром.

Портфель с положительной омегой увеличивает свою стоимость при росте волатильности и уменьшает – при ее падении.

Купленные опционы имеют положительную омегу, проданные – отрицательную. Портфели, содержащие и купленные и проданные опционы, могут иметь любое значение омеги в зависимости от размера данного коэффициента по отдельным опционам.

Дзета (ξ) – это коэффициент, который характеризует изменение цены опциона в зависимости от времени:

$$\xi = \frac{\Delta C_o}{\Delta t}.$$

Чем больше период до завершения опциона, тем больше вероятность его прибыльной реализации, следовательно, продавцу опциона требуются большие компенсации для противостояния большему риску.

Временная стоимость уменьшается при приближении опциона к завершению. Однако это падение носит нелинейный характер, и скорость падения увеличивается при приближении момента даты истечения.

При прочих равных условиях продажа опциона с небольшим периодом до завершения является хорошей стратегией, поскольку опцион будет требовать большего скачка цен на основной инструмент, чтобы противостоять снижению временной стоимости опциона.

Портфель опционов с положительной дзэтой увеличит свою стоимость со временем при прочих равных условиях, тогда как портфель с отрицательной дзэтой потеряет в стоимости со временем.

Купленные опционы имеют отрицательную дзэту, проданные – положительную. Портфели, содержащие и купленные и проданные опционы, могут иметь положительную или отрицательную дзэту в зависимости от размеров дзэты по отдельным опционам.

Дзэта увеличивается по мере приближения к дате истечения.

Пусть C_A – цена акции (актива) в момент исполнения опциона колл; C_{II} – цена исполнения опциона (страйковая цена); C_{OK} – премия, уплаченная за опцион колл (цена опциона).

Тогда возможные варианты исхода сделки в зависимости от курса акций к моменту реализации опциона (дата исполнения называется еще датой экспирации) на покупку (колл) можно представить в виде графика (рисунок 7.3).

Результаты сделки для продавца опциона колл (колл-опциона) будут противоположными по отношению к результатам покупателя.

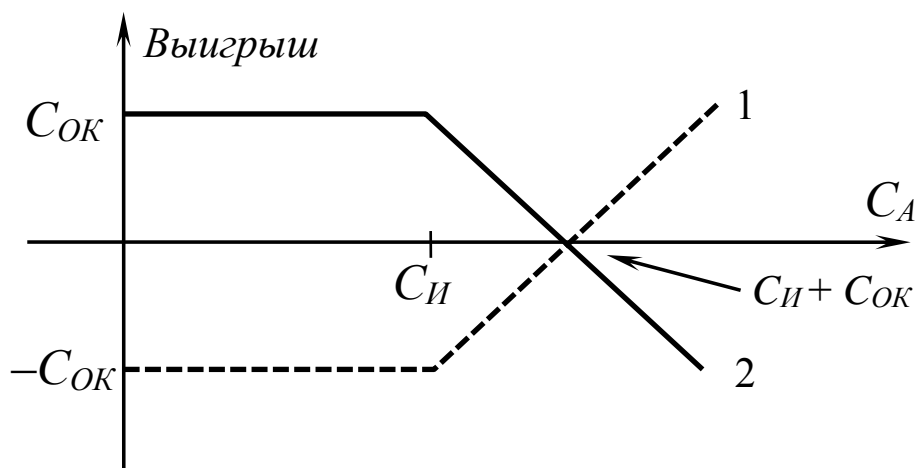


Рисунок 7.3 – Выигрыши–потери покупателя (1) и продавца (2) опциона колл

В общем случае доход для покупателя колл-опциона на момент его исполнения составит величину

$$Y_{OK} = \max\{-C_{OK}; C_A - C_I - C_{OK}\}.$$

Опцион пут дает право продать оговоренный в контракте актив в установленные сроки продавцу опциона по цене исполнения или отказаться от его продажи. Результаты сделки для продавца опциона пут противоположны по отношению к результатам покупателя (рисунок 7.4).

Доход покупателя пут-опциона (опциона пут) определяется соотношением (здесь C_{OP} – премия, уплаченная за опцион пут):

$$Y_{OP} = \max\{-C_{OP}; C_I - C_A - C_{OP}\}.$$

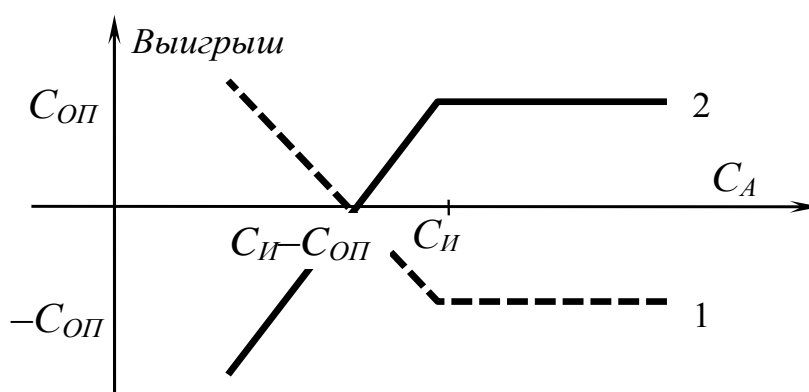


Рисунок 7.4 – Выигрыши-потери покупателя (1) и продавца (2) опциона пут

Организация торговли опционными контрактами аналогична торговле фьючерсными контрактами. При открытии позиции продавец контракта обязан внести гарантийную маржу, если он выписывает непокрытый опцион (в момент заключения контракта нет акций для поставки).

В целях ограничения спекулятивной активности биржа устанавливает позиционный лимит (максимальное число контрактов инвестора) и лимит исполнения контрактов (максимальное число контрактов, которые могут быть исполнены инвестором в течение нескольких смежных торговых дней).

7.2.2. Опционные стратегии

Сочетание опционов и активов используется для хеджирования инвестором своей позиции. Рассмотрим несколько вариантов стратегий инвестора на примере операций с акциями.

1. Инвестор выписывает (продает) один опцион колл и покупает одну акцию по дисконтированной цене исполнения (рис. 7.5).

Комбинированная позиция инвестора при такой стратегии (на момент исполнения) представляет собой такую же особенность, как и продажа опциона пут.

2. Инвестор продает одну акцию и покупает один опцион колл (рисунок 7.6). Стратегия аналогична покупке одного опциона пут.

3. Инвестор покупает одну акцию и один опцион пут (рисунок 7.7).

Стратегия аналогична покупке опциона колл.

4. Инвестор продает одну акцию и один опцион пут (рисунок 7.8).

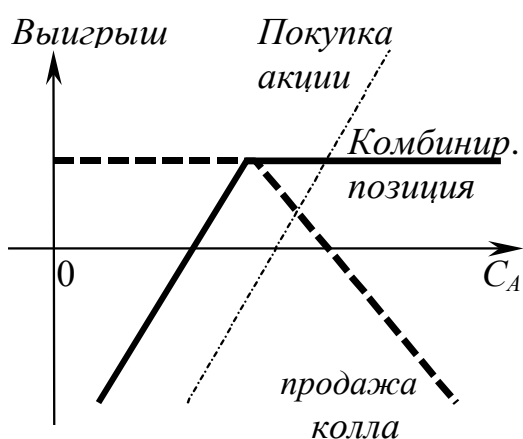


Рисунок 7.5 – Покупка одной акции и продажа одного колл-опциона

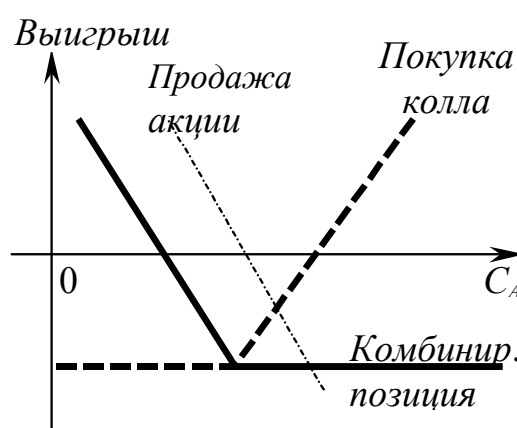


Рисунок 7.6 – Продажа одной акции и покупка одного опциона колл

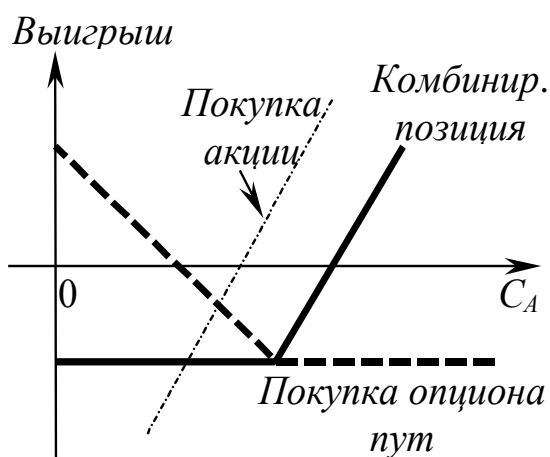


Рисунок 7.7 – Покупка одной акции и одного опциона пут

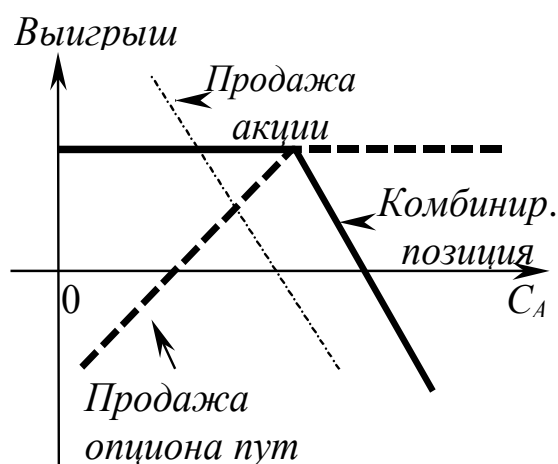


Рисунок 7.8 – Продажа одной акции и одного опциона пут

Созданные с помощью рассмотренных выше сочетаний искусственные опционы называются синтетическими. Функциональная роль таких опционов для инвесторов не однозначна.

Например, позиция рисунка 7.7 позволяет сформировать длинный колл за счет покупки акции и опциона пут.

Вкладчик прибегает к такой стратегии, когда стремится обезопасить себя от падения курса акций ниже некоторого значения.

В случае падения курса он исполнит опцион пут.

Приобретение простого опциона колл в этом случае не отвечает интересам вкладчика, так как он желает не играть на повышение (т.е. купить бумаги по более низкой цене исполнения и продать их по более высокому рыночному курсу в случае благоприятного исхода событий), а владеть данными акциями в данный момент, но в то же время обезопасить себя от больших потерь.

Наиболее интересные стратегии формируются за счет одновременной продажи и (или) покупки нескольких опционов. Такие стратегии подразделяются на две группы: комбинации и спрэды.

Комбинация – это портфель, состоящий из опционов различного вида (колл и пут) на одни и те же активы с одной и той же датой истечения контрактов, которые одновременно являются длинными или короткими, цена исполнения может быть одинаковой или разной.

Спрэд – это портфель, состоящий из опционов одного вида (только колл или только пут) на одни и те же активы, но с разными ценами исполнения и (или) датами истечения, причем одни из них являются длинными, а другие – короткими.

В свою очередь, спрэд подразделяется на вертикальный (цилиндрический или денежный), горизонтальный (календарный или временной) и диагональный.

Вертикальный спрэд объединяет опционы с одной датой истечения контрактов, но с различными ценами исполнения.

Горизонтальный спрэд состоит из опционов с одинаковыми ценами исполнения, но с различными сроками истечения.

Диагональный спрэд строится с помощью опционов, отличающихся как ценами исполнения, так и датами истечения.

Если спрэд создается из опционов, которые имеют противоположные позиции по сравнению со стандартным сочетанием, его называют обратным спрэдом.

Можно выделить повышающуюся и понижающуюся разновидности спреда. У повышающегося спреда длинный опцион имеет более низкую цену исполнения, короткий – более высокую.

Понижающийся спред характеризуется следующей особенностью: покупается опцион с более высокой ценой исполнения, продается с более низкой.

Рассмотрим разновидности вертикального спреда.

Спред быка. Данная позиция включает приобретение опциона колл с более низкой ценой исполнения и продажу опциона колл с более высокой ценой исполнения.

Контракты имеют одинаковый срок истечения.

Такая стратегия требует от инвестора первоначальных вложений (говорят, что он покупает спред) так как цена опциона колл C_{OK} с более низкой ценой исполнения C_{II} будет всегда больше, чем C_{OK} с более высокой C_{II} .

Создавая спред быка, инвестор рассчитывает на повышение курса акции.

➔ **Пример 7.11.** Инвестор покупает опцион колл за 4 долл. с ценой исполнения 40 долл. Одновременно он продает за 2 долл. опцион колл с ценой исполнения 45 долл.

Какова ситуация с точки зрения выигрыша?

Решение.

Инвестор первоначально затрачивает всего $4 - 2 = 2$ долл.

Если курс акции составит 45 долл., то инвестор исполнит первый опцион и получит доход в размере $45 - 40 - 2 = 3$ долл.

Если C_A будет равна 49 долл., то доход составит $49 - 40 - 2 = 7$ долл.

Но в этом случае контрагент с длинной позицией исполнит второй опцион, что увеличит затраты первого инвестора на сумму $49 - 45 = 4$ долл. Тогда общая прибыль инвестора составит также 3 долл.: $7 - 4 = 3$ долл. (рисунок 7.9).

При $C_A > 45$ долл. выигрыш инвестора всегда будет равен 3 долл.

Если $C_A < 40$ долл., он понесет потери в размере 2 долл., так как ни один опцион не будет исполнен.

При $C_A = 42$ долл. вкладчик получит нулевой результат по сделке.

Спред быка также можно построить, купив опцион пут с более низкой ценой исполнения и продав опцион пут с более высокой ценой исполнения. В этом случае, в отличие от операций с опционом

колл, инвестор имеет положительный приток средств в момент создания спреда.

Поэтому, когда вкладчик формирует данную стратегию, то говорят, что он продает спред. А конфигурация спреда аналогична рисунку 7.9.

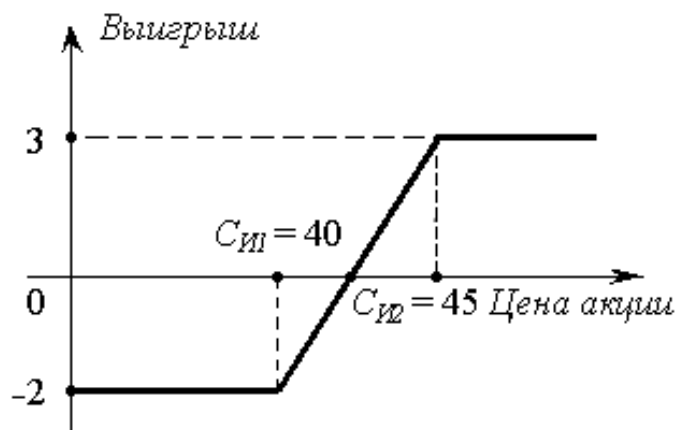


Рисунок 7.9 – Спред быка

$C_{И1}$ – цена исполнения длинного колла;
 $C_{И2}$ – цена исполнения короткого колла

➔ **Пример 7.12.** Инвестор купил за 3 долл. опцион пут с ценой исполнения $C_{И1} = 70$ долл. и продал за 7 долл. опцион пут с $C_{И2} = 80$ долл.

Каков выигрыш инвестора?

Решение.

Рассуждая аналогично выше приведенному случаю, получим график выигрыша в виде рисунка 7.10.

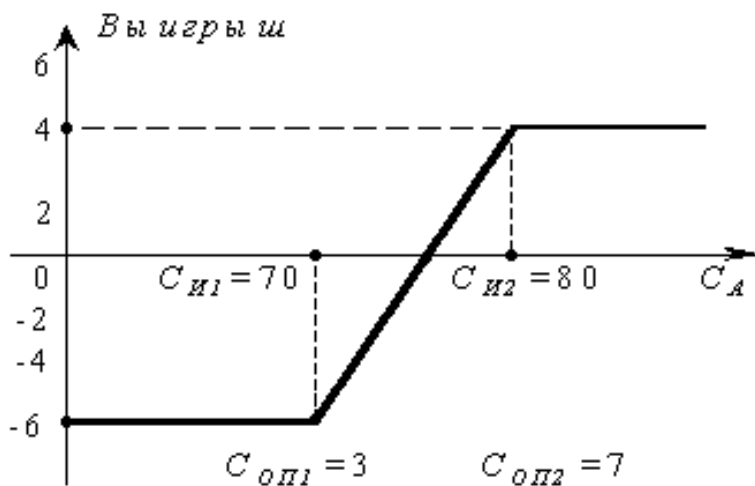


Рисунок 7.10 – Спред быка для опционов пут

Спрэд медведя представляет собой сочетание длинного колла (покупка) с более высокой ценой исполнения и короткого колла (продажа) с более низкой ценой исполнения.

Инвестор прибегает к такой стратегии, когда надеется на понижение курса акций, но одновременно стремится ограничить свои потери в случае его повышения. Поскольку здесь цена длинного колла ниже цены короткого колла, то заключение таких сделок означает первоначальный приток средств инвестору (вкладчик продает спрэд).

➔ **Пример 7.13.** Инвестор приобретает опцион колл за 2 долл. с ценой исполнения 40 долл. и продает за 4 долл. опцион колл с ценой исполнения 35 долл. Каков выигрыш инвестора?

Решение.

В результате сделок инвестор первоначально получает премию в размере $4 - 2 = 2$ долл.

Если на момент исполнения контрактов $C_A > 40$, то инвестор получит прибыль (понесет потери) на сумму $(35 - 40 + 2) = -3$ долл.

При $C_A < 35$ прибыль вкладчика составит $0 + 2 = 2$ долл. (рисунок 7.11).

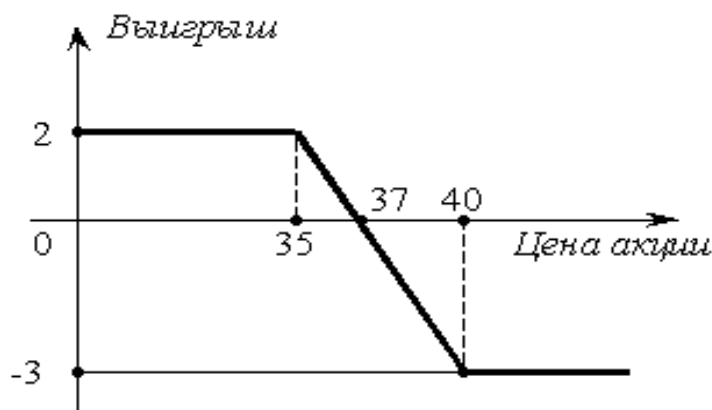


Рисунок 7.11 – Спрэд медведя при работе с опционами колл

Спрэд медведя можно создать за счет сочетания короткого опциона пут с более низкой ценой исполнения и длинного опциона пут с более высокой ценой исполнения.

В этом случае инвестор несет первоначальные затраты (покупает спрэд), так как первый опцион стоит дешевле второго.

➔ **Пример 7.14.** Инвестор продал за 3 долл. опцион пут с ценой исполнения 60 долл. и купил за 8 долл. опцион пут с ценой исполнения 72 долл.

Каков выигрыш инвестора?

Решение.

Рассуждая аналогично выше приведенным случаям, получим график выигрыша в виде рисунка 7.12.

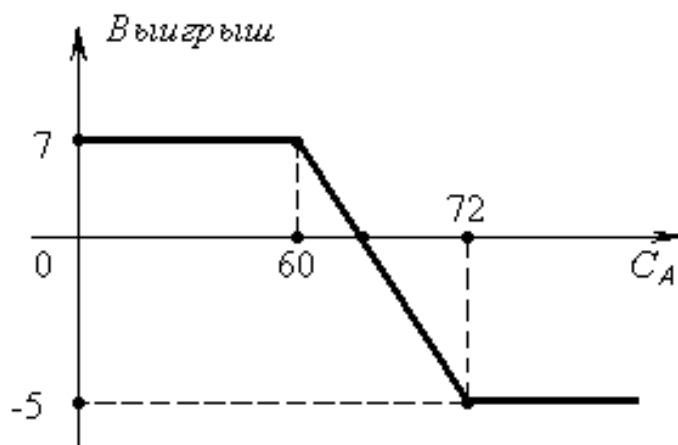


Рисунок 7.12 – Спрэд медведя, сформированный опционами пут

Обратный спрэд быка строят с помощью короткого опциона пут (продажа) с более низкой ценой исполнения и длинного опциона колл (покупка) с более высокой ценой исполнения.

При таком сочетании премия опциона пут должна быть больше премии опциона колл, т.е. инвестор первоначально имеет положительный приток финансовых средств. Вкладчик прибегает к такой стратегии, когда рассчитывает на повышение курса акций.

➔ **Пример 7.15.** Инвестор владеет акцией стоимостью 100 долл. Для страховки инвестор продает опцион пут за 5 долл. с ценой 95 и покупает колл за 4 долл. с ценой исполнения 105 долл.

Каков выигрыш инвестора?

Решение.

График выигрыша представлен в виде рисунка 7.13.

Позиция инвестора хеджирована в пределах одного доллара в диапазоне цены акции от 95 до 105 долл.

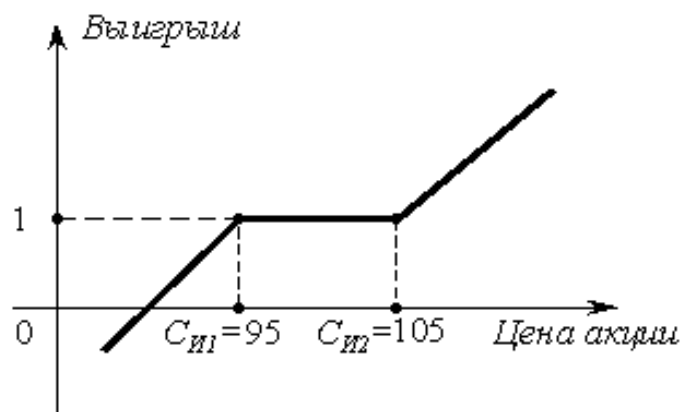


Рисунок 7.13 – Обратный спред быка

$C_{И1}$ – цена исполнения короткого пута;
 $C_{И2}$ – цена исполнения длинного колла

Обратный спред медведя. Это сочетание длинного опциона пут с более низкой ценой исполнения $C_{И1}$ и короткого опциона колл с более высокой ценой исполнения $C_{И2}$.

Инвестор прибегает к такой стратегии, когда рассчитывает на понижения курса акций.

➔ **Пример 7.16.** Инвестор купил за 4 долл. опцион пут с ценой исполнения 40 долл. и продал за 7 долл. опцион колл с ценой исполнения 50 долл.

Каков выигрыш инвестора?

Решение.

График выигрыша представлен в виде рисунка 7.14.

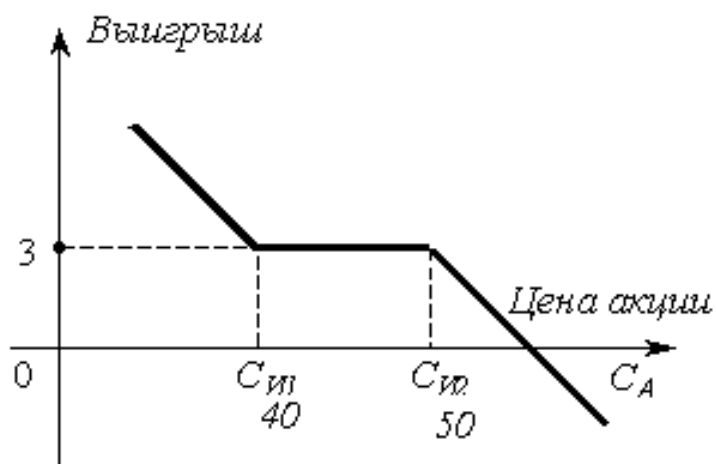


Рисунок 7.14 – Обратный спред медведя

Стеллажная сделка представляет собой комбинацию опционов колл и пут на одни и те же ценные бумаги с одной и той же ценой исполнения и датой истечения контрактов. Инвестор занимает только длинную или только короткую позицию. Инвестор выбирает длинную стратегию, когда ожидает значительного изменения курса ценных бумаг, однако не может точно определить, в каком направлении оно произойдет.

➔ **Пример 7.17.** Цена акции составляет 70 долл. Инвестор ожидает изменения курса акций и приобретает стеллаж с ценой исполнения 71 долл. со сроком исполнения 2 месяца. Премии опционов колл и пут составляют 2,5 долл. каждый.

Определить выигрыш инвестора.

Решение.

Выигрыш инвестора представлен на рисунке 7.15.

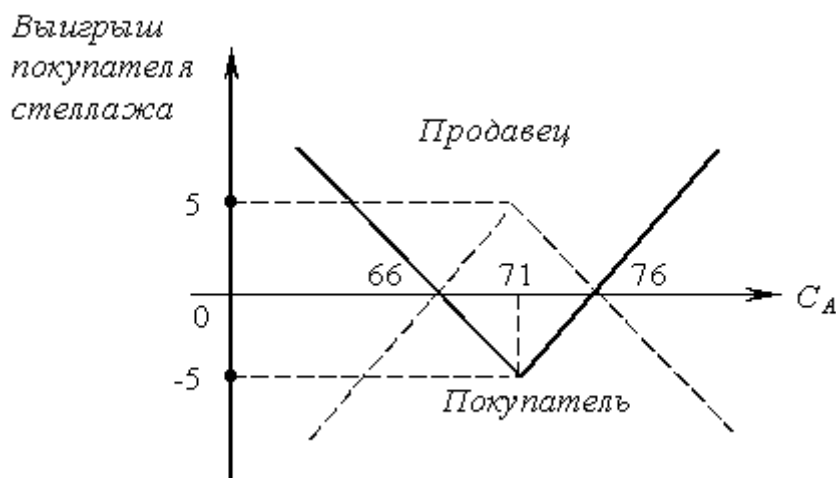


Рисунок 7.15 – Стеллажная сделка

В некоторых задачах о нахождении выигрыша – проигрыша инвестора, который придерживается той или иной опционной стратегии, бывает полезным найти аналитический вид функции выигрыша – проигрыша.

➔ **Пример 7.18.** Участник финансового рынка приобрел 2 опциона продавца с ценой исполнения 40 (финансовых единиц) и опцион покупателя с ценой исполнения 50 на один и тот же актив с одной и той же датой исполнения. Суммарная премия за эти соглашения составила 10.

Определить возможные потери и доход держателя таких опционов.

Решение.

Пусть C_A – цена актива на момент исполнения.

На момент исполнения функция выигрыша инвестора имеет вид

$$V(C_A) = 2(40 - C_A)^+ + (C_A - 50)^+ - 10,$$

где $f(x) = (x - a)^+ = \max(0, x - a)$.

Рассмотрим характерные случаи реализации C_A .

Если $C_A < 40$, то предъявляются к исполнению оба опциона продавца, опцион покупателя не предъявляется к исполнению, и тогда функция $V(C_A)$ имеет вид

$$V(C_A) = 2(40 - C_A)^+ - 10 = 70 - 2C_A.$$

В этом случае инвестор получает доход при $C_A < 35$.

Если $40 \leq C_A \leq 50$, то ни один опцион не предъявляется, инвестор теряет премию, функция выигрыша – проигрыша инвестора имеет вид

$$V(C_A) = -10.$$

Если $C_A > 50$, то опционы продавца не предъявляются, исполняется только опцион покупателя, и тогда

$$V(C_A) = (C_A - 50)^+ - 10 = C_A - 60.$$

В этом случае инвестор получит доход при $C_A > 60$.

Аналитически зависимость выигрыша – проигрыша инвестора от цены базисного актива на момент исполнения можно задать как

$$V(C_A) = \begin{cases} 70 - 2C_A, & \text{если } C_A < 40, \\ -10, & \text{если } 40 \leq C_A \leq 50, \\ C_A - 60, & \text{если } C_A > 50. \end{cases}$$

Таким образом, если цена опускается ниже 35, то доход составляет $V(C_A) = 70 - 2C_A$, если поднимается выше 60, то доход равен $V(C_A) = C_A - 60$, в остальных случаях инвестор несет убыток, не превышающий величину премии 10.

Волатильные стратегии – это комбинации и спрэды, для которых вкладчика в первую очередь интересует факт изменения курсовой стоимости актива и только во вторую очередь – направление этого изменения.

Ценовая политика биржевых опционов довольно сложным образом соотносится с ценой основного актива из-за разнообразия и сложности позиций игроков.

Изменение цены основного актива в будущем – это случайная величина, часто описываемая нормальным или логнормальным законом.

Пусть прогноз цены актива составляет величину S_F (рисунок 7.16).

Размер премии C_0 , уплаченной инвестором при покупке опциона колл, определяется из условия равенства вероятностей получения прибыли или убытков, зависящих от параметров закона распределения $f(S)$ курса основного актива.

Если $f(S)$ имеет вид кривой 2 (рисунок 7.16), то вероятность выигрыша по купленному опциону значительно повышается, т.е. для этих условий премия опциона окажется заниженной.

Другая ситуация у спекулянта, занявшего активную позицию «короткий стрэдл», которая состоит в одновременной продаже опционов пут и колл с одной страйковой ценой (фиксированной ценой исполнения).

Если ситуация описывается кривой 1 рис. 7.16, то вероятность выигрыша выше, чем вероятность получения убытков. Если же наблюдается кривая 3, то есть прогноз спекулянта оказался точным, то он получает беспроигрышную позицию. При кривой вида 2 премии будут занижены и вероятность получения убытков превышает вероятность выигрыша.

➔ **Пример 7.19.** Что выгоднее: продать стеллаж или купить колл за те же деньги?

Решение.

Все зависит от конкретного вида закона распределения цена актива на момент исполнения, а точнее от волатильности (дисперсии) цены актива на момент исполнения.

Позиции выигрыша инвестора в рассматриваемых стратегиях определяется рис. 7.16.

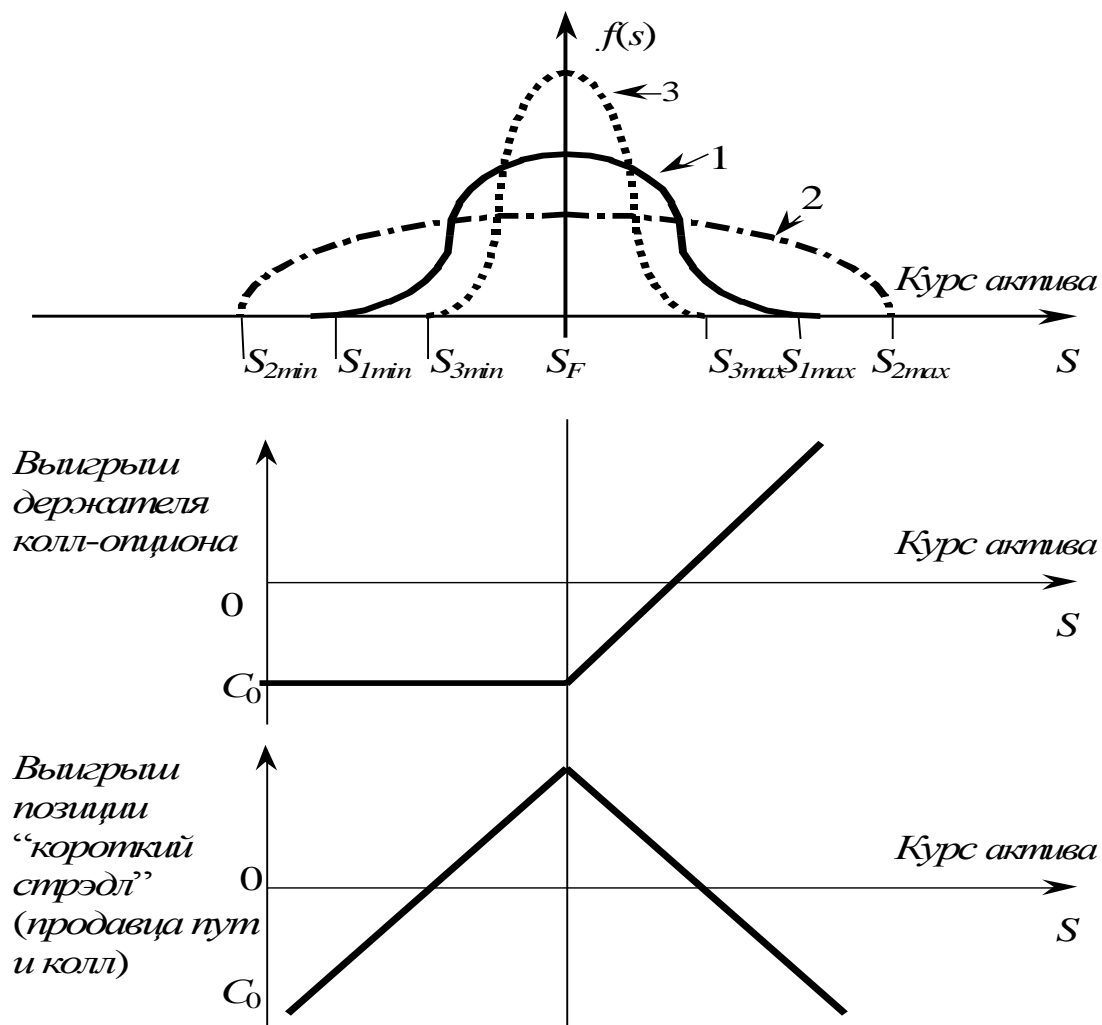


Рисунок 7.16 – Выигрыши инвесторов при различных ситуациях

➔ **Пример 7.20.** Продали пут-опцион со страйком 28,70 за 0,43. Чему равна прибыль по данной позиции при курсе актива 28,56?
Решение.

Прибыль составит

$$(28,56 - 28,70) + 0,43 = + 0,29.$$

➔ **Пример 7.21.** Купили колл-опцион со страйком 58,70 за 0,54. Чему равна прибыль по данной позиции при курсе актива 59,35?
Решение.

Прибыль составит величину

$$(59,35 - 58,70) - 0,54 = + 0,11.$$

➔ **Пример 7.22.** Продали пут-опцион со страйком 38,70 за 0,63. Чему равна прибыль по данной позиции при курсе актива 39,16?

Решение. Прибыль составит величину

$$\max(0; 38,70 - 39,16) + 0,63 = + 0,63.$$

➔ **Пример 7.23.** Продали пут-опцион со страйком 28,5 по 0,1, купили пут-опцион со страйком 28,7 по 0,2.

Какова прибыль (или убытки) при стоимости базового актива 28,4; 28,5; 28,6; 28,7; 28,8; 30,0?

Решение.

Прибыль составит соответственно:

1) $0,1 - 0,2 + \max(0; 28,5 - 28,4) + \max(0; 28,7 - 28,4) = + 0,3;$

2) $0,1 - 0,2 + \max(0; 28,5 - 28,5) + \max(0; 28,7 - 28,5) = + 0,1;$

3) $0,1 - 0,2 + \max(0; 28,5 - 28,6) + \max(0; 28,7 - 28,6) = 0;$

4) $0,1 - 0,2 + \max(0; 28,5 - 28,7) + \max(0; 28,7 - 28,7) = - 0,1;$

5) $0,1 - 0,2 + \max(0; 28,5 - 28,8) + \max(0; 28,7 - 28,8) = - 0,1;$

6) $0,1 - 0,2 + \max(0; 28,5 - 30,0) + \max(0; 28,7 - 30,0) = - 0,1.$

➔ **Пример 7.24.** Продали колл-опцион со страйком 58,70 за 0,65. Чему равна прибыль по данной позиции при курсе актива 59,15?

Решение.

Прибыль составит

$$(58,70 - 59,15) + 0,65 = + 0,20.$$

➔ **Пример 7.25.** Продали пут-опцион со страйком 28,90 за 0,42. Чему равна прибыль по данной позиции при курсе актива 28,46?

Решение.

Прибыль составит величину

$$(28,46 - 28,90) + 0,42 = - 0,02 \text{ (убыток)}.$$

➔ **Пример 7.26.** Купили пут-опцион со страйком 38,70 за 0,43. Чему равна прибыль по данной позиции при курсе актива 38,36?

Решение.

Прибыль составит величину

$$\max(0; 38,36 - 38,70) - 0,43 = - 0,43 \text{ (убыток)}.$$

➔ **Пример 7.27.** Инвестор купил 300 акций и выписал на эти бумаги три опциона колл. Цена исполнения – 30 долл. Премия – 3 долл. Курс акций – 28 долл. За приобретение контракта он уплатил комиссию в 30 долл. В дальнейшем цена акций выросла до 37 долл. и инве-

стор исполнил опцион. Комиссия по кассовой сделке составила 1,3% от стоимости акций.

Определить доход по сделке.

Решение.

Доход по сделке составит величину

$$300 \cdot (37 - 30 - 3) - 30 \cdot 3 - 37 \cdot 0,013 \cdot 300 = 965,7 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 7.28.** В начале месяца курс доллара равнялся 42 руб./долл.

Инвестор заключил фьючерсный контракт на 1000 долл. сроком на 1 месяц по цене 43 руб./долл. Согласно правилам фьючерской торговли для открытия одной позиции (приобретения одного валютного фьючерса) участник должен внести сумму $S_{нач}$, равную 10% от объема заключенного контракта по текущему курсу. Через 1 месяц курс доллара стал 44 руб./долл.

Какова эффективность сделки?

Решение.

Месячная доходность от вложения средств во фьючерсный контракт составит величину:

$$r_T = \frac{S(T) - S(0)}{0,1 \cdot S(0)} = \frac{44000 - 43000}{0,1 \cdot 42000} = \frac{1000}{4200} = 0,2381 = 23,81\%$$

Тогда годовая доходность от вложения средств во фьючерсный контракт по схеме простых процентов составит величину:

$$r_n = \frac{r_T}{T} = \frac{0,2381}{1/12} = 0,2381 \cdot 12 = 2,8572 = 285,72\%$$

Эффективная ставка операции (годовая ставка сложных процентов) вложения средств во фьючерсный контракт составит величину:

$$r_{\text{Э}} = (1 + r_T)^{1/T} - 1 = (1 + 0,2381)^{12} - 1 = 11,97 = 1197\%$$

Эффект высокого процента – эффект рычага.

Эффективная ставка операции может быть рассчитана и так:

$$r_{\text{Э}} = \left(\frac{S(T)}{S(0)} \right)^{1/T} - 1 = \left(\frac{5200}{4200} \right)^{12} - 1 = 11,97 = 1197\%$$

Некоторые качественные сравнительные характеристики различных контрактов приведены в таблице 7.3.

Таблица 7.3 – Сравнительная характеристика различных контрактов

<i>Характеристики контрактов</i>	<i>Форвардный контракт</i>	<i>Фьючерсный контракт</i>	<i>Опцион</i>
Предмет контракта	Товары, валюта, ценные бумаги	Товары, валюта, ценные бумаги	Товары, валюта, ценные бумаги
Качество актива	Варьируется в зависимости от потребителей	Определяется биржевой спецификацией	Определяется биржевой спецификацией
Дата поставки	Любая по соглашению сторон	Дата устанавливается биржей	Дата устанавливается биржей
Место заключения контракта	Вне биржи	Биржа	Биржа
Основная цель контракта	Реальная поставка актива	Хеджирование, игра на курсовой разнице	Хеджирование, спекулятивные операции
Разработчик условий сделки	Участники сделки	Биржа	Биржа
Ликвидность	Низкая	Высокая	Средняя
Риск	Присутствуют все виды рисков	Минимальный	Минимальный
Активность вторичного рынка	Низкая	Высокая	Средняя (в будущем повысится)

7.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ ПРЕМИИ ОПЦИОНОВ

7.3.1. Цены опционов к моменту истечения контрактов

К моменту истечения контракта цена опциона колл C_{OK} определяется соотношением цены актива (акции) C_A и цены исполнения C_{II} опциона (рисунок 7.17).

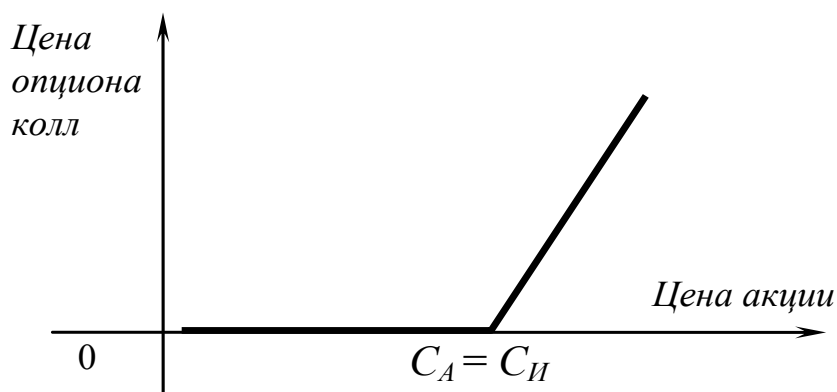


Рисунок 7.17. Цена опциона колл к моменту истечения контракта

Верхняя граница премии (цены) опциона колл ограничена ценой спот акции

$$C_{OK} \leq C_A,$$

т.е. право на приобретение какого-либо товара не может стоить больше, чем сам этот товар.

Цена опциона пут C_{OP} не должна быть больше цены исполнения (рисунок 7.18):

$$C_{OP} \leq C_И.$$

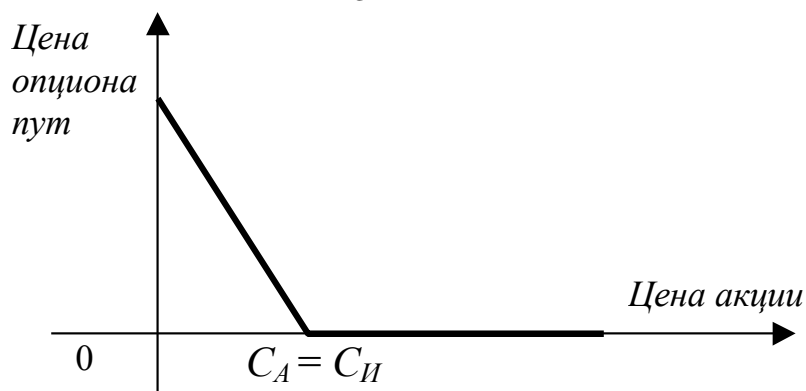


Рисунок 7.18 – Цена опциона пут к моменту истечения контракта

В момент приобретения опциона пут он должен стоить не больше приведенной стоимости цены исполнения, т.е. выполняется соотношение

$$C_{OP} \leq C_И \cdot \exp(-r_H \cdot T),$$

где T — время до истечения контракта;

r_H — непрерывно начисляемая ставка без риска.

Нижняя граница премии опциона колл (европейского) на акции, не выплачивающие дивиденды, определяется соотношением

$$C_{OK} \geq C_A - C_I \cdot \exp(-r_H \cdot T).$$

Нижняя граница премии европейского опциона пут по акциям, не выплачивающим дивиденд, определяется соотношением

$$C_{OP} \geq C_I \cdot \exp(-r_H \cdot T) - C_A.$$

С учетом верхних границ премий опционов можно записать следующие неравенства для цен опционов на активы без дивидендов:

$$C_A - C_I \cdot \exp(-r_H \cdot T) \leq C_{OK} \leq C_A;$$

$$C_I \cdot \exp(-r_H \cdot T) - C_A \leq C_{OP} \leq C_I \cdot \exp(-r_H \cdot T).$$

➔ **Пример 7.28.** Цена спот пакета акций равна 40 тыс. руб. Цена исполнения составляет 37 тыс. руб. Непрерывно начисляемая процентная ставка – 10%. Опцион колл покупается на один год.

Определить границы премии опциона колл.

Решение.

Нижняя граница премии опциона колл:

$$C_{OK} \geq C_A - C_I \cdot \exp(-r_H \cdot T) = 40 - 37 \cdot \exp(-0,1) = 6,52 \text{ тыс. руб.}$$

Верхняя граница составит цену спот пакета акций

$$C_A = 40 \text{ тыс. руб.}$$

➔ **Пример 7.29.** Определить границы цены опциона пут, если его цена исполнения составляет 52 долл., курс акций спот равен 50 долл., непрерывная ставка – 10%, а до истечения контракта осталось три месяца.

Решение.

Нижнюю границу цены получим из неравенства

$$C_{OP} \geq C_I \cdot \exp(-r_H \cdot T) - C_A = 52 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,25) - 50 = 0,716 \text{ долл.}$$

Верхняя граница составит величину

$$C_I \cdot \exp(-r_H \cdot T) = 52 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,25) = 50,716 \text{ тыс. руб.}$$

Для акции с дивидендами премия европейского опциона колл должна быть не меньше, чем разность между ценой спот акции и суммой приведенных стоимостей цены исполнения и дивидендов, которые планируется выплачивать на эти акции.

Так как американский опцион представляет инвестору больший диапазон возможностей, чем европейский (поэтому американский опцион всегда будет стоить не меньше аналогичного европейского), то и для него справедлива формула

$$C_{ОКА} \geq C_A - (C_H + Div) \cdot \exp(-r_H \cdot T).$$

А премия европейского опциона пут для акций с дивидендами определяется соотношением

$$C_{ОПЕ} \geq (C_H + Div) \cdot \exp(-r_H \cdot T) - C_A.$$

Раннее исполнение американского опциона колл на акции, не выплачивающие дивиденды, не является оптимальной стратегией.

Для акций с дивидендами это не всегда так.

Пусть имеется американский опцион колл, в основе которого лежат акции, выплачивающие дивиденды $Div_1, Div_2, \dots, Div_n$ на протяжении действия контракта в моменты t_1, t_2, \dots, t_n .

Если инвестор исполнит опцион колл непосредственно перед датой учета выплаты последнего дивиденда (момента t_n), то он получит сумму, равную

$$C_{ОКА}(t_n) = C_A(t_n) - C_H.$$

Если опцион не исполнен, то после выплаты дивиденда цена акции упадет до $C_A(t_n) - Div_n$, а нижняя цена опциона для момента времени T составит величину

$$C_{ОКА}^{\min} = C_A(t_n) - Div_n - C_H \cdot \exp(-r_H \cdot (T - t_n)).$$

Если

$$C_A(t_n) - Div_n - C_H \cdot \exp(-r_H \cdot (T - t_n)) \geq C_A(t_n) - C_H,$$

т.е.

$$Div_n \leq C_H(1 - \exp(-r_H \cdot (T - t_n))),$$

то опцион не выгодно исполнять в момент t_n , а выгоднее его продать.

Если же

$$Div_n > C_H(1 - \exp(-r_H \cdot (T - t_n))),$$

то опцион рекомендуется исполнить, особенно при высокой цене акции.

Аналогично рассуждаем для момента t_{n-1} и дивиденда Div_{n-1} .

При исполнении опциона непосредственно перед датой учета предпоследнего дивиденда инвестор получит сумму

$$C_{OKA}(t_{n-1}) = C_A(t_{n-1}) - C_H.$$

Если опцион не исполняется, то цена акции после момента t_{n-1} падает до уровня $C_A(t_{n-1}) - Div_{n-1}$.

Следующий наиболее оптимальный срок исполнения опциона может наступить только в момент t_n .

Поэтому нижняя граница цены опциона в момент t_{n-1} определяется выражением

$$C_{OKA}^{\min} = C_A(t_{n-1}) - Div_{n-1} - C_H \cdot \exp(-r_H \cdot (t_n - t_{n-1})).$$

Если

$$C_A(t_{n-1}) - Div_{n-1} - C_H \cdot \exp(-r_H \cdot (t_n - t_{n-1})) \geq C_A(t_{n-1}) - C_H,$$

т.е.

$$Div_{n-1} \leq C_H (1 - \exp(-r_H \cdot (t_n - t_{n-1}))),$$

то опцион не выгодно исполнять в момент t_{n-1} , а выгоднее его продать.

При условии

$$Div_{n-1} > C_H (1 - \exp(-r_H \cdot (t_n - t_{n-1})))$$

опцион оптимально исполнить в данный момент t_{n-1} .

➔ **Пример 7.30.** Имеется американский опцион колл, выписанный на восемь месяцев с ценой исполнения акции 48 долл. Соответствующие акции дают дивиденды 0,8 долл. через каждые три месяца.

Выгодно ли исполнить опцион перед первой или второй датой учета при непрерывной ставе 10% годовых?

Решение.

Для первого дивиденда имеем контрольную величину

$$C_H (1 - \exp(-r_H \cdot (t_2 - t_1))) = 48[1 - \exp\{-0,1 \cdot (0,5 - 0,25)\}] = 1,185 \text{ долл.}$$

Выполняется соотношение

$$Div_1 < C_H (1 - \exp(-r_H \cdot (t_2 - t_1))),$$

так как 0,8 долл. < 1,185 долл.

Для второго дивиденда имеем контрольную величину цены:

$$C_{II}(1 - \exp(-r_H \cdot (T - t_2))) = \\ = 48[1 - \exp\{-0,1 \cdot (0,667 - 0,5)\}] = 0,7855 \text{ долл.}$$

Так как на дату учета второго дивиденда 0,7855 долл. < 0,8 долл., то оптимально исполнить опцион непосредственно перед второй датой.

7.3.2. Соотношения между премиями опционов

1. Опцион колл с более низкой ценой исполнения должен стоить дороже опциона с более высокой ценой исполнения.

2. Опцион пут с более низкой ценой исполнения должен стоить дешевле опциона с более высокой ценой исполнения.

3. Цены американских опционов колл и пут возрастают по мере увеличения периода действия контрактов, а для европейских опционов это не всегда так.

4. Опцион на актив, цена которого имеет более высокое стандартное отклонение, должен стоить дороже опциона с меньшей величиной стандартного отклонения (с меньшей волатильностью).

5. Между ценами европейских опционов пут и колл на активы, выплачивающие и не выплачивающие доход (дивиденды), существуют паритетные отношения:

$$C_{ОКЕ} + C_{II} \cdot \exp(-r_H T) = C_{ОПЕ} + C_A.$$

6. Взаимосвязь между премиями американских опционов пут и колл для акций, не выплачивающих дивиденды, определяется соотношением:

$$C_A - C_{II} < C_{ОКА} - C_{ОПА} < C_A - C_{II} \cdot \exp(-r_H T).$$

7. Паритет европейских опционов пут и колл, в основе которых лежат акции, выплачивающие дивиденды, для начала периода контракта определяется соотношением:

$$C_{ОКЕ} + C_{II} \cdot \exp(-r_H T) + Div = C_{ОПЕ} + C_A.$$

8. Взаимосвязь между американскими опционами пут и колл на активы с дивидендами имеет вид:

$$C_A - C_{II} - Div < C_{ОКА} - C_{ОПА} < C_A - C_{II} \cdot \exp(-r_H T).$$

9. Между премиями трех опционов (колл или пут), которые отличаются только ценами исполнения ($C_{И1} < C_{И2} < C_{И3}$), существует следующее соотношение

$$C_{O2} < \left(\frac{C_{И3} - C_{И2}}{C_{И3} - C_{И1}} \right) C_{O1} + \left(\frac{C_{И2} - C_{И1}}{C_{И3} - C_{И1}} \right) C_{O3}.$$

➔ **Пример 7.31.** Цена спот акции равна 42 долл. Цена соответствующего европейского опциона колл на три месяца составляет 3,5 долл. при цене исполнения 40 долл. Непрерывно начисляемая ставка – 10% годовых.

Определить стоимость соответствующего опциона пут.

Решение.

На основе паритета цен опционов пут и колл имеем уравнение

$$C_{ОКЕ} + C_{И} \cdot \exp(-r_H T) = C_{ОПЕ} + C_A.$$

В нашем случае

$$3,5 + 40 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,25) = C_{ОПЕ} + 42.$$

Отсюда

$$C_{ОПЕ} = 0,51 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 7.32.** Для акций, не выплачивающих дивиденды, с текущей ценой 33,5 долл. цена трехмесячного американского опциона колл составляет 2 долл. при цене исполнения 35 долл. и безрисковой годовой ставке 10%. Определить цену опциона пут для данных условий.

Решение. Имеем соотношение

$$C_A - C_{И} < C_{ОКА} - C_{ОПА} < C_A - C_{И} \cdot \exp(-r_H T).$$

Для наших условий получаем

$$33,5 - 35 < C_{ОКА} - C_{ОПА} < 33,5 - 35 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,25).$$

То есть,

$$-1,5 < 2 - C_{ОПА} < 0,64,$$

и, следовательно, цена американского опциона пут заключена в пределах

$$2,64 \text{ долл.} < C_{ОПА} < 3,5 \text{ долл.}$$

7.4. МОДЕЛИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНЫ ОПЦИОНОВ

Премию опционов рассчитывают с помощью биномиальной модели.

Суть ее состоит в том, что время опционного контракта T разбивают на малые интервалы Δt и строят с учетом вероятностей дерево распределения курсовой стоимости акции.

Определив премию опциона перед датой истечения контракта, последовательным дисконтированием под непрерывную ставку без риска находят значение цены опциона для каждой точки пересечения дерева распределения курсовой стоимости акции и таким образом рассчитывают величину премии в момент заключения контракта.

Биномиальная модель для акций, не выплачивающих дивиденды, строится следующим образом.

Пусть в течение каждого интервала времени, на которые разбивается период T действия опциона, курс акции S может пойти вверх с вероятностью P или вниз с вероятностью $1 - P$ (рисунок 7.19).

В конце всего периода Δt акция стоит, соответственно, $S \cdot K_r$ или $S \cdot K_d$ финансовых единиц.

Здесь:

K_r – коэффициент прироста стоимости акций ($K_r > 1$);

K_d – коэффициент падения курсовой стоимости ($K_d < 1$).

При большом числе интервалов делается упрощение и принимается: $K_r = 1 / K_d$.

Тогда значение курса акций на дереве распределения можно представить как $S \cdot K_r^1$ (вместо $S \cdot K_r^{j+1} K_d^j$) или $S \cdot K_d^m$ (вместо $S \cdot K_r^j K_d^{j+m}$).

В условиях отсутствия риска ожидаемый доход на акцию за период Δt должен составить величину $S \cdot \exp(r_H \Delta t)$, а по формуле математического ожидания он должен быть $S(P \cdot K_r + (1 - P) \cdot K_d)$.

Имеем соотношение

$$S \cdot \exp(r_H \Delta t) = S(P \cdot K_r + (1 - P) \cdot K_d).$$

Отсюда получаем вероятность роста курса акции (актива)

$$P = \frac{\exp(r_H \Delta t) - K_d}{K_r - K_d}.$$

Процент прироста или падения курсовой стоимости акции зависит от интервала времени наблюдения Δt и от стандартного отклонения стоимости акции σ .

$$K_r = \exp(\sigma\sqrt{\Delta t}) ; K_d = \exp(-\sigma\sqrt{\Delta t}).$$

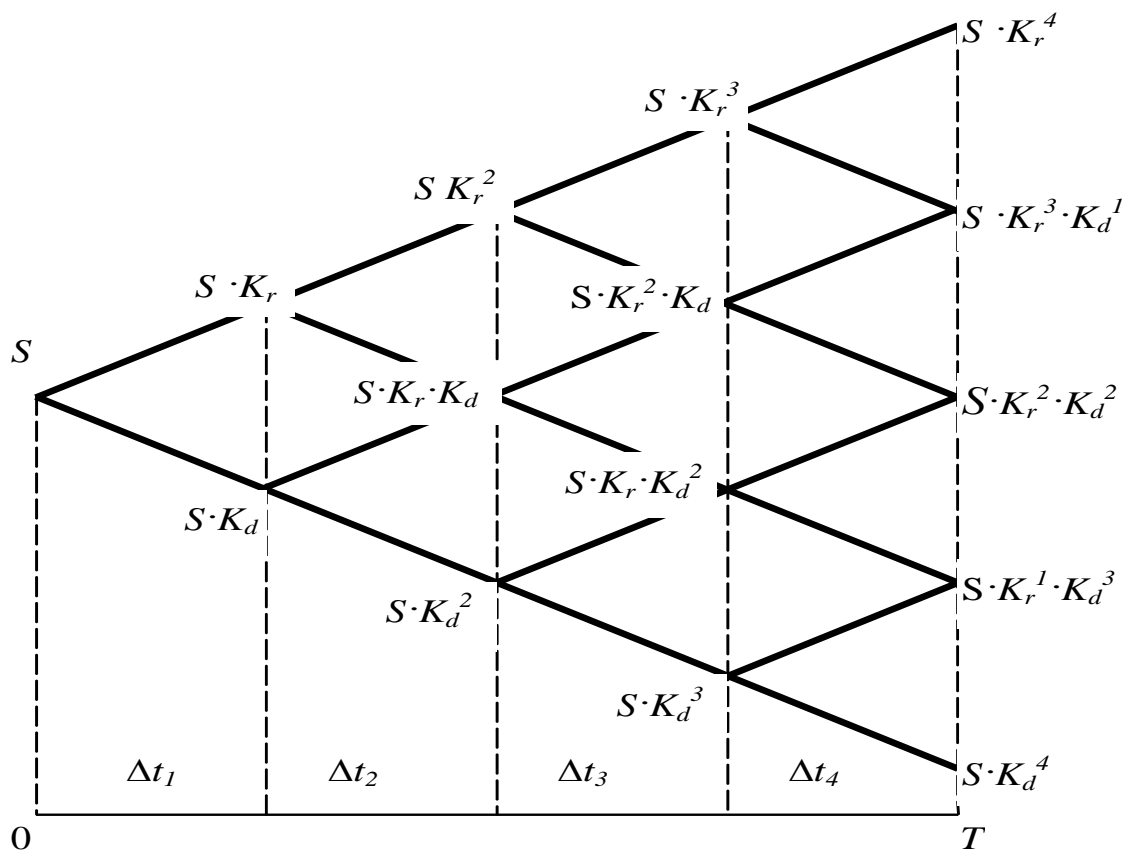


Рисунок 7.19 – Дерево распределения цены акции для четырех временных периодов

➔ **Пример 7.33.** Курс цены акции в начале периода равен 40 долл., СКО цены составляет 0,35 долл. Непрерывно начисляемая ставка без риска – 10%.

Определить вероятность повышения курса акций через месяц и построить дерево распределения цены актива на три месяца.

Решение.

Искомая вероятность определяется формулой:

$$P = \frac{\exp(r_H \Delta t) - \exp(-\sigma\sqrt{\Delta t})}{\exp(\sigma\sqrt{\Delta t}) - \exp(-\sigma\sqrt{\Delta t})}.$$

У нас $\Delta t = 0,0833$ года.

Получаем:

$$P = \frac{\exp(0,1 \cdot 0,0833) - \exp(-0,35\sqrt{0,0833})}{\exp(0,35\sqrt{0,0833}) - \exp(-0,35\sqrt{0,0833})} = \frac{1,0084 - 0,9039}{1,1063 - 0,9039} = 0,5163.$$

При этом

$$K_r = \exp(0,35\sqrt{0,0833}) = 1,1063; \quad K_d = \exp(-0,35\sqrt{0,0833}) = 0,9039.$$

Если известны величины Δt и σ , то вычисляются значения K_r , K_d и можно определить значение курса акции для любого периода времени.

Предположим, что инвестора интересуют возможные значения курса акций последовательно через один, два и три месяца.

Для точки $S \cdot K_d$ курса акций равен $40 \cdot 0,9039 = 36,16$ долл.

Для точки $S \cdot K_d^2$ получим цену акции $40 \cdot (0,9039)^2 = 32,68$ долл. и т.д. (рисунок 7.20).

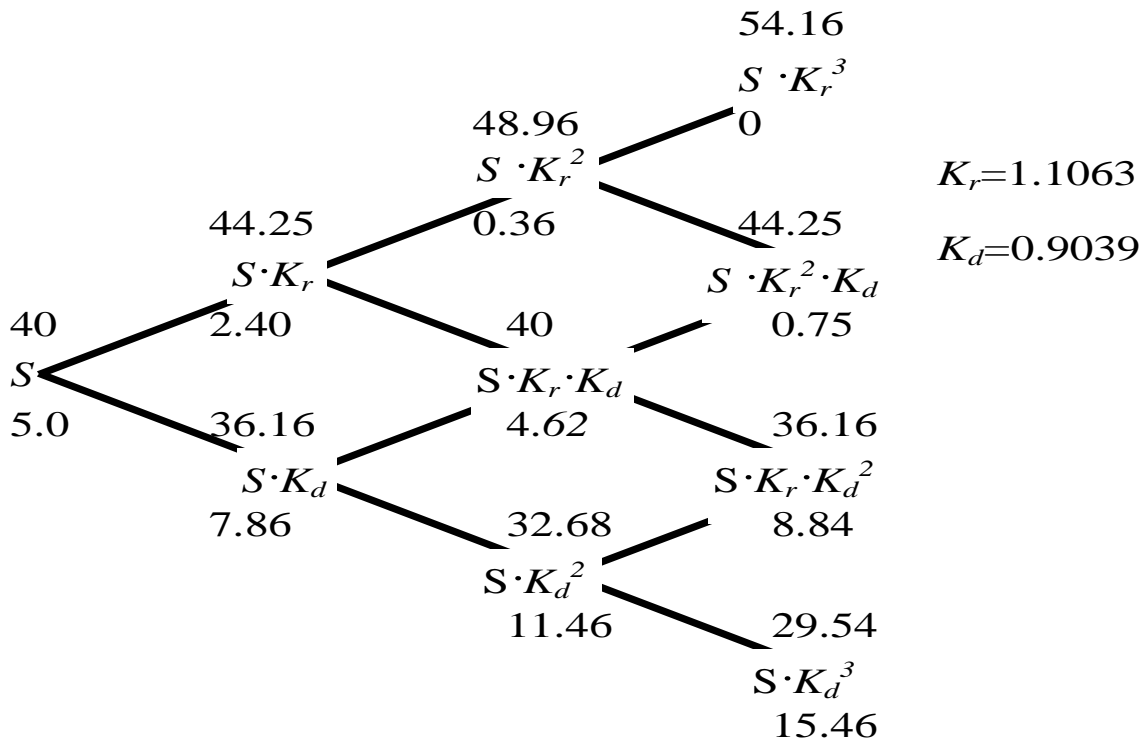


Рисунок 7.20 – Дерево распределения цены акции

После определения значений вероятностей повышения и понижения курса акций и значений цены акции в конце каждого месяца (интервала), можно перейти к определению величины премии опциона.

Рассмотрим это на примере.

➔ **Пример 7.34.** Инвестор приобретает европейский опцион пут на три месяца. Курс акции в момент заключения контракта равен 40 долл. Цена исполнения – 45 долл., непрерывно начисляется ставка – 10%, СКО цены акции – 0,35 долл.

Определить стоимость опциона.

Решение.

Через три месяца в точке $S \cdot K_r^3$ величина премии опциона будет равняться нулю (нижнее значение узла рис. 7.20).

Через три месяца в точке $SK_r^2 K_d$ ($S \cdot K_r$) величина премии опциона будет равняться

$$45 - 44,25 = 0,75 \text{ долл.}$$

Аналогично, в точке $S \cdot K_d$ цена опциона составляет величину:

$$45 - 36,16 = 8,84 \text{ долл.};$$

а в точке $S \cdot K_d^2$ цена опциона будет $45 - 29,54 = 15,46$ долл.

Цена опциона в начале периода Δt_3 (т.е. для точек $S \cdot K_r^2$, $S \cdot K_r \cdot K_d$, $S \cdot K_d^2$) – это дисконтированная стоимость его ожидаемой цены в конце этого периода (и так далее для каждого предыдущего отрезка времени).

Цену опциона в начале периода Δt можно определить по формуле

$$C_{ОП}(\Delta t) = \left(\sum_i C_{ОП_i} P_i \right) \cdot \exp(-r_H \cdot \Delta t),$$

где $C_{ОП_i}$, P_i – соответственно, ожидаемые значения цены опциона и их вероятности в конце периода i -го периода времени с шагом Δt .

Найдем цену опциона в точке $S \cdot K_r^2$:

$$C_{ОП}(\Delta t) = (0 \cdot 0,5163 + 0,75 \cdot 0,4837) \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,0833) = 0,36 \text{ долл.}$$

Для точки $S \cdot K_r \cdot K_d$ цена опциона составит величину

$$(0,75 \cdot 0,5163 + 8,84 \cdot 0,4837) \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,0833) = 4,62 \text{ долл. и т.д.}$$

Цена опциона для каждой точки на дереве распределения представлена второй строкой на рисунке 7.20. В итоге получаем, что премия опциона пут в начале периода T равна 5 долл.

➔ **Пример 7.35.** Пусть инвестор покупает аналогичный по своим условиям американский опцион. Построить и проанализировать дерево распределения цены акции и премии американского опциона.

Решение.

В этом случае досрочное исполнение контракта может явиться оптимальным решением.

Поэтому для каждого момента времени (конца каждого интервала Δt) его цена должна быть не меньше, чем $C_H - C_A$.

Дерево распределения цены акции и премии американского опциона приведено на рисунке 7.21.

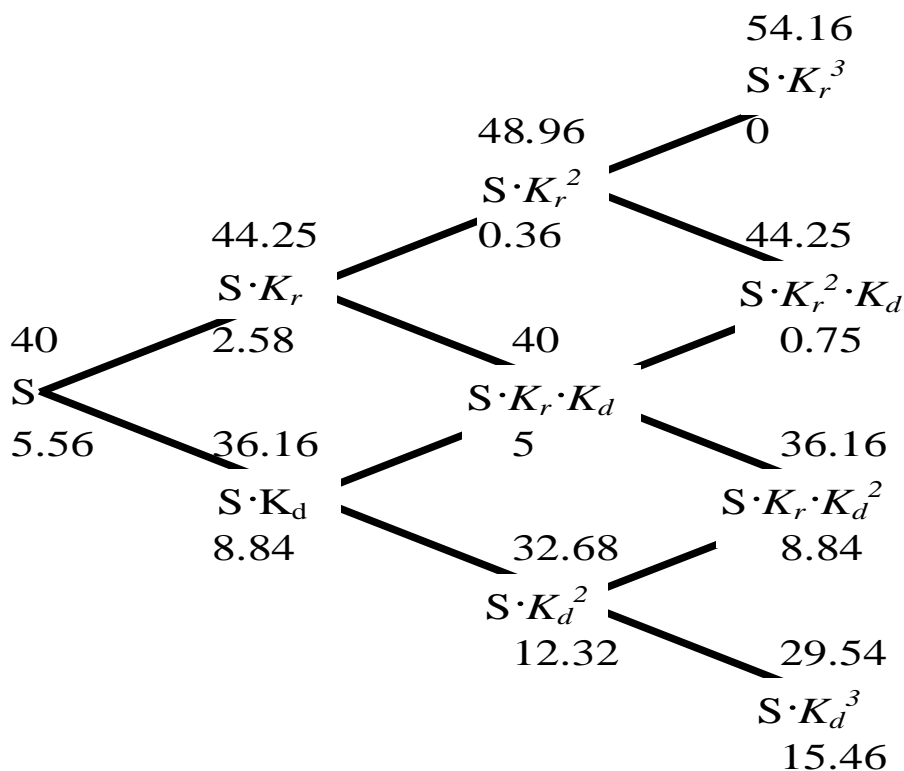


Рисунок 7.21 – Дерево распределения премии американского опциона пут

Расчетная цена опциона в точке $S \cdot K_r^2$ составляет 0,36 долл.

Однако в случае исполнения опциона в данный момент, он будет стоить

$$45 - 48,96 = -3,96 \text{ долл.}$$

Поэтому в этот момент времени исполнение опциона не является оптимальной стратегией, и инвестору следует продать опцион или подождать еще, т.е. цена опциона в указанной точке равна расчетной величине 0,36 долл.

Для точки $S \cdot K_r \cdot K_d$ расчетная цена равна 4,62 долл.

Однако в случае исполнения опциона в этот момент инвестор получит прибыль $45 - 40 = 5$ долл.

Следовательно, при таком развитии событий американский опцион будет стоить не 4,62 долл., а 5 долл. и его следует исполнить.

Для точки $S \cdot K_d^2$ премия опциона должна быть не меньше, чем $45 - 32,68 = 12,32$ долл.

В итоге получим, что цена американского опциона пут в момент заключения контракта равна

$$C_{ОП}(0) = 5,56 \text{ долл.}$$

Если в основе опциона лежат акции, на которые в течение действия контрактов выплачиваются дивиденды, то данный факт отражается в корректировке премии опциона.

Если в период действия опциона на акцию выплачиваются дивиденды, то при наличии информации о ставке дивиденда курсовую стоимость акции в момент выплаты дохода уменьшают на величину ставки дивиденда.

Поэтому дерево распределения цены акции при известной ставке дивиденда q (дивиденд выплачивается один раз) принимает вид рис. 7.22.

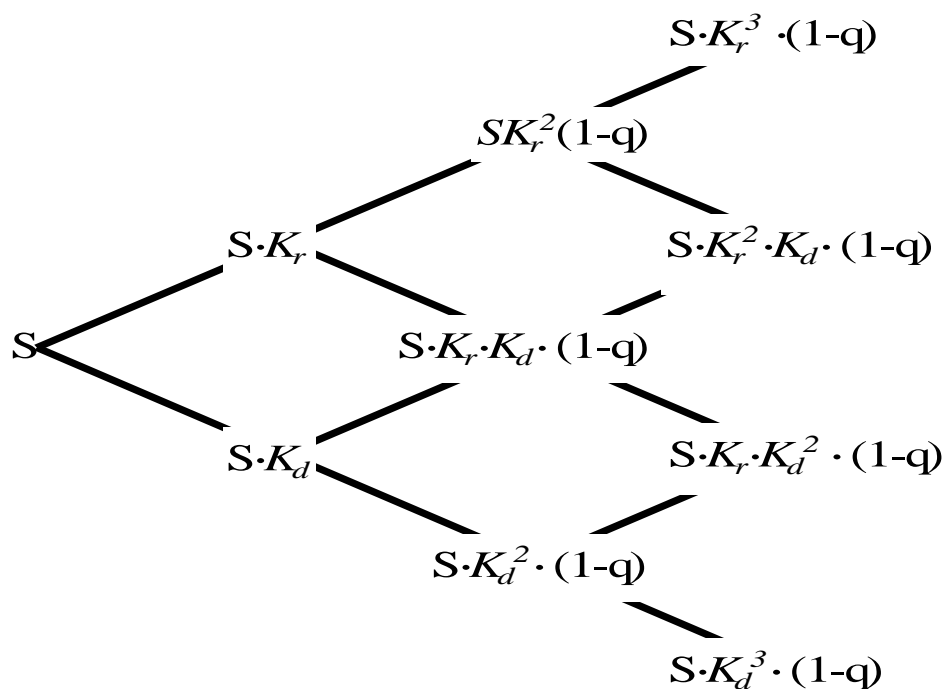


Рисунок 7.22 – Дерево распределения цены акции при известной ставке дивиденда

Начиная с даты учета дивидендов и для всех последующих точек пересечения ветвей дерева курс акций корректируется на величину $(1 - q)$.

Если имеются данные об абсолютной величине дивиденда, то чистую стоимость акции для каждого узла дерева распределения корректируют на приведенную стоимость дивиденда.

Курс акций на дату учета (выплаты) дивидендов падает на величину выплачиваемого дивиденда.

Если в течение действия опционного контракта дивиденд выплачивается несколько раз, то данная корректировка производится соответствующее число раз.

В остальном техника определения цены опциона сводится к уже рассмотренной выше схеме для акций, не выплачивающих дивиденды.

➔ **Пример 7.36.** Инвестор планирует купить американский опцион пут сроком на четыре месяца, цена акции – 48 долл., цена исполнения – 45 долл., СКО цены акции – 0,35 долл., ставка без риска – 10%.

Дата учета наступает через три месяца, дивиденд равен 3 долл.

Определить премию опциона.

Решение.

Приведенная стоимость дивиденда к моменту заключения контракта составляет $3 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,25) = 2,93$ долл.

Чистая цена акции в этот момент $48 - 2,93 = 45,07$ долл.

Вероятности повышения и понижения курса акции составят, соответственно, величины 0,5161 и 0,4837.

При этом коэффициенты прироста и падения курсовой стоимости акции имеют значения $K_r = 1,1063$; $K_d = 0,9039$.

Чистая цена акции в точке $S \cdot K_r$ (конец интервала Δt_1) равна

$$45,07 \text{ долл.} \cdot 1,1063 = 49,86 \text{ долл.}$$

Приведенная стоимость дивиденда в точке $S \cdot K_r$ составляет

$$3 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,1667) = 2,95 \text{ долл.}$$

Полная цена в этой точке будет $49,86 + 2,95 = 52,81$ долл.

Чистая цена акции в точке $S \cdot K_r^2$ (конец интервала Δt_2):

$$45,07 \text{ долл.} \cdot (1,1063)^2 = 55,16 \text{ долл.}$$

Приведенная стоимость дивиденда:

$$3 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,0833) = 2,98 \text{ долл.}$$

Курс акции в этой точке:

$$55,16 + 2,98 = 58,14 \text{ долл.}$$

В точке $S \cdot K_r^3$ курс акции составит величину

$$45,07 \text{ долл.} \cdot (1,1063)^3 = 61,02 \text{ долл.}$$

К данной цене дивиденд не прибавляется, так как в этот день он выплачивается акционерам.

В точке $S \cdot K_r^4$ цена акции составит

$$45,07 \text{ долл.} \cdot (1,1063)^4 = 67,5 \text{ долл.}$$

Аналогично рассчитывается цена акций для каждой точки пересечения ветвей дерева (рисунок 7.23).

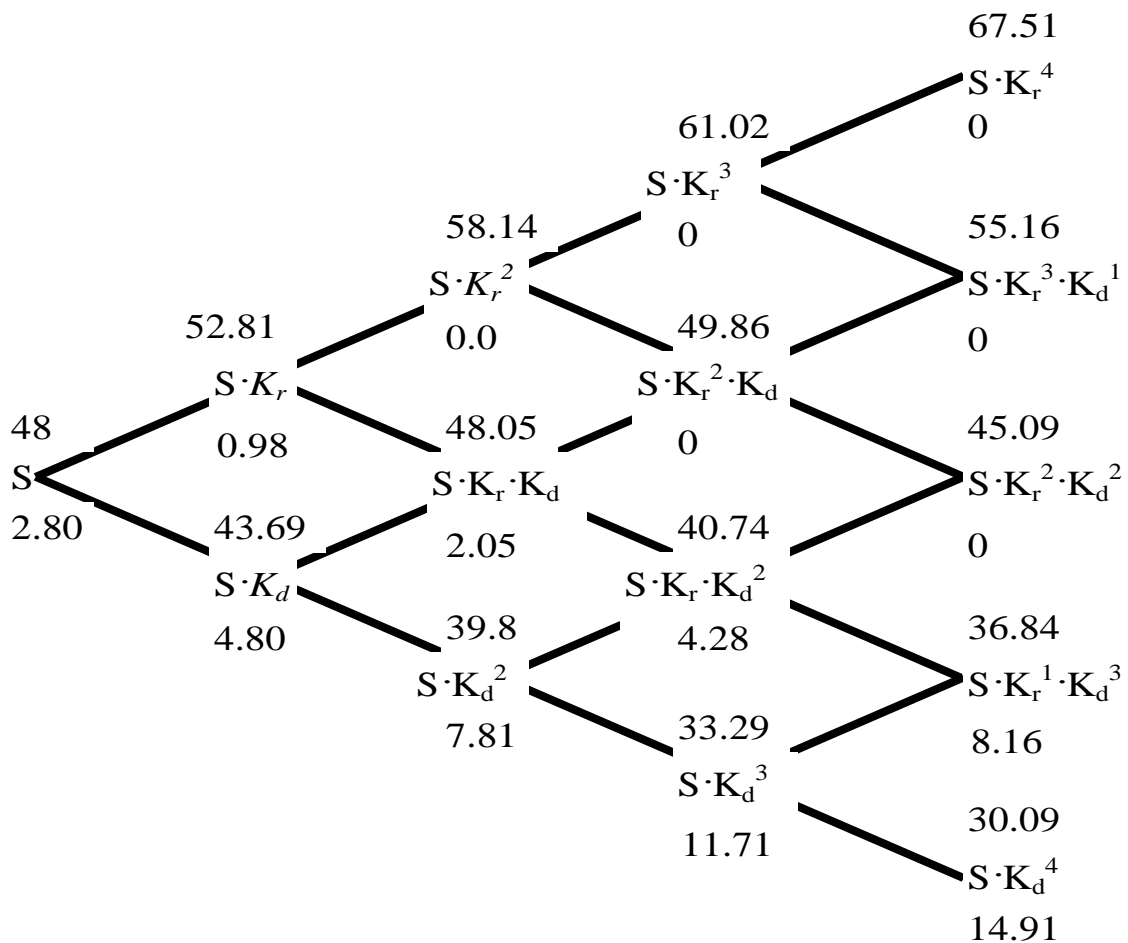


Рисунок 7.23 – Дерево распределения цены акции и премии американского опциона пут для акций, выплачивающих известный доход

Обратим внимание на точку $S \cdot K_d^3$. Согласно расчетам, цена опциона должна составлять в этот момент 11,34 долл.

Однако, поскольку это американский опцион, он может быть исполнен в любой момент времени и, соответственно, его цена составит 11,71 долл.

Такие же особенности расчета относятся и к точке $S \cdot K_d$.

Окончательно получаем значение цены американского опциона пут для момента заключения контракта: 2,80 долл.

Премии европейских опционов и американского опциона колл часто рассчитываются и с помощью **формулы Блэка–Сколеса**.

В модели принимается предпосылка, что цена актива имеет лог-нормальное распределение.

Формулы Блэка–Сколеса имеют вид:

$$C_{ОКА} = C_{ОКЕ} = C_A \cdot N(d_1) - C_{И} \cdot \exp(-r_H \cdot T) \cdot N(d_2);$$

$$C_{ОПЕ} = C_{И} \cdot \exp(-r_H \cdot T) \cdot N(-d_2) - C_A \cdot N(-d_1),$$

где

$$d_1 = \frac{\ln(C_A / C_{И}) + (r_H + 0,5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln(C_A / C_{И}) + r_H T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T};$$

$$d_2 = \frac{\ln(C_A / C_{И}) + (r_H - 0,5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T};$$

σ – стандартное отклонение цены акции (в годовом исчислении), в десятичных значениях;

r – непрерывная ставка без риска;

$N(d_i)$ – функция распределения нормированного нормального закона.

Указанные выше формулы применимы и для опционов на акции, выплачивающие дивиденд, с той лишь разницей, что цена акции должна учесть дисконт дивиденда.

Если в начале периода T курс акции, выплачивающей дивиденд, равен C_A , то в конце этого периода она будет стоить столько же, сколько и акция, не выплачивающая дивиденда, которая в начале периода стоит

$$C_A \cdot \exp(-q \cdot T),$$

где q – ставка дивиденда.

Тогда

$$C_{ОКА} = C_A \cdot \exp(-q \cdot T) \cdot N(d_1) - C_{И} \cdot \exp(-r_H \cdot T) \cdot N(d_2);$$

$$C_{ОП} = C_{И} \cdot \exp(-r_H \cdot T) \cdot N(-d_2) - C_A \cdot \exp(-q \cdot T) \cdot N(-d_1),$$

где

$$d_1 = \frac{\ln(C_A / C_H) + (r_H - q + 0,5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}};$$
$$d_2 = \frac{\ln(C_A / C_H) + (r_H - q - 0,5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

➔ **Пример 7.37.** Цена спот акции равна 50 долл., ее СКО равно 0,525 долл.

Определить премию опциона колл на шесть месяцев с ценой исполнения 45 долл., если непрерывная безрисковая ставка составляет 10%.

Решение.

Величину C_{OK} определим по формуле Блэка–Сколеса.

Имеем

$$d_1 = \frac{\ln(50 / 45) + 0,1 \cdot 0,5}{0,525\sqrt{0,5}} + 0,5 \cdot 0,525\sqrt{0,5} = 0,6041;$$

$$d_2 = 0,6041 - 0,525\sqrt{0,5} = 0,2329.$$

Из таблиц нормированного нормального распределения находим

$$N(0,6041) = 0,7271; N(0,2329) = 0,5921.$$

Тогда премия опциона колл составит величину

$$C_{OK} = 50 \cdot 0,7271 - 45 \cdot \exp(-0,1 \cdot 0,5) \cdot 0,5921 = 11,01 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 7.38.** Инвестор приобретает европейский опцион пут на три месяца. Курс акции в момент заключения контракта равен 58 долл. Цена исполнения – 55 долл., непрерывно начисляется ставка – 12%, СКО цены акции – 0,45 долл.

Определить стоимость опциона.

Решение.

Имеем данные:

$$S = C_A = 58; C_H = 55; \sigma = 0,45; r_H = 0,12; \Delta t = 1/12 = 0,0833.$$

Искомая вероятность повышения курса акции определяется формулой:

$$P = \frac{\exp(r_H \Delta t) - \exp(-\sigma \sqrt{\Delta t})}{\exp(\sigma \sqrt{\Delta t}) - \exp(-\sigma \sqrt{\Delta t})} = \frac{\exp(0,12 \cdot 0,0833) - \exp(-0,45 \sqrt{0,0833})}{\exp(0,45 \sqrt{0,0833}) - \exp(-0,45 \sqrt{0,0833})} =$$

$$= \frac{1,01 - 0,878}{1,139 - 0,878} = 0,506.$$

Вероятность понижения курса акции составит величину

$$1 - P = 0,494.$$

При этом коэффициенты прироста и падения стоимости акции имеют значения:

$$K_r = \exp(\sigma \sqrt{\Delta t}) = \exp(0,45 \sqrt{0,0833}) = 1,139.$$

$$K_d = \exp(-\sigma \sqrt{\Delta t}) = \exp(-0,45 \sqrt{0,0833}) = 0,878.$$

По значениям S , K_r , K_d можно определить значение курса акции для любого периода времени (рисунок 7.24).

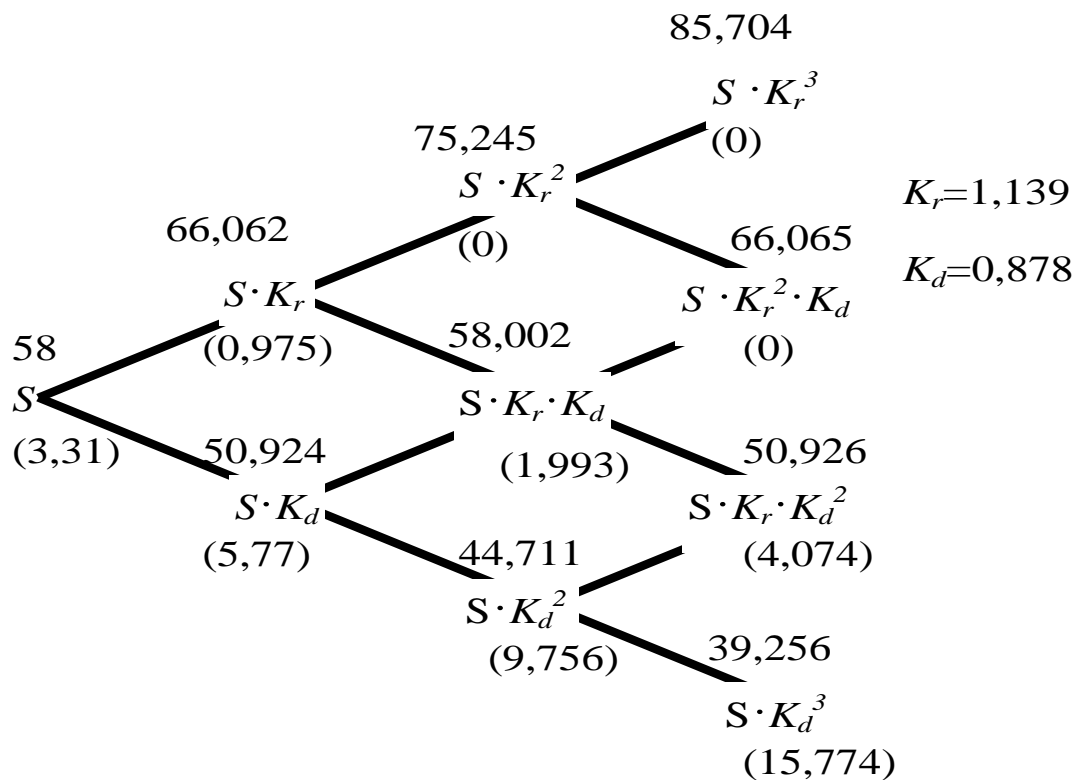


Рисунок 7.24 – Дерево распределения цены акции и премии европейского опциона пут

Предположим, что инвестора интересуют возможные значения цены опциона последовательно через один, два и три месяца.

Для точки $S \cdot K_r^3$ получим цену опциона

$$\text{Max}(0; C_H - C_A) = \text{Max}(0; 55 - 85,704) = \text{Max}(0; -30,704) = 0.$$

Для точки $S \cdot K_r^2 \cdot K_d$ получим цену опциона

$$\text{Max}(0; C_H - C_A) = \text{Max}(0; 66,065) = \text{Max}(0; -11,065) = 0.$$

Для точки $S \cdot K_r \cdot K_d^2$ получим цену опциона

$$\text{Max}(0; C_H - C_A) = \text{Max}(0; 50,926) = \text{Max}(0; 4,074) = 4,074.$$

Для точки $S \cdot K_d^3$ получим цену опциона

$$\text{Max}(0; C_H - C_A) = \text{Max}(0; 39,256) = \text{Max}(0; 15,744) = 15,744.$$

Для точки $S \cdot K_r^2$ получим цену опциона

$$(0 \cdot 0,506 + 0 \cdot 0,494) \exp(-0,12 \cdot 0,0833) = 0.$$

Для точки $S \cdot K_r \cdot K_d$ получим цену опциона

$$(0 \cdot 0,506 + 4,074 \cdot 0,494) \exp(-0,12 \cdot 0,0833) = 1,993.$$

Для точки $S \cdot K_d^2$ получим цену опциона

$$(4,074 \cdot 0,506 + 15,774 \cdot 0,494) \exp(-0,12 \cdot 0,0833) = 9,756.$$

Для точки $S \cdot K_r$ получим цену опциона

$$(0 \cdot 0,506 + 1,993 \cdot 0,494) \exp(-0,12 \cdot 0,0833) = 0,975.$$

Для точки $S \cdot K_d$ получим цену опциона

$$(1,993 \cdot 0,506 + 9,756 \cdot 0,494) \exp(-0,12 \cdot 0,0833) = 5,77.$$

В итоге получаем, что премия опциона пут в начале периода T равна

$$(0,975 \cdot 0,506 + 5,77 \cdot 0,494) \exp(-0,12 \cdot 0,0833) = 3,31 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 7.39.** Пусть инвестор покупает аналогичный по своим условиям американский опцион.

Построить и проанализировать дерево распределения цены акции и премии американского опциона.

Решение.

Досрочное исполнение контракта может явиться оптимальным решением.

Поэтому для каждого момента времени (конца каждого интервала Δt) его цена должна быть не меньше, чем $C_{II} - C_A$.

Для точки $S \cdot K_r^3$ получим цену опциона (рисунок 7.25)

$$\text{Max}(0; C_{II} - C_A) = \text{Max}(0; 55 - 85,704) = \text{Max}(0; -30,704) = 0.$$

Для точки $S \cdot K_r^2 \cdot K_d$ получим цену опциона

$$\text{Max}(0; C_{II} - C_A) = \text{Max}(0; 55 - 66,065) = \text{Max}(0; -11,065) = 0.$$

Для точки $S \cdot K_r \cdot K_d^2$ получим цену опциона

$$\text{Max}(0; C_{II} - C_A) = \text{Max}(0; 55 - 50,926) = \text{Max}(0; 4,074) = 4,074.$$

Для точки $S \cdot K_d^3$ получим цену опциона

$$\text{Max}(0; C_{II} - C_A) = \text{Max}(0; 55 - 39,256) = \text{Max}(0; 15,744) = 15,744.$$

Продолжая аналогичные вычисления для каждого узла дерева распределения премии американского опциона пут (рисунок 7.25) в итоге получаем, что премия опциона пут в начале периода T равна

$$(0,975 \cdot 0,506 + 6 \cdot 0,494) \exp(-0,12 \cdot 0,0833) = 3,423 \text{ долл.}$$

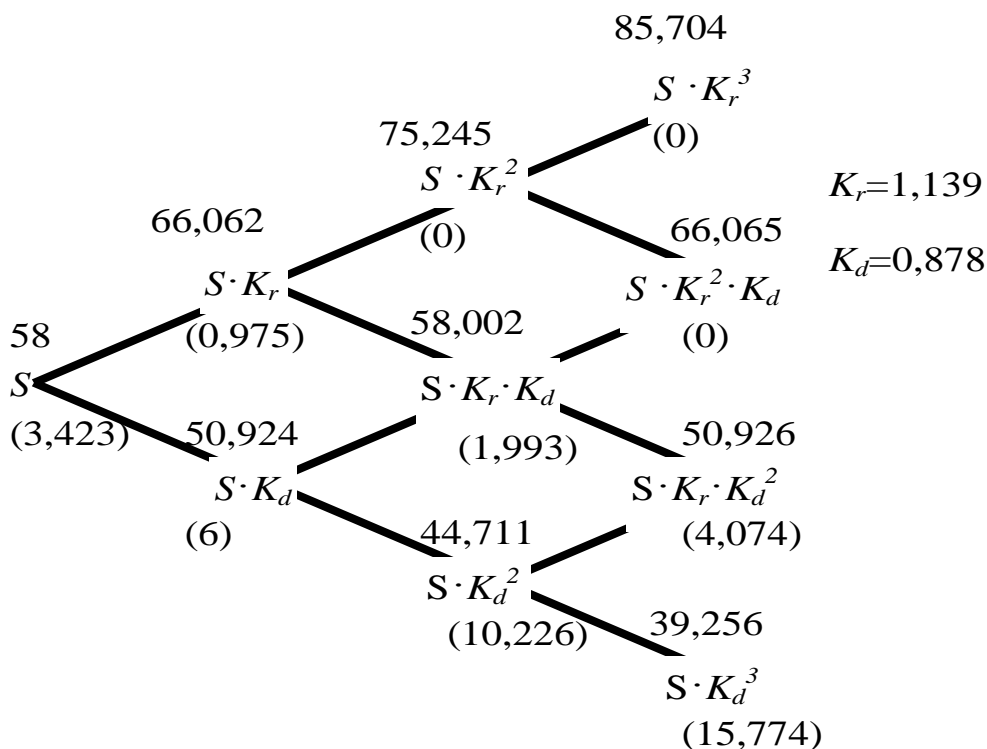


Рисунок 7.25 – Дерево распределения премии американского опциона пут

→ **Пример 7.40.** Инвестор планирует купить американский опцион пут сроком на четыре месяца, цена акции – 58 долл., цена исполнения – 55 долл., СКО цены акции – 0,45 долл., ставка без риска – 12%.

Дата учета наступает через три месяца, дивиденд равен 3 долл. Определить премию опциона.

Решение.

Имеем исходные данные:

$$S = C_A = 58; C_H = 55; \sigma = 0,45; r_H = 0,12; \Delta t = 1/12 = 0,0833.$$

Вероятность повышения курса акции определяется формулой:

$$P = \frac{\exp(r_H \Delta t) - \exp(-\sigma \sqrt{\Delta t})}{\exp(\sigma \sqrt{\Delta t}) - \exp(-\sigma \sqrt{\Delta t})} = \frac{\exp(0,12 \cdot 0,0833) - \exp(-0,45 \sqrt{0,0833})}{\exp(0,45 \sqrt{0,0833}) - \exp(-0,45 \sqrt{0,0833})} =$$

$$= \frac{1,01 - 0,878}{1,139 - 0,878} = 0,506.$$

Вероятность понижения курса акции составит величину

$$1 - P = 0,494.$$

При этом проценты прироста и падения курсовой стоимости акции имеют значения:

$$K_r = \exp(\sigma \sqrt{\Delta t}) = \exp(0,45 \sqrt{0,0833}) = 1,139.$$

$$K_d = \exp(-\sigma \sqrt{\Delta t}) = \exp(-0,45 \sqrt{0,0833}) = 0,878.$$

Приведенная стоимость дивиденда к моменту заключения контракта составляет $Div(0) = 3 \cdot \exp(-0,12 \cdot 3/12) = 2,91$ долл.

Чистая цена акции в этот момент $C_A - Div(0) = 58 - 2,91 = 55,09$.

Цена дивиденда меняется в зависимости от оставшегося времени до его получения:

$$Div(1) = 3 \cdot \exp(-0,12 \cdot 2/12) = 2,94 \text{ долл.}$$

$$Div(2) = 3 \cdot \exp(-0,12 \cdot 1/12) = 2,97 \text{ долл.}$$

$$Div(3) = 3 \cdot \exp(-0,12 \cdot 0/12) = 3 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r$ будет равна (рисунок 7.26):

$$(58 - Div(0)) \cdot K_r + Div(1) = (58 - 2,91) \cdot 1,139 + 2,94 = 65,69 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r^2$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_r + Div(2) = 55,09 \cdot 1,139^2 + 2,97 = 74,44 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r^3$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_r^3 = 55,09 \cdot 1,139^3 = 81,4 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r^4$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_r^4 = 55,09 \cdot 1,139^4 = 92,72 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_d$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_d + Div(1) = 55,09 \cdot 0,878 + 2,94 = 51,31 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_d^2$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_d^2 + Div(2) = 55,09 \cdot 0,878^2 + 2,97 = 45,44 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_d^3$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_d^3 = 55,09 \cdot 0,878^3 = 37,29 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_d^4$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_d^4 = 55,09 \cdot 0,878^4 = 32,74 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r K_d$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_r \cdot K_d + Div(2) = 55,09 \cdot 1,139 \cdot 0,878 + 2,97 = 58,06 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r^2 K_d$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_r^2 \cdot K_d = 55,09 \cdot 1,139^2 \cdot 0,878 = 62,75 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r K_d^2$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_r \cdot K_d^2 = 55,09 \cdot 1,139 \cdot 0,878^2 = 48,37 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r^3 K_d$ будет:

$$55,09 \cdot K_r^3 \cdot K_d = 55,09 \cdot 1,139^3 \cdot 0,878 = 71,47 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r^2 K_d^2$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_r^2 \cdot K_d^2 = 55,09 \cdot 1,139^2 \cdot 0,878^2 = 55,09 \text{ долл.}$$

Полная цена акции в точке $S \cdot K_r K_d^3$ будет равна величине:

$$55,09 \cdot K_r \cdot K_d^3 = 55,09 \cdot 1,139 \cdot 0,878^3 = 42,47 \text{ долл.}$$

В точке $S \cdot K_r^4$ цена опциона будет равна величине:

$$Max(0; C_H - 92,72) = Max(0; 55 - 92,72) = Max(0; -4,72) = 0.$$

В точке $S \cdot K_r^3 K_d$ цена опциона будет равна:

$$\text{Max}(0; 55 - 71,47) = 0.$$

В точке $S \cdot K_r^2 K_d^2$ цена опциона будет равна:

$$\text{Max}(0; 55 - 55,09) = 0.$$

В точке $S \cdot K_r K_d^3$ цена опциона будет равна величине:

$$\text{Max}(0; 55 - 42,47) = 12,53.$$

В точке $S \cdot K_d^4$ цена опциона будет равна величине:

$$\text{Max}(0; 55 - 32,74) = 22,26.$$

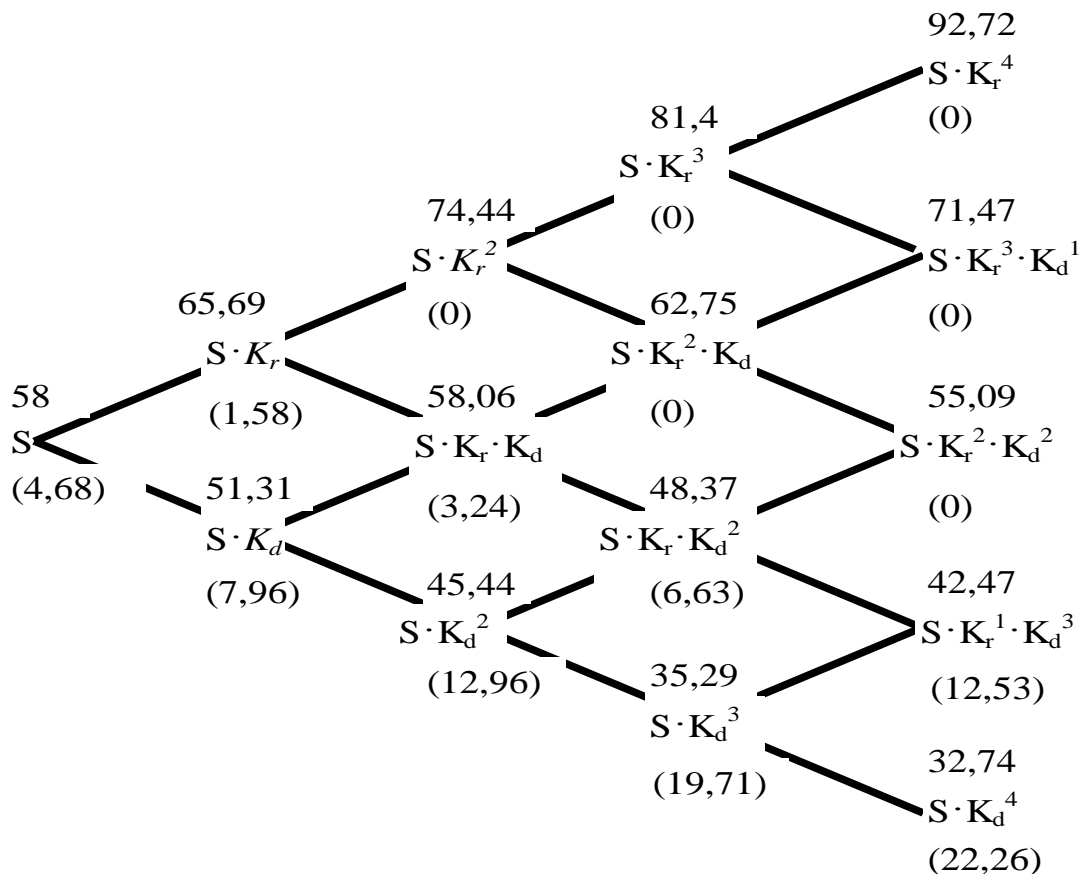


Рисунок 7.26 – Дерево распределения цены акции и премии американского опциона пут для акций, выплачивающих известный доход

Продолжая аналогичные вычисления для каждого узла дерева распределения цены акции и премии американского опциона пут для акций, выплачивающих известный доход (рисунок 7.26) в итоге получаем значение цены американского опциона пут для момента заключения контракта: 4,86 долл.

Контрольные вопросы к главе 7

1. Охарактеризуйте особенности фьючерсных контрактов.
2. Поясните основные характеристики производных ценных бумаг.
3. Что такое фьючерсные стратегии, каковы их виды и особенности?
4. Охарактеризуйте особенности форвардных контрактов.
5. Как производится расчет цены форвардного контракта.
6. Как производится расчет цены фьючерсного контракта?
7. Назовите и сравните различные опционные стратегии.
8. Сравните опционы колл, пут и поясните их особенности.
9. Как определяются границы премии опционов?
10. Что такое внутренняя и временная стоимость опционов?
11. Приведите модели определения цены опционов.
12. Поясните соотношения между премиями опционов.

Контрольные задачи к главе 7

1. Курс спот акции составляет 150 руб., а через 4 месяца на нее выплачивается дивиденд, непрерывно начисляемая ставка которого равна 9%, ставка без риска 11%. Определить форвардную цену, если контракт заключается на 4 месяца, выплата дивиденда происходит до поставки акции по контракту.
2. Цена спот акции равна 250 руб. Через три и шесть месяцев на нее выплачиваются дивиденды по 15 руб. Непрерывно начисляемая ставка без риска на три месяца составляет 9%, а на шесть месяцев – 12%. Определить форвардную цену акции.
3. Пусть инвестор заключает форвардный контракт на поставку через полгода одной акции некоторой компании. В момент заключения соглашения цена спот акции равна 730 руб., а непрерывно начисляемая ставка без риска составляет 10%. Какой должна быть цена поставки?
4. Текущая цена акции – 80 долл. Инвестор покупает опцион колл и пут со сроком исполнения через 3 месяца и ценой исполнения 72 долл. Премия опционов – по 2,5 долл. Каков выигрыш инвестора?
5. Инвестор заключает форвардный контракт на поставку через полгода одной акции некоторой компании. В момент заключения соглашения цена спот акции равна 250 руб., а непрерывно начис-

ляемая ставка без риска составляет 10%. Пусть через 3 месяца покупатель решил продать свой контракт. Цена акции в этот момент составляет 260 руб. Сколько должен стоить этот контракт?

6. Курс спот акции составляет 185 руб., а через 3 месяца на нее выплачивается дивиденд, непрерывно начисляемая ставка которого равна 7%, ставка без риска 9%. Определить стоимость контракта, если контракт продается за два месяца до его истечения, и цена спот акции в этот момент равна 195 руб.
7. Инвестор приобрел два фьючерсных контракта номиналом 500 руб. на 91 день по индексной цене 90,6, заплатив начальную маржу 32 руб. и через 20 дней продал их по цене 90,8. Каков годовой эффективный процент этой сделки?
8. Инвестор купил 300 акций и выписал на эти бумаги три опциона колл. Цена исполнения – 30 долл. Премия – 3 долл. Курс акций – 28 долл. За приобретение контракта он уплатил комиссию в 35 долл. В дальнейшем цена акций выросла до 37 долл. и инвестор исполнил опцион. Комиссия по кассовой сделке составила 1,3% от стоимости акций. Определить доход по сделке.
9. Заключение контракта на поставку акции через 3 месяца с ценой поставки 75 руб. Прошел месяц, и цена спот на эту акцию составляет 80 руб. За сколько можно продать этот контракт, если непрерывно начисляемая ставка равна 7%, ставка без риска 9%?
10. Инвестор купил 2 контракта по цене 91,7 руб. с целью получить на день поставки два депозита на общую сумму 3 млн руб. Котировочная ставка актива на момент поставки составила 8,3%. Какова эффективность сделки?
11. Определить фьючерсную цену векселя номиналом 3 млн руб. со сроком погашения 90 дней, если форвардная ставка на этот период составляет 3,8%.
12. Инвестор владеет акцией текущей стоимостью 150 долл. Для страховки он продает опцион пут за 10\$ с ценой исполнения 145 долл. и покупает опцион колл за 8 долл. с ценой исполнения 160 долл. Нарисовать график выигрыша инвестора в зависимости от рыночной ситуации.
13. Инвестор покупает опцион колл за 4 долл. с ценой исполнения 38 долл. (опцион на акцию). Одновременно он продает за 2 долл. опцион колл с ценой исполнения 43 долл. Нарисовать график

выигрыша инвестора в зависимости от цены акции в момент окончания срока опциона.

14. Инвестор покупает с помощью кредита брокера 300 акций и выписывает на эти бумаги три опциона колл. Цена исполнения – 40 долл. Премия – 6 долл. Курс акций – 44 долл. Ему разрешается взять кредит на сумму 35% от стоимости акций минус выигрыш опциона. Какую сумму авансирует инвестор, выписывая опцион?
15. Цена спот акции равна 50 тыс. руб. Цена исполнения составляет 47 тыс. руб. Непрерывно начисляемая процентная ставка без риска – 9%. Опцион покупается на один год. Определить нижнюю границу премии опциона колл.
16. Определить нижнюю границу цены опциона пут, если его цена исполнения составляет 152 долл., курс акций спот равен 150 долл., ставка без риска – 10%, а до истечения контракта осталось 3 месяца.
17. Цена спот акции равна 44 долл. Цена соответствующего европейского опциона колл на 3 месяца составляет 3,5 долл. при цене исполнения 40 долл. Непрерывно начисляемая ставка без риска 8%. Определить стоимость соответствующего опциона пут.
18. Для акций, не выплачивающих дивиденды, с текущей ценой 63,5 долл., цена трехмесячного американского опциона колл составляет 4 долл. при цене исполнения 66 долл. и безрисковой ставке 9%. Определить цену опциона пут для данных условий.
19. Цена спот акции равна 45 долл., ее СКО равно 0,5 долл. Определить премию опциона колл на 6 месяцев с ценой исполнения 46 долл., если безрисковая ставка составляет 9%.
20. Цена спот акции равна 50 долл. Цена соответствующего европейского опциона колл на 4 месяца составляет 4 долл. при цене исполнения 45 долл. Непрерывно начисляемая ставка без риска 8%. Определить стоимость соответствующего опциона пут.
21. Инвестор приобретает европейский опцион пут на три месяца. Курс акции в момент заключения контракта равен 50 долл. Цена исполнения – 54 долл., непрерывно начисляется ставка без риска – 9%, среднее квадратическое отклонение цены акции – 25%. Определить стоимость опциона.
22. Для акций, не выплачивающих дивиденды с текущей ценой 41 долл. цена четырехмесячного американского опциона колл

составляет 3 долл. при цене исполнения 44 долл. и безрисковой непрерывной ставке 8%. Определить цену опциона пут для данных условий.

- 23.** Имеется американский опцион колл, выписанный на восемь месяцев с ценой исполнения акции 48 долл. Соответствующие акции дают дивиденды 0,8 долл. через каждые три месяца. Выгодно ли исполнить опцион перед первой или второй датой учета при непрерывной ставе 10% годовых?
- 24.** В начале месяца курс доллара равнялся 62 руб./долл. Инвестор заключил фьючерсный контракт на 1000 долл. сроком на 1 месяц по цене 63 руб./долл. Согласно правилам фьючерской торговли для открытия одной позиции (приобретения одного валютного фьючерса) участник должен внести сумму $S_{нач}$, равную 10% от объема заключенного контракта по текущему курсу. Через 1 месяц курс доллара стал 65 руб./долл. Какова эффективность сделки?
- 25.** Цена спот акции равна 72 долл. Цена соответствующего европейского опциона колл на три месяца составляет 3,5 долл. при цене исполнения 68 долл. Непрерывно начисляемая ставка – 11% годовых. Определить стоимость соответствующего опциона пут.
- 26.** Для акций, не выплачивающих дивиденды, с текущей ценой 73 долл. цена трехмесячного американского опциона колл составляет 4 долл. при цене исполнения 75 долл. и безрисковой годовой ставке 11%. Определить цену опциона пут для данных условий.
- 27.** Курс спот акции составляет 190 руб., а через 3 месяца на нее выплачивается дивиденд, непрерывно начисляемая ставка которого равна 7%, ставка без риска 9%. Определить стоимость контракта, если контракт продается за два месяца до его истечения, и цена спот акции в этот момент равна 190 руб.
- 28.** В начале месяца курс некоторого актива равнялся 82 руб./ед. Инвестор заключил фьючерсный контракт на 1700 единиц актива сроком на 3 месяца по цене 83 руб./ед. Согласно правилам фьючерской торговли для открытия одной позиции (приобретения одного фьючерса) участник должен внести сумму $S_{нач}$, равную 10% от объема заключенного контракта по текущему курсу. Через 3 месяца курс актива стал 85 руб./ед. Какова эффективность сделки?

Задание 7.1. В приведенной ниже таблице даны: цена базисного актива, цена исполнения, годовая сложная безрисковая процентная ставка, годовая волатильность базисного актива (среднее квадратическое отклонение):

<i>№ варианта</i>	<i>Цена базисного актива, долл.</i>	<i>Цена исполнения, долл.</i>	<i>Годовая сложная процентная ставка</i>	<i>Годовая волатильность базисного актива</i>
1	10	11	0,020	0,15
2	12	13	0,025	0,17
3	14	15	0,030	0,19
4	16	17	0,035	0,21
5	18	19	0,040	0,23
6	20	21	0,045	0,25
7	22	23	0,050	0,27
8	24	25	0,055	0,29
9	26	27	0,060	0,27
10	28	29	0,065	0,25
11	30	31	0,070	0,23
12	32	33	0,075	0,21
13	34	35	0,080	0,19
14	36	37	0,085	0,17
15	38	39	0,090	0,15
16	40	41	0,095	0,17
17	42	43	0,100	0,19
18	44	45	0,105	0,21
19	46	47	0,110	0,23
20	48	49	0,115	0,25

Требуется:

1. Построить биномиальную решетку распределения цены базисного актива.
2. Определить премии европейских опционов на покупку и на продажу со сроком действия опционных контрактов 1 год.
Количество биномиальных испытаний принять равным 4.
3. Определить премии аналогичных американских опционов.

ПОРТФЕЛЬ ЦЕННЫХ БУМАГ

8.1. ПОРТФЕЛЬ ЦЕННЫХ БУМАГ И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

Портфель – объединение двух и более ценных бумаг и активов.

Если $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ – полный перечень активов (ценных бумаг) рынка, то портфель можно задать структурно, указав набор (вектор)

$$\pi = (k_1, k_2, \dots, k_n),$$

где k_i – количество единиц актива a_i , входящих в портфель.

Если $S_i(0)$ – начальная цена единицы актива a_i , то инвестируемый капитал в указанный портфель определяется выражением

$$S_\pi(0) = \sum_{i=1}^n k_i S_i(0).$$

Портфель можно указать и вектором относительных «весов» каждого актива

$$x_\pi = (x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где

$$x_i = \frac{k_i S_i(0)}{S_\pi(0)}, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1.$$

Здесь $k_i S_i(0)$ есть стоимость части портфеля ЦБ, состоящей из активов вида a_i ;

x_i – доля исходного капитала, инвестируемого в a_i (доля общего вложения, приходящаяся на i -й вид ценных бумаг).

Доходность портфеля R_π за период T вычисляется по формуле

$$R_\pi = \frac{S_\pi(T) - S_\pi(0)}{S_\pi(0)},$$

где $S_\pi(0)$, $S_\pi(T)$ – начальная и конечная стоимости портфеля.

Если доходность (эффективность) i -го вида ЦБ равна R_i , то эффективность портфеля R_π определяется суммированием:

$$R_\pi = \sum_{i=1}^n x_i R_i.$$

Доходность i -го вида ценных бумаг равна R_i – случайная величина, основными характеристиками которой являются математическое ожидание m_i и среднее квадратическое отклонение (риск) σ_i .

Ожидаемая доходность (математическое ожидание) портфеля будет равна линейной комбинации ожидаемых доходностей активов:

$$m_\pi = M[R_\pi] = \sum_{i=1}^n x_i m_i.$$

Дисперсия эффективности портфеля определяется соотношением:

$$\begin{aligned} D[R_\pi] = V[R_\pi] = \sigma_\pi^2 &= M[(R_\pi - m_\pi)^2] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} x_i x_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{cov}(R_i, R_j) x_i x_j = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} x_i x_j. \end{aligned}$$

где $v_{ij} = M[(R_i - m_i)(R_j - m_j)]$ – ковариация величин R_i и R_j ;

ρ_{ij} – коэффициент корреляции величин R_i и R_j ; $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Приведенные выше зависимости свидетельствуют о том, что ожидаемая доходность портфеля есть линейная форма от его компонент, а дисперсия портфеля есть квадратичная форма от компонент портфеля.

Для некоррелированных ценных бумаг ($v_{ij} = 0$, $i \neq j$) дисперсия эффективности портфеля составит величину

$$\sigma_\pi^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2.$$

Портфельные инвестиции связаны с рисками различной природы. Величину σ_π часто называют «риском портфеля».

Она характеризует неопределенность, риск, связанный с вложением капитала в портфель ценных бумаг.

Мерой риска могут выступать и другие вероятностные характеристики.

Допустим, что инвестор вложил свои деньги равными долями во все ценные бумаги ($x_i = 1/n$).

Тогда инвестор получит среднюю ожидаемую доходность

$$m_\pi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i,$$

а риск будет равен величине

$$\sigma_\pi = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}.$$

Пусть $\sigma_{\max} = \max_i \sigma_i$.

$$\text{Тогда } \sigma_\pi \leq \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{\max}^2} = \frac{1}{n} \sqrt{n \sigma_{\max}^2} = \frac{\sigma_{\max}}{\sqrt{n}}.$$

Следовательно, при росте числа n видов ЦБ, включенных в портфель, риск портфеля ограничен и стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$.

Это эффект диверсификации (разнообразия) портфеля (рисунок 8.1).

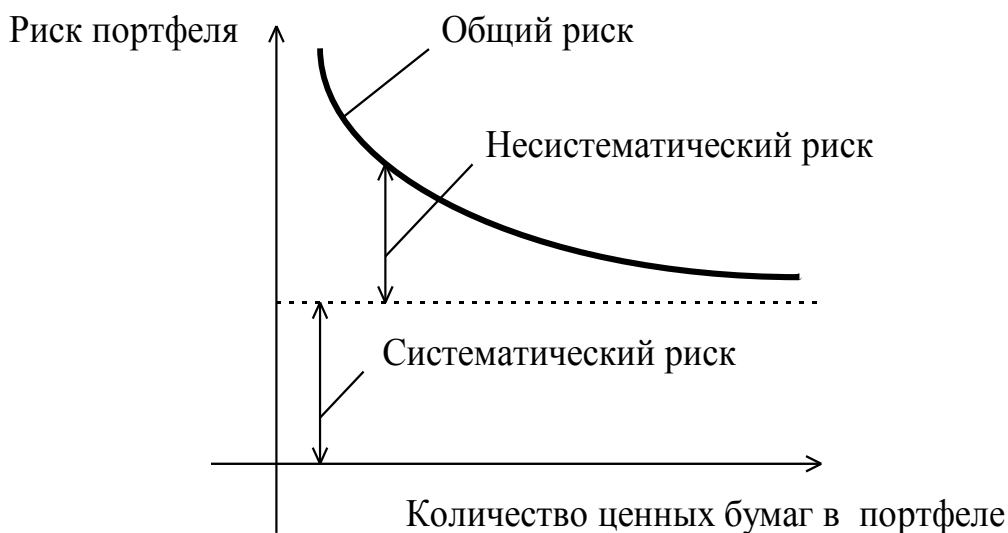


Рисунок 8.1 – Общий риск портфеля активов

Отсюда вытекает главное практическое правило финансового рынка: для повышения надежности эффекта от вклада в рискованные ценные бумаги целесообразно делать вложения не в один вид, а составлять портфель активов, содержащий возможно большее разнообразие ценных бумаг, эффект от которых случаен, но случайные отклонения независимы.

Существует еще одна мера риска инвестиций – риск ликвидности.

Ликвидность – это возможность в любой момент купить или продать достаточно большое количество бумаг без существенных потерь в цене.

Чем ближе реальные цены покупки и продажи, тем выше ликвидность.

При совпадении цен покупки и продажи для инвестора ликвидность называется абсолютной.

На ликвидность влияет объем рынка, брокерские комиссионные, а также издержки, связанные с временным лагом между принятием решения о сделке и фактическим ее исполнением, между которыми цена может существенно измениться.

Для измерения ликвидности часто используются коэффициенты, отражающие отношение дневного объема операций к объему эмиссии, соотношение цен покупки и продажи, соотношение объемов спроса и предложения и пр.

8.2. МОДЕЛИ ПОРТФЕЛЬНЫХ СТРАТЕГИЙ

Реально на компоненты x_i вектора инвестиционного портфеля могут накладываться различные ограничения, зависящие от вида сделки, типа участвующих активов, величины открываемых позиций и т.д.

Портфели, удовлетворяющие условиям данного конкретного рынка, называются допустимыми. Только с ними может иметь дело инвестор.

Ниже описываются важнейшие классы (типы, модели) допустимых портфелей.

8.2.1. Модель Блэка

В модели Блэка (в другой транскрипции: Блека) допустимыми являются любые портфели, удовлетворяющие основному ограничению:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1.$$

Класс таких портфелей образует $(n - 1)$ – мерную гиперповерхность n -мерного пространства, проходящего через единичные точки координат x_i .

Для рынка из двух активов ($n = 2$) класс допустимых портфелей изобразится прямой с уравнением $x_1 + x_2 = 1$ на двумерной плоскости (рисунок 8.2).

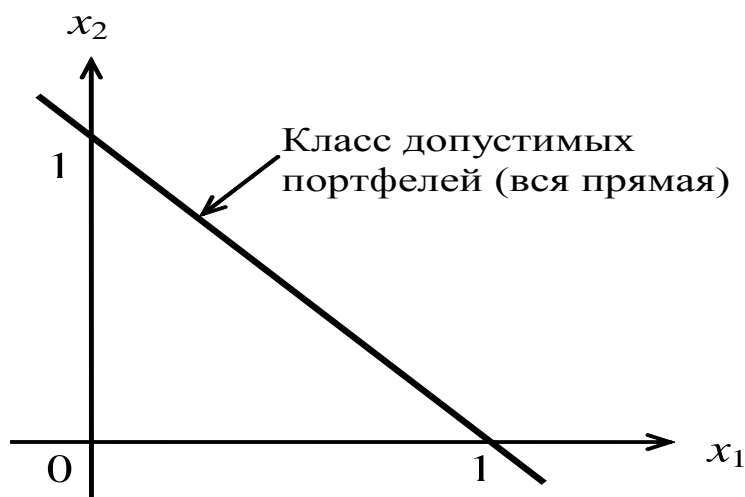


Рисунок 8.2 – График допустимых портфелей в модели Блэка

Модель Блэка допускает отрицательность значений долей.

Это означает, что данный актив нужно взять в долг и продать, т.е. осуществить операцию *short sale* (короткую продажу), т.е. занять короткую позицию по этому активу. Если относительно некоторого актива инвестор уверен в понижении его стоимости, то он может совершить эту операцию *short sale*.

Для этого он берет данный актив в займы у другого инвестора (кредитора), сразу же продает его, а в последствии покупает его на рынке по сниженной цене и возвращает своему кредитору вместе с каким-то процентом (маржей, комиссионными, платой за кредит и т.п.).

➔ **Пример 8.1.** Исходная цена акции A1 составляет 5 тыс. руб. Клиент берет в долг 100 акций A1, внося залог 500 тыс. руб., немедленно продает их, выручив 500 тыс. руб. наличными, за наличные покупает акции A2. Через месяц цена акций A1 падает вдвое, а цена акций A2 повышается на 10%. Продав акции A2 клиент получил 550 тыс. руб., купил 100 акций A1 на 250 тыс. руб., возвратил их, взял обратно залог и получил прибыль в 300 тыс. руб. Какова эффективность этой сделки?

Решение.

Эффективность сделки (операции *short sale*) составляет:

$$r_t = (S(T) - S(0))/S(0) = (800 - 500)/500 = 0,6 = 60\% \text{ в месяц}$$

или 720% годовых простых.

Годовая доходность по сложным процентам (эффективная ставка операции) составила величину

$$r_{\Sigma} = (1 + r_T)^{12} - 1 = (1 + 0,6)^{12} - 1 = 280,5 = 28050\%.$$

Теоретически реализованная доходность операции *short sale* в благоприятном случае может стремиться к бесконечности, поскольку не требует никакого начального вложения капитала (или его минимум) (рисунок 8.3).

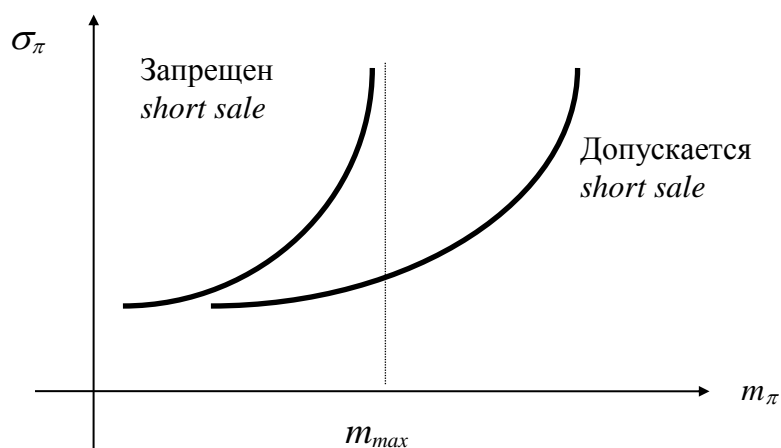


Рисунок 8.3 – Взаимосвязь риска и ожидаемой эффективности портфеля

Если же взятие в долг невозможно, то предельная ожидаемая эффективность портфеля совпадает с эффективностью той ценной бумаги, эффективность которой наибольшая (в нее вкладывается весь капитал).

Если же имеется несколько видов таких предельно эффективных (но и рискованных) ЦБ, то капитал распределяется (диверсифицируется) между ними. Но зато и риск доходности теоретически неограничен, поскольку при повышении цены актива инвестор обязан покупать его по этой более высокой цене.

Операция *short sale* имеет смысл, если инвестор предполагает, что ценные бумаги через некоторое время упадут в цене, и при возврате долга в виде фиксированного количества активов он сможет приобрести их за меньшую сумму, чем была получена при продаже в момент, следующий за моментом взятия в долг.

Клиент (инвестор) в этой ситуации азартно играет на понижение.

Инвестор, осуществив операцию *short sale* по какому-то активу, может купить на вырученные деньги другие активы в большем количестве, чем имел до этого.

Это приводит к перераспределению стоимости активов портфеля.

Если начальный капитал инвестора был $S_\pi(0)$, то после продажи (с короткой позиции) некоторого актива b на сумму S_b , инвестор имеет капитал (свой и заемный) в размере $S_\pi(0) + S_b$.

На эту сумму он может купить активы a_1, a_2, \dots, a_n , затратив на актив a_i сумму S_i .

То есть можно записать $S_\pi(0) + S_b = S_1 + S_2 + \dots + S_n$.

Разделив обе части этого равенства на $S_\pi(0)$, получаем выражение

$$1 + y_b = x_1 + x_2 + \dots + x_n,$$

где x_i – длинная позиция ($x_i \geq 0$);

y_b – величина короткой позиции относительно собственного капитала инвестора.

Обозначим $x_{n+1} = -y_b$. Тогда

$$\sum_{i=1}^{n+1} x_i = 1.$$

Следовательно, портфель инвестора снова описывается вектором X с тем же основным ограничением с той лишь разницей, что веса покупаемых активов (длинные позиции) положительны, а вес продаваемого (заемного) актива отрицателен.

Заметим, что коротких позиций может быть более одной.

8.2.2. Модель Марковица

Стандартный портфель подразумевает неотрицательность всех долей активов. Можно сказать, что инвестор по каждому приобретенному активу находится в длинной позиции, что означает покупку актива с намерением его последующей продажи (закрытие позиции). Такая покупка обычно осуществляется при ожидании повышения цены актива в надежде получить доход от разности цен покупки и продажи.

В стандартной модели Марковица имеются следующие ограничения

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1; \quad x_i \geq 0; \quad i = \overline{1, n}.$$

Класс допустимых портфелей образует стандартный $(n - 1)$ -мерный симплекс с вершинами в единичных точках (рисунок 8.4).

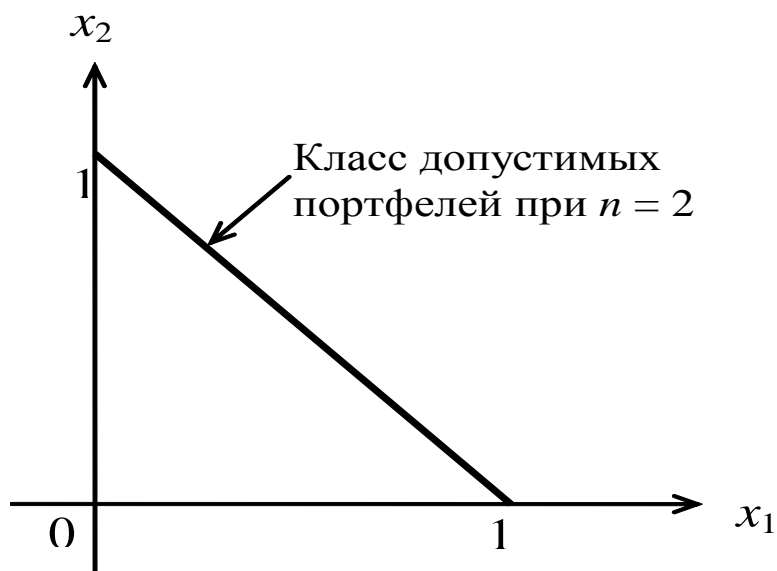


Рисунок 8.4 – Допустимые портфели Марковица на рынке двух активов

Для рынка из трех активов ($n = 3$) стандартный симплекс представляет собой равносторонний треугольник в пространстве (x_1, x_2, x_3) с вершинами в единичных точках.

Особенностью модели Марковица является ограниченность доходности портфелей.

Доходность любого стандартного портфеля не превышает наибольшей доходности активов, из которых он построен.

А в модели Блэка наличие коротких позиций позволяет реализовать сколь угодно большую доходность (за счет большого риска).

Так, например, для двух активов a_1, a_2 с доходностями $m_1 = 1$ и $m_2 = -1$ портфель модели Блэка $x_\pi = (1 + y, -y)$ имеет доходность

$$M[R_\pi] = 1(1 + y) + (-1)(-y) = 1 + 2y \rightarrow \infty \text{ при } y \rightarrow \infty.$$

8.2.3. Модель Тобина–Шарпа–Линтнера

В модели Тобина–Шарпа–Линтнера (модель ТШЛ) предполагается существование безрискового актива a_0 , доходность которого не зависит от состояния рынка и имеет постоянное значение r_0 (т.е. в этом случае дисперсия $D[R_0] = 0$; ковариация $Cov[R_0, R_i] = 0$ для всех $i \neq 0$).

Будем считать, что на рынке существует лишь один безрисковый актив, а другие активы рискованные, имеющие ненулевую дисперсию.

В модели ТШЛ портфель $x_\pi = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)$ при условии $x_0 \neq 1$ можно разложить в линейную комбинацию безрискового и рискованного портфеля.

$$\text{При этом } R^* = x_0 R_0 + (1 - x_0) R_\pi.$$

Тогда ожидаемое значение эффективности комбинированного вклада объединенного портфеля (безрискового и рискованного) будет равно величине

$$m_\pi^* = x_0 r_0 + (1 - x_0) m_\pi = m_\pi + x_0 (r_0 - m_\pi),$$

а риск портфеля определяется только рискованной частью вклада

$$\sigma_\pi^* = (1 - x_0) \sigma_\pi.$$

Исключая x_0 из этих двух характеристик, получим соотношение

$$m_\pi^* - r_0 = \frac{m_\pi - r_0}{\sigma_\pi} \sigma_\pi^*;$$

$$m_\pi^* = \left(\frac{m_\pi - r_0}{\sigma_\pi} \right) \sigma_\pi^* + r_0,$$

т.е. связь между ожидаемым значением доходности комбинированного портфеля m_{π}^* и риском σ_{π}^* эффективности всего вклада линейна.

Последнее уравнение можно назвать **уравнением рынка капитала CML (Capital Market Line)**.

Можно доказать, что если имеется возможность выбирать не только между заданным рисковым портфелем и безрисковыми ценными бумагами, но и одновременно выбирать структуру рискового портфеля, то оптимальной окажется только одна такая структура, не зависящая от склонности инвестора к риску.

Пусть сначала сделан наилучший выбор только среди всех рисковых ценных бумаг. В зависимости от склонности к риску инвестор выберет одну из точек на кривой R (рисунок 8.5). После этого возникает возможность вклада и в рисковые, и в безрисковые ЦБ. Проведя касательную к кривой R из точки $(r_0, 0)$ найдем точку с координатами $(m_{\pi}^*, \sigma_{\pi}^*)$, дающими характеристики оптимального рискового портфеля.

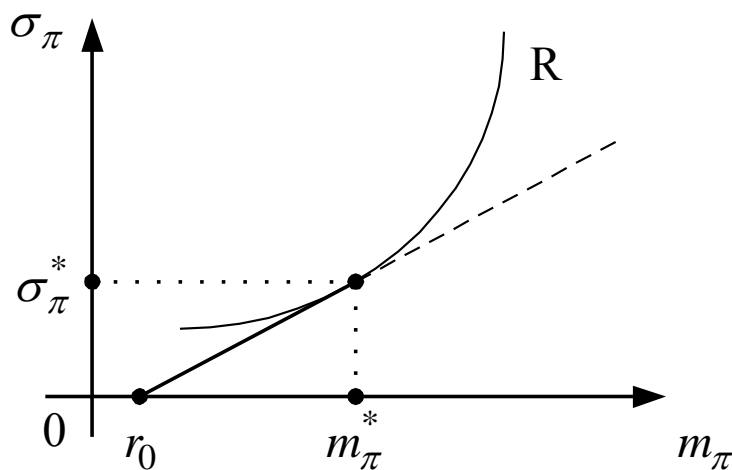


Рисунок 8.5 – **Графическое определение оптимального рискового портфеля**

Все другие точки на касательной представляют характеристики оптимального комбинированного (из рисковых и безрисковых ЦБ) портфеля.

Пропорция x_0 в этой комбинации должна определяться самим инвестором.

Превышение ожидаемой эффективности какой-либо рисковей ценной бумаги или их портфеля над эффективностью безрискового вклада именуется премией за риск.

Премия за риск любой ЦБ, включенной в оптимальный портфель, пропорциональна премии за риск, связанный с портфелем в целом:

$$m_i - r_0 = \beta_i (m_\pi - r_0).$$

Коэффициент β_i называется **бета i -го вклада** относительно оптимального портфеля и определяется соотношением

$$\beta_i = \frac{\text{cov}\{R_i, R_\pi\}}{\sigma_\pi^2} = \frac{\sigma_i}{\sigma_\pi} \rho_{i\pi},$$

т.е. бета i -го вклада равна ковариации его эффективности с эффективностью оптимального портфеля, отнесенной к вариации этого портфеля.

Чем больше бета данной ценной бумаги, тем выше доля общего риска, связанная с вложением именно в эту ЦБ, но и выше премия за риск.

Высокое положительное значение коэффициента корреляции между курсовой стоимостью ценных бумаг, характеризующихся большой амплитудой колебания цен, повышает рисковую составляющую портфеля.

Уравнение равновесного рынка с учетом наличия безрисковых активов описывается соотношением

$$m_i = \beta_i (m_\pi - r_0) + r_0.$$

8.3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

Информационной основой принятия решений о формировании и оптимизации портфеля ЦБ является параметрическая модель рынка ЦБ, которая определяется классом активов, вектором ожидаемых доходностей, ковариационной матрицей доходностей.

При проведении операций купли-продажи ЦБ перед инвестором стоит задача об оптимальном варианте их осуществления, либо задача сравнения (анализа) проводимой операции с некоторым оптимальным вариантом. Для этого необходимо решить задачу оптимизации структуры портфеля.

Инвесторы, формируя портфель, стремятся максимизировать ожидаемую доходность своих инвестиций при определенном, приемлемом для них уровне риска или минимизировать риск при определенном уровне доходности.

Портфель, удовлетворяющий этим требованиям, называется эффективным портфелем.

Инвестор выбирает свой оптимальный портфель из множества портфелей, каждый из которых:

1. Обеспечивает максимальную ожидаемую доходность для некоторого уровня риска.
2. Обеспечивает минимальный риск для некоторого значения ожидаемой доходности.

Очевидно, что эффективный портфель удовлетворяет этим условиям. Множество таких портфелей называется эффективным множеством.

Допустимым портфелем называется любой портфель, который (хотя бы в принципе) может построить инвестор из имеющихся в наличии активов.

Набор допустимых портфелей называется достижимым множеством портфелей.

Для активов достижимое множество портфелей изображается на плоскости риск/доходность, состоящей из пар значений доходности и риска, соответствующих различным комбинациям активов.

Эффективное множество портфелей Марковица часто называют также эффективной границей Марковица (множество Парето), поскольку эффективные портфели лежат на границе множества допустимых портфелей (точнее, их оценок).

Портфели, лежащие вне эффективной границы, недостижимы.

Формулировки задач оптимизации могут быть различны, но выделяют два основных подхода к получению структуры портфеля:

- 1) с максимальной доходностью при заданной инвестором величине риска конечного портфеля;
- 2) с минимальной величиной риска при заданной инвестором доходности конечного портфеля.

Математические постановки задач получают следующий вид:

- 1) найти x_i ($i = \overline{1, n}$) – доли капитала, вложенного в ЦБ i -го вида, максимизирующие ожидаемую доходность портфеля при условии,

что обеспечивается заданное значение вариации (дисперсии) доходности;

2) найти x_i ($i = \overline{1, n}$) – доли капитала, вложенного в ЦБ i -го вида, минимизирующие вариацию (дисперсию) доходности портфеля при условии, что обеспечивается заданное значение m_π ожидаемой доходности портфеля.

На оптимизацию можно накладывать различные дополнительные условия, основанные на экспертных оценках.

Например, ограничение сверху и снизу долей вхождения ЦБ в портфель (для ограничения вхождения в портфель ЦБ с меньшей доходностью или с большей величиной риска), определение максимального риска в задаче 1), минимальной доходности в задаче 2) и т.д.

При таких условиях постановки задачи запишутся в виде:

3) найти x_i ($i = \overline{1, n}$) – доли капитала, вложенного в ЦБ i -го вида, максимизирующие ожидаемую доходность портфеля при условиях, что значение вариации (дисперсии) доходности не превосходит заданного значения $(\sigma_\pi^0)^2$, а доли ЦБ отвечают ограничениям x_i^{\max} и x_i^{\min} ;

4) найти x_i ($i = \overline{1, n}$) – доли капитала, вложенного в ЦБ i -го вида, минимизирующие вариацию (дисперсию) доходности портфеля при условии, что значение доходности не меньше заданного значения m_π^0 и доли ЦБ отвечают ограничениям x_i^{\max} и x_i^{\min} .

Оптимизация операций с частью ЦБ из портфеля непосредственно связана с оптимизацией всего портфеля ценных бумаг.

Основные математические постановки задач Марковица имеют вид 1), 2), 3) и 4).

Возможны и другие постановки задач по оптимальному (рациональному) управлению портфельными инвестициями.

Сформулируем оптимизационную задачу в следующем виде: сформировать оптимальный портфель ЦБ по критерию минимального риска с учетом доходности по рыночному индексу и при условии, что доходность портфеля должна быть не меньше доходности по безрисковым ЦБ.

Используем α – и β – коэффициенты ценных бумаг.

Рассмотрим математическую модель этой задачи в общем виде.

$$\begin{array}{l}
1) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n x_i m_i \rightarrow \max; \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} x_i x_j \leq (\sigma_\pi^0)^2; \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1; \\ x_i \geq 0. \end{array} \right. \quad 2) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} x_i x_j \rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^n x_i m_i \geq m_\pi^0; \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1; \\ x_i \geq 0. \end{array} \right. \\
3) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n x_i m_i \rightarrow \max; \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} x_i x_j \leq (\sigma_\pi^0)^2; \\ 0 \leq x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \leq 1; \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1. \end{array} \right. \quad 4) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} x_i x_j \rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^n x_i m_i \geq m_\pi^0; \\ 0 \leq x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \leq 1; \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1. \end{array} \right.
\end{array}$$

Обозначим выраженные в процентах доходности n видов ЦБ, включаемых в портфель, в момент времени t ($t = \overline{1, N}$) как $R_i(t)$, где $i = \overline{1, n}$.

Соответствующую этим моментам времени доходность по безрисковым ЦБ обозначим $R_0(t)$, а доходность по рыночному индексу – $R_{mr}(t)$.

Сведем эту информацию за N периодов времени в таблицу:

t	$R_0(t), \%$	$R_{mr}(t), \%$	$R_1(t), \%$	$R_2(t), \%$...	$R_n(t), \%$
1	$R_0(1)$	$R_{mr}(1)$	$R_1(1)$	$R_2(1)$...	$R_n(1)$
2	$R_0(2)$	$R_{mr}(2)$	$R_1(2)$	$R_2(2)$...	$R_n(2)$
...
N	$R_0(N)$	$R_{mr}(N)$	$R_1(N)$	$R_2(N)$...	$R_n(N)$

Предполагая, что доходности всех ЦБ за определенный период времени t связаны с доходностью рынка за тот же период, можем представить эту связь для i -й ЦБ линейной регрессионной моделью:

$$R_i(t) = a_i + \beta_i R_{mr}(t) + \varepsilon_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, N}.$$

где a_i – смещение линии регрессии (доходность i -й ЦБ при нулевой доходности рынка);

β_i – тангенс угла наклона линии регрессии к оси R_{mr} (мера чувствительности ценной бумаги с номером i к рыночному индексу);

$\varepsilon_i(t)$ – неучтенная регрессией компонента доходности $R_i(t)$ (случайная последовательность ряда остатков).

Коэффициент β_i может быть выражен через ковариацию доходностей ценной бумаги с номером i и рыночного индекса:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_{mr})}{\sigma_{R_{mr}}^2}.$$

Коэффициент β_i численно равен изменению доходности i -й ЦБ при изменении на 1% доходности по рыночному индексу R_{mr} .

Оптимизация портфеля связана с выяснением долей x_i , с которыми выбранные ЦБ должны входить в оптимальный портфель.

Доходность портфеля в любой период времени t равна:

$$R_{\pi}(t) = \sum_{i=1}^n x_i R_i(t), \quad t = \overline{1, N}.$$

Она представляет собой средневзвешенную по долям x_i доходность входящих в портфель ЦБ. Учитывая представление доходности портфеля через параметры i -й ЦБ, имеем:

$$R_{\pi}(t) = \sum_{i=1}^n x_i (a_i + \beta_i R_{mr}(t) + \varepsilon_i(t)), \quad t = \overline{1, N}.$$

Преобразовав последнее выражение, получим:

$$R_{\pi}(t) = \sum_{i=1}^n x_i (a_i + \beta_i R_{mr}(t)) + \sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i(t), \quad t = \overline{1, N}.$$

Видим, что доходность портфеля состоит из доходности (рисковой части) портфеля с зафиксированными долями бумаг, линейно зависящей от доходности рынка по каждой ЦБ, и содержит неучтенные регрессией компоненты доходностей $R_i(t)$, т.е. средневзвешенную по долям x_i случайную последовательность ряда остатков $\varepsilon_i(t)$, $t = \overline{1, N}$.

Последнее равенство можно записать в виде:

$$R_{\pi}(t) = a_{\pi} + R_{mr}(t)\beta_{\pi} + \varepsilon_{\pi}(t), \quad t = \overline{1, N}.$$

Средневзвешенный по долям ЦБ параметр a_{π} имеет смысл коэффициента «альфа» портфеля: $a_{\pi} = \sum_{i=1}^n x_i a_i$.

Средневзвешенная чувствительность ЦБ имеет смысл параметра «бета» портфеля: $\beta_{\pi} = \sum_{i=1}^n x_i \beta_i$.

А средневзвешенная неучтенная рынком доходность портфеля, или собственная (не зависящая от рынка) доходность ЦБ портфеля

имеет вид: $\varepsilon_{\pi}(t) = \sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i(t)$, $t = \overline{1, N}$.

Дисперсия доходности портфеля равна:

$$\sigma_{\pi}^2 = D[a_{\pi} + R_{mr}(t)\beta_{\pi} + \varepsilon_{\pi}(t)], \quad t = \overline{1, N}.$$

Так как $D(a_{\pi}) = 0$, то можно записать следующие соотношения:

$$\sigma_{\pi}^2 = \sigma_{R_{mr}}^2 \cdot \beta_{\pi}^2 + \sigma_{\varepsilon_{\pi}}^2. \quad \sigma_{\pi}^2 = \sigma_{R_{mr}}^2 \left(\sum_{i=1}^n \beta_i x_i \right)^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{\varepsilon_i}^2 x_i^2.$$

$$\sigma_{\pi} = \sqrt{\sigma_{R_{mr}}^2 \left(\sum_{i=1}^n \beta_i x_i \right)^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{\varepsilon_i}^2 x_i^2}.$$

Здесь

- σ_{π} — риск портфеля ценных бумаг;
- $\sigma_{R_{mr}} \left(\sum_{i=1}^n \beta_i x_i \right)$ — рыночный риск (систематическая составляющая) портфеля ЦБ, обеспечиваемая его чувствительностью к рынку;
- $\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{\varepsilon_i}^2 x_i^2}$ — собственный (не учтенный рынком) риск портфеля ЦБ.

Заметим, что квадраты собственных рисков ЦБ (дисперсии ряда не учтенных рынком доходностей) следует рассчитывать по формуле:

$$\sigma_{\varepsilon_i}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (R_i(t) - \tilde{R}_i(t))^2,$$

где

$$\tilde{R}_i(t) = a_i + \beta_i R_{mr}(t).$$

Риск портфеля ЦБ σ_{π} представляет собой целевую функцию в математической модели оптимизации портфеля, которую следует минимизировать, подбирая доли включенных в портфель ЦБ при условии определенных ограничений.

Для вывода системы ограничений будем ориентироваться на среднюю доходность (математическое ожидание) за N периодов:

$$m_{\pi} = M[R_{\pi}(t)] = M \left[\sum_{i=1}^n x_i (a_i + \beta_i R_{mr}(t)) \right] + M \left[\sum_{i=1}^n \varepsilon_i(t) x_i \right].$$

Слагаемое $\sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i(t)$, $t = \overline{1, N}$ при усреднении по времени для всех i обращается в ноль, поскольку члены случайной последовательности ряда остатков имеют разные знаки.

Следовательно,

$$M \left[\sum_{i=1}^n \varepsilon_i(t) x_i \right] = 0.$$

Тогда

$$m_{\pi} = M \left[\sum_{i=1}^n x_i (a_i + \beta_i R_{mr}(t)) \right] = \sum_{i=1}^n x_i (a_i + \beta_i m_{mr}),$$

где математическое ожидание доходности по рыночному индексу:

$$m_{mr} = M[R_{mr}(t)] = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N R_{mr}(t).$$

Поскольку доходность портфеля должна быть не меньше, чем доходность по безрисковым ЦБ, получаем первое ограничение по доходности портфеля минимального риска в виде:

$$\sum_{i=1}^n x_i (a_i + \beta_i m_{mr}) \geq r_0,$$

где

$$r_0 = M[R_0(t)] = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N R_0(t). \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1.$$

Модель задачи о формировании оптимального портфеля минимального риска при условии, что его доходность будет не меньше математического ожидания доходности по безрисковым ЦБ, с учетом динамики рынка $R_{mr}(t)$, формулируется следующим образом:

Необходимо найти вектор $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, минимизирующий риск портфеля при соответствующих ограничениях:

$$\sigma_{\pi} = \sqrt{\sigma_{R_{mr}}^2 \left(\sum_{i=1}^n \beta_i x_i \right)^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{\varepsilon_i}^2 x_i^2} \rightarrow \min.$$

$$\sum_{i=1}^n x_i (a_i + \beta_i m_{mr}) \geq r_0, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

Учитывая большой объем вычислений, производимый при оптимизации портфеля, даже при достаточно небольшом числе учитываемых ЦБ, задача может быть успешно решена только при использовании ЭВМ.

➔ **Пример 8.2.** Рассмотрим портфель ЦБ, состоящий из акций восьми крупных российских компаний: «Лукойл» LKOH (1), «Транснефть» TRNFP (2), «УАЗ» UAZA (3), «МГТС» MGTS (4), «Магнит» MGNT (5), «Аэрофлот» AFLT (6), «Уралкалий» URKA (7), «АВТОВАЗ» AVAZ (8). Соответствующую информацию о ценах акций на момент закрытия торгов и дивидендную доходность за период с начала 2010 г. (11.01.2010) по май 2012 г. (07.05.2012) имели с сайта «Экспорт котировок акций. Электронный ресурс // Финам.ру: рынок ценных бумаг, информация и аналитика. URL:<http://www.finam.ru/analysis/>).

Параметрическая модель набора рассматриваемых активов с учетом дивидендных выплат представлена в таблицах 8.1–8.2, рисунке 8.6.

Таблица 8.1 – Доходности акций портфеля ценных бумаг из 8 активов

LKOH	TRNFP	UAZA	MGTS
0,001575	0,008059	0,004624	0,007198
MGNT	AFLT	URKA	AVAZ
0,005542	0,000096	0,005572	0,005313

Таблица 8.2 – Матрица ковариаций ценных бумаг портфеля из 8 активов

	1. LKOH	2. TRNFP	3. UAZA	4. MGTS	5. MGNT	6. AFLT	7. URKA	8. AVAZ
1	0,001122	0,000963	-0,00012	0,000044	0,00052	0,000781	0,000755	0,000903
2		0,004226	-0,00038	0,000514	0,000991	0,001512	0,000983	0,001239
3			0,001408	-0,00006	0,000232	-0,00013	-0,00002	-0,00030
4				0,00258	0,000482	0,00051	0,000262	0,000418
5					0,002498	0,001156	0,001105	0,001275
6						0,002394	0,000966	0,001422
7							0,002438	0,00114
8								0,008217

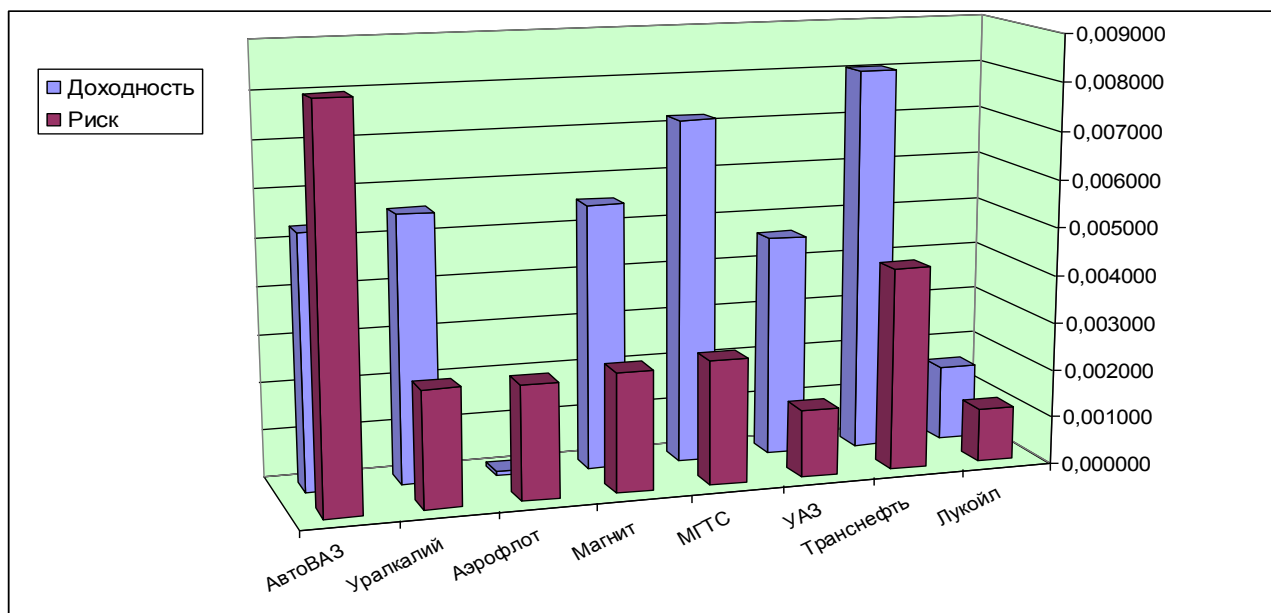


Рисунок 8.6 – Схематическое представление характеристик активов в портфеле

➔ **Пример 8.3.** По результатам статистической обработки временных рядов цен на начало периода (первая строка таблицы 8.3) и дивидендов акций за соответствующий период (вторая строка) реаль-

ных фирм исследовать структуру оптимального инвестиционного портфеля акций в зависимости от задаваемой его доходности и с учетом приобретения безрисковых ЦБ.

Требуется:

1. Построить параметрическую модель рынка (рассчитать средние доходности, ковариационную матрицу).
2. Рассчитать на ЭВМ зависимость оптимального риска портфеля от желаемой доходности портфеля.
3. Определить структуру портфеля в зависимости от задаваемой его доходности с учетом приобретения безрисковых ЦБ (доходность 0,04).

Решение.

Портфель ЦБ составим из акций реальных компаний:

Сургутнефтегаз (одна из крупнейших российских нефтяных и газодобывающих компаний); *ГМК «Норильский никель»* (российская горно-металлургическая компания); *Пермэнерго* (распределительная сетевая компания, осуществляющая передачу электроэнергии по электрическим сетям напряжением 0,4–110 кВ и технологическое присоединение потребителей к электросетям на территории Пермского края); *«Мобильные ТелеСистемы»* (российская телекоммуникационная компания, оказывающая услуги в России и странах СНГ под торговой маркой «МТС»); *ПАО «ЛУКОЙЛ»* (российская нефтяная компания).

Цены и дивиденды по акциям компаний (в рублях) в период с 2005 по 2015 год взяты из соответствующих сайтов Интернета и представлены в таблице 8.3.

Все расчеты производятся в MSExcel 2010.

Введем исходные данные как показано на рисунке 8.7.

Date	C(Снг)	Div(Снг)	C(ГМК)	Div(ГМК)	C(Перм)	Div(Перм)	C(МТС)	Div(МТС)	C(ЛУК)	Div(ЛУК)
30.12.2005	25,646	1,05	4684	53,5	39,5	2,677	194,844	7,6	1715,1	33
30.12.2006	28,477	0,71	4080	120	50	3,292	222,56	9,67	2268,988	38
30.12.2007	15,806	0,82	6597	112	14,4	1,095	371,106	14,84	2134,818	42
30.12.2008	6,001	1,326	2000	0	10,7	3,363	112,053	20,15	810,222	50
30.12.2009	14,494	1,0488	4245,02	210	32	5,886	221,118	15,4	1695,805	52
30.12.2010	15,563	1,18	7165	180	75	3,958	258,4	14,54	1741,22	59
30.12.2011	16,621	2,15	4929	196	62,01	7,265	181,354	14,71	1672,86	75
30.12.2012	20,175	1,48	5603	400,83	61,9	5,149	245,148	14,6	2010,16	50
30.12.2013	25,9	2,36	5408	248,48	56,52	2,302	328,29	18,6	2014,12	60
30.12.2014	30,003	8,21	8080	670,04	38	6,854	177,17	19,56	2261,95	94
30.06.2015	43,08	4,82	8939	305,07	43,3	3,314	216	5,61	2410	65

Рисунок 8.7 – Пример ввода исходных данных

Таблица 8.3 – Цены и дивиденды по акциям некоторых компаний

Год	Акции				
	Сургут-нефтегаз	Норильский никель	Пермэнерго-сбыт	МТС	ЛУКОЙЛ
2005	25,646	4684,00	39,50	194,844	1715,100
	1,05	53,5	2,677	7,6	33
2006	28,477	4080,00	50,00	222,560	2268,988
	0,71	120,00	3,292	9,67	38
2007	15,806	6597,00	14,40	371,106	2134,818
	0,82	112,00	1,095	14,84	42
2008	6,001	2000,00	10,70	112,053	810,222
	1,326	не выпл.	3,363	20,15	50
2009	14,494	4245,02	32,00	221,118	1695,805
	1,0488	210,00	5,886	15,4	52
2010	15,563	7165,00	75,00	258,400	1741,220
	1,18	180,00	3,958	14,54	59
2011	16,621	4929,00	62,01	181,354	1672,860
	2,15	196,00	7,265	14,71	75
2012	20,175	5603,00	61,90	245,148	2010,160
	1,48	400,83	5,149	14,6	50
2013	25,900	5408,00	56,52	328,290	2014,120
	2,36	248,48	2,302	18,6	60
2014	30,003	8080,00	38,00	177,170	2261,950
	8,21	670,04	6,854	19,56	94
2015	43,080	8939,00	43,30	216,000	2410,000
	4,82	305,07	3,314	5,61	65

Доходность по i -й акции за t -й год рассчитывается по формуле:

$$R_{i,t} = \frac{C_{i,t+1} + Div_{i,t} - C_{i,t}}{C_{i,t}}.$$

Найдем доходность каждой акции с помощью Excel и запишем результат в отдельные ячейки.

В Excel запишем формулу:

$$= (B3 + C2 - B2) / B2.$$

Поместив эту формулу в ячейку, скопируем ее в нижестоящие ячейки, чтобы рассчитать доходности по акции *Сургутнефтегаз* за 2005–2015 годы.

Рассуждая аналогичным образом, получим формулы для доходностей остальных акций.

Результат вычисления доходностей по акциям виден из рисунка 8.8.

	L	M	N	O	P
1	R(Снг)	R(ГМК)	R(Перм)	R(МТС)	R(ЛУК)
2	0,15133	-0,11753	0,333595	0,181253	0,342189
3	-0,42002	0,646324	-0,64616	0,710891	-0,04238
4	-0,56846	-0,67985	-0,1809	-0,65807	-0,6008
5	1,636227	1,12251	2,304953	1,15316	1,154724
6	0,146116	0,73733	1,527688	0,238253	0,057445
7	0,143803	-0,28695	-0,12043	-0,2419	-0,00538
8	0,34318	0,176506	0,115385	0,432877	0,246464
9	0,357125	0,036736	-0,00373	0,398706	0,026844
10	0,249537	0,54003	-0,28694	-0,40367	0,152836
11	0,709496	0,189238	0,319842	0,32957	0,107009
12	-0,88812	-0,96587	-0,92346	-0,97403	-0,97303

Рисунок 8.8 – Годовые доходности по акциям

Средние доходности по каждой акции находятся по формуле:

$$m_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it} .$$

Для первой акции «Сургутнефтегаз» формула средней доходности выглядит:

$$= \text{СРЗНАЧ}(L2:L12) .$$

Средние доходности по каждой акции представлены на рисунке 8.9.

m1	m2	m3	m4	m5
0,169111	0,127133	0,221803	0,106096	0,042357

Рисунок 8.9 – Средние доходности по каждой акции

Получим ковариационную матрицу, где каждый из элементов матрицы вычисляется по формуле:

$$V_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{it} - m_i)(R_{jt} - m_j),$$

а коэффициенты корреляции вычисляется по соотношению:

$$r_{ij} = \frac{V_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}.$$

Воспользуемся функцией для вычисления ковариационного момента в MS Excel:

КОВАРИАЦИЯ.Г(\$K2:\$K14;L2:L14)

	К	Л	М	Н	О	Р
16		R(Снг)	R(ГМК)	R(Перм)	R(МТС)	R(ЛУК)
17	R(Снг)	0,411533	0,26949	0,454834	0,280137	0,300157
18	R(ГМК)	0,26949	0,354076	0,356547	0,286628	0,246254
19	R(Перм)	0,454834	0,356547	0,793842	0,334688	0,34674
20	R(МТС)	0,280137	0,286628	0,334688	0,350832	0,251192
21	R(ЛУК)	0,300157	0,246254	0,34674	0,251192	0,258172

Рисунок 8.10 – Ковариационная матрица доходностей

Минимальный риск σ_{π}^2 находится из следующей задачи оптимизации:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\pi}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_{ij} x_i x_j \rightarrow \min; \\ m_{\pi} = \sum_{i=1}^n x_i m_i \geq m_{\pi}^0, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}. \end{array} \right.$$

Задачи оптимизации в Excel решаются с помощью надстройки «Поиск решений» на вкладке «Данные».

Этой надстройки может не быть изначально на вкладке «Данные».

Добавить ее можно следующим образом: кликнуть правой кнопкой мыши на одной из имеющихся вкладок, выбрать пункт «Настройка ленты», в появившемся окне в разделе «Основные вкладки» поставить галочку напротив «Разработчик».

На появившейся вкладке «Разработчик» выбрать «Надстройки», там отметить «Поиск решения».

По щелчку на кнопке «Поиск решения» появится окно, в котором отметим необходимые условия, накладываемые на данные.

Пусть в ячейках L22:P22 будут находиться доли вложений в i -й актив.

Так как эти доли должны быть неотрицательными, то укажем ограничения в окне «Параметры поиска решения» с помощью кнопки «Добавить».

Рисунок 8.11 – Подготовка к использованию надстройки «Поиск решения»

Пусть в ячейке Q22 будет находиться сумма долей вложений:

$$= \text{СУММ}(L22: P22).$$

По условию она должна быть равна единице, следовательно, укажем это в ограничениях.

Следует отметить, что средняя доходность должна быть не ниже некоторой величины.

Запишем в ячейку Q24 формулу для средней доходности:

$$= \text{СУММПРОИЗВ}(L14 : P14; L22 : P22),$$

а значение минимальной доходности (например, 0,04) – в ячейку L24.

Чтобы получить формулу оптимального риска придется выполнить промежуточные вычисления: сначала рассчитать значения внутренней суммы $\sum_{i=1}^n V_{ij}x_i$ для каждого из значений j , а потом подсчитать внешнюю сумму.

Например, формула для подсчета внутренней суммы при $j = 1$, которую запишем в ячейку L23, будет выглядеть следующим образом:

$$= \text{СУММПРОИЗВ}(\$L17 : \$P17; \$L22 : \$P22).$$

Тогда формула для расчета риска:

$$= \text{СУММПРОИЗВ}(L23 : P23; L22 : P22).$$

После расчетов с помощью надстройки «Поиск решений» получим в ячейке с целевой функцией оптимальное значение риска при заданной доходности, а в ячейках, содержащих x_i – доли вложений в i -й актив.

	К	Л	М	Н	О	Р	Q
16		$R(\text{Снг})$	$R(\text{ГМК})$	$R(\text{Перм})$	$R(\text{МТС})$	$R(\text{ЛУК})$	
17	$R(\text{Снг})$	0,411533	0,26949	0,454834	0,280137	0,300157	
18	$R(\text{ГМК})$	0,26949	0,354076	0,356547	0,286628	0,246254	
19	$R(\text{Перм})$	0,454834	0,356547	0,793842	0,334688	0,34674	
20	$R(\text{МТС})$	0,280137	0,286628	0,334688	0,350832	0,251192	
21	$R(\text{ЛУК})$	0,300157	0,246254	0,34674	0,251192	0,258172	
22	x_i	0	0,089334	0	0,025787	0,884881	1,000001
23	$x_i * V_{ij}$	0,296901	0,256928	0,347306	0,256928	0,256928	
24	m_p_0	0,04				m_p	0,051574
25	$risk$	0,256928					

Рисунок 8.12 – Результат работы «Поиск решения»

Изменим значение требуемой доходности в ячейке L24 и получим зависимость риска от заданного уровня доходности.

График этой зависимости представлен на рисунке 8.13.

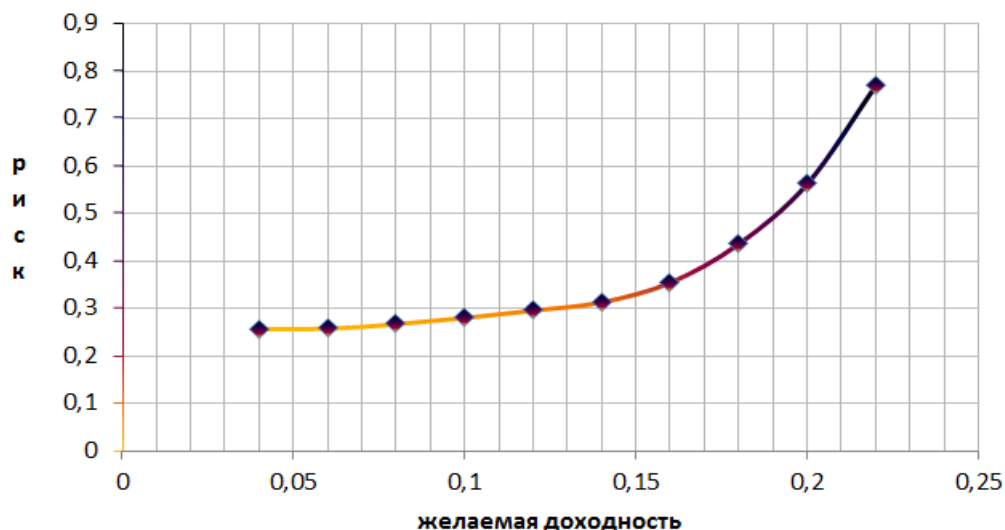


Рисунок 8.13 – Зависимость риска от желаемой доходности

В случае наличия безрисковых ЦБ добавляется еще один аргумент x_{n+1} – доля вложений в безрисковую ЦБ.

Она не коррелирует с другими бумагами, имеет нулевой риск, ее доходность постоянна и, как правило, ниже доходности ценных бумаг с ненулевым риском.

В приведенном на рисунке 8.14 графике доходность безрисковой ЦБ принята равной 0,04.

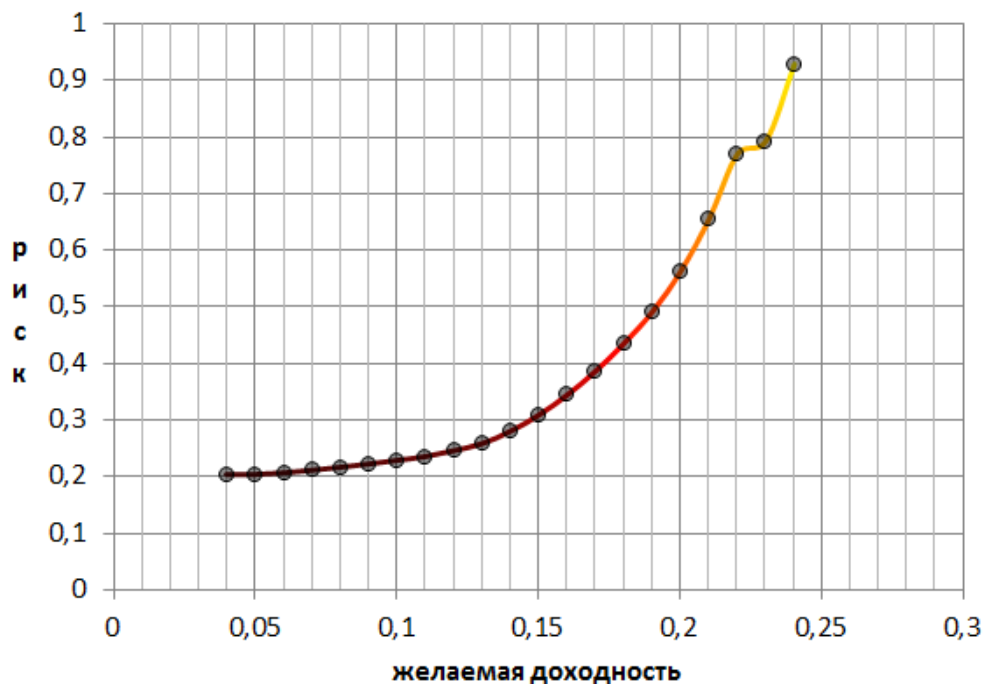


Рисунок 8.14 – Зависимость риска от желаемой доходности при наличии безрисковой ценной бумаги

Контрольные вопросы к главе 8

1. Поясните понятие «портфель ценных бумаг».
2. Назовите и охарактеризуйте характеристики портфеля ЦБ.
3. Сравните модели портфельных стратегий.
4. Каковы особенности модели Тобина–Шарпа–Линтнера?
5. В чем заключается операция *short sale*?
6. Какова взаимосвязь риска и ожидаемой эффективности портфеля?
7. Охарактеризуйте понятие «оптимальный портфель ЦБ».
8. Укажите особенности моделей Марковица и Блэка.
9. Какова взаимосвязь риска и доходности в моделях Марковица?
10. Каковы особенности модели портфеля ЦБ с безрисковым активом?
11. Как вычисляются доходность и риск портфеля ценных бумаг?

Задание 8.1. По результатам статистической обработки временных рядов цен и дивидендов акций некоторых условных фирм (таблицы 8.4–8.5), исследовать структуру оптимального инвестиционного портфеля акций в зависимости от задаваемой доходности портфеля и с учетом приобретения безрисковых ЦБ.

Требуется:

1. По известным временным рядам цен и дивидендов акций фирм построить параметрическую модель рынка (средние доходности, ковариационную матрицу).

2. Построить (рассчитать на ЭВМ) зависимость рационального (оптимального) риска (минимум среднеквадратического отклонения доходности или дисперсии) портфеля из рассматриваемых акций от желаемой доходности портфеля (например: 4%; 6%; 8%; 10%; 12%; 14%; 16%).

3. Определить структуру портфеля в зависимости от задаваемой доходности портфеля с учетом (и без) приобретения безрисковых ценных бумаг (их доходность задать самим).

Варианты заданий приведены в таблицах 8.4.–8.5.

В таблице 8.5 представлены статистические данные по ценам (на начало года, первая строка) и дивидендам (за соответствующий год) в долларах США.

Таблица 8.4 – Варианты задания

<i>№ варианта</i>	<i>Номера акций для анализа и исследования</i>
1	A1, A2, A6, A7, A9
2	A3, A6, A8, A9, A10
3	A1, A2, A4, A6, A9
4	A2, A3, A4, A7, A9
5	A2, A3, A5, A9, A10
6	A2, A4, A7, A8, A9
7	A3, A4, A6, A8, A9
8	A2, A5, A6, A7, A8
9	A2, A3, A5, A8, A10
10	A1, A6, A7, A8, A9
11	A5, A6, A8, A9, A10
12	A3, A5, A6, A8, A9
13	A3, A4, A6, A8, A10
14	A1, A2, A4, A6, A9
15	A1, A2, A5, A6, A7
16	A1, A2, A3, A8, A9
17	A3, A6, A8, A9, A10
18	A4, A6, A7, A8, A10
19	A2, A3, A4, A8, A9
20	A1, A3, A5, A6, A8

Таблица 8.5 – Цены и дивиденды по акциям (в долларах)

<i>Год</i>	<i>Условные обозначения акций</i>									
	<i>A1</i>	<i>A2</i>	<i>A3</i>	<i>A4</i>	<i>A5</i>	<i>A6</i>	<i>A7</i>	<i>A8</i>	<i>A9</i>	<i>A10</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>
2001	116,4	77,5	47,6	86,3	116,2	20,5	81,7	64,5	153,4	63,0
	11,2	8,2	5,1	5,7	28,6	3,0	5,8	4,6	14,9	6,1
2002	129,4	73,0	49,6	86,9	136,2	25,5	84,2	57,2	173,2	68,0
	12,2	7,2	5,3	9,7	12,6	3,1	9,8	4,3	15,9	7,1
2003	135,2	65,0	53,6	90,0	147,0	28,2	87,4	49,0	181,5	69,0
	12,0	8,4	5,0	9,8	13	3,0	9,5	6,6	19,9	6,4

Окончание таблицы 8.5

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>
2004	133,4	69,0	55,6	96,9	104,2	30,5	88,2	50,2	193,2	70,0
	10,8	6,2	5,4	9,7	15,6	3,7	9,8	5,3	15,9	7,6
2005	136,2	67,0	58,6	97,0	123,0	28,0	87,4	41,0	159,5	75,0
	14,0	7,4	6	10,8	15,0	3,6	9,9	6,4	20,0	6,2
2006	149,4	61,0	59,6	96,9	183,2	29,5	91,2	46,2	202,2	78,0
	12,2	7,2	5,3	9,7	12,6	3,1	9,8	4,3	15,9	7,1
2007	154,2	60,0	63,6	100,0	127,0	30,2	97,4	49,5	182,5	79,0
	16,4	8,8	6,0	9,6	23,0	3,0	9,5	6,6	19,9	7,4
2008	159,4	57,0	64,6	106,9	188,2	39,5	99,2	48,2	207,2	84,0
	12,2	7,2	5,3	9,7	32,6	3,1	9,8	4,3	15,9	7,1
2009	154,2	50,5	56,6	90,0	100,0	20,2	80,4	33,0	110,0	70,0
	6,4	1,8	3,0	5,6	3,0	1,2	6,5	1,6	9,9	3,4
2010	159,4	51,0	60,6	100,9	123,0	29,5	88,2	25,2	137,3	74,0
	13,2	6,2	6,3	10,7	42,6	4,1	9,8	4,3	18,9	9,1
2011	172,0	55,0	76,3	115,0	115,0	43,3	111,5	39,0	225,5	97,0
	20,4	5,4	7,0	11,6	23,0	4,2	10,5	5,6	19,9	9,4
2012	176,6	54,0	86,6	125,0	169,0	47,3	120,1	38,0	230,5	99,0
	18,4	6,1	8,0	12,6	22,0	5,2	15,5	10,6	22,0	10,0
2013	182,0	52,0	96,3	130,0	190,0	48,3	134,0	35,0	235,5	105,0
	22,0	6,4	10,0	14,6	31,6	5,2	16,5	4,8	23,6	11,4
2014	164,2	60,5	66,6	110,0	110,0	40,2	100,4	43,0	210,0	90,0
	16,4	8,8	6,0	9,6	23,0	3,0	9,5	3,6	19,9	7,4

АКТУАРНЫЕ РАСЧЕТЫ

9.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Слово «**актуарий**» (от латинского *actuarius* – счетовод, скоропи-сец) означает специалиста по страхованию, занимающегося разработкой научно обоснованных методов исчисления тарифных ставок по долгосрочному страхованию жизни и расчетами, связанными с образованием резерва страховых взносов.

Актuarные расчеты – система математических и статистических расчетов, применяемых в страховании, отражающая механизм образования и расходования страхового фонда в долгосрочных страховых операциях, связанных с продолжительностью жизни населения.

Страховщик – специализированная организация, проводящая страхование.

Страхователь – физическое или юридическое лицо, уплачивающее страховые взносы и вступающее в конкретные страховые отношения со страховщиком. В практике международного страхования он именуется как **полисодержатель**.

Объекты и предметы страхования – подлежащие страхованию материальные ценности, а в личном страховании – жизнь, здоровье и трудоспособность страхователя.

Страховая ответственность (страховое покрытие) – обязанность страховщика выплатить страховое возмещение или страховую сумму при наступлении страхового случая.

Страховая сумма – сумма денежных средств, на которую фактически застрахованы имущество, жизнь, здоровье и др.

Страховой тариф (цена страхования) – выраженная в денежных единицах (рублях) плата с единицы страховой суммы или процентная

ставка от совокупной страховой суммы. Она служит основой для формирования страхового фонда.

Тарифом называется также брутто-ставка, состоящая из нетто-ставки, предназначенной для выплат страхового возмещения и страховых сумм, и нагрузки к нетто-ставке, необходимой для покрытия накладных расходов страховщика, связанных с проведением страхования. Принцип определения нетто-ставки постоянен, а структура нагрузки меняется и, следовательно, брутто-ставка может принимать различные значения.

Страхование – финансовый инструмент накопления и перераспределения собранных со страхователей премий между теми, чьи интересы пострадали в результате наступления страховых случаев. Основным документом, в котором закреплены экономические и правовые отношения страховщика и страхователя, является **договор страхования**.

В договоре содержится практически вся информация, необходимая для проведения расчетов, связанных с установлением объема ответственности по страховым рискам: страховая сумма, размер и периодичность уплаты взносов, лимит ответственности, время, территория, на которой действует договор, и т.п.

Договора страхования заключаются для того, чтобы избавиться от финансовых потерь, связанных с неопределенностью тех или иных несчастных событий. До заключения договора страхования клиент имел некоторый риск, который мог привести к некоторым случайным потерям. После заключения договора страхования, заплатив некоторую неслучайную сумму S_{cmp} , клиент избавляется от этого риска.

Клиент идет на небольшие детерминированные расходы с тем, чтобы избавиться от случайных потерь, которые хоть и маловероятны, но могут быть катастрофически большими для него. Сам риск не исчез – его приняла на себя страховая компания. Поэтому финансовый риск и связанная с ним опасность разорения присутствуют в деятельности любой страховой компании. Оценка этого риска представляет фундаментальный интерес для компании и служит основой для принятия важных решений.

Цена страхования (величина тарифных ставок) устанавливается при заключении договора, но в начале реализации страхового продукта (договора) отсутствует информация о том, сколько договоров

будет заключено и какими средствами в результате будет располагать компания.

Страхование делится на **обязательное** (в силу действующих законов) и **добровольное** (на основе договора между страхователем и страховщиком).

Добровольное страхование носит необязательный характер и включает следующие виды:

- 1) личное страхование (жизни, от несчастных случаев, пенсий);
- 2) имущественное страхование (имущества граждан, транспорта, грузов);
- 3) имущества субъектов хозяйствования (транспорта, грузов);
- 4) финансовых рисков (непогашенных кредитов, вкладов);
- 5) страхование ответственности (профессиональной ответственности, ответственности владельцев транспортных средств, перевозчиков и ответственности в случае неисполнения обязательств) и пр.

Обязательное страхование включает в себя страхование имущества в хозяйствах граждан, страхование пассажиров, медицинское страхование.

Страховые риски делятся прежде всего на две основные группы:

- 1) риски, связанные со страхованием жизни (на случай смерти, дожития до определенного возраста);
- 2) риски, связанные с иным страхованием, чем страхование жизни.

Страхование жизни является одним из способов защиты имущественных интересов граждан, связанных с жизнью и здоровьем. Например, при страховании на дожитие или случай смерти страховая компания обязуется осуществить выплату по истечении срока действия договора при дожитии до определенного возраста, по факту смерти.

Страхование имущественных рисков преследует цель в покрытии ущерба, причиняемого физическим и юридическим лицам стихийными бедствиями, несчастными случаями, какими-либо социальными аномалиями.

Страхование на случай смерти, на дожитие, смешанное (в котором сочетаются страхование на дожитие и на случай смерти), страхование детей является долгосрочными. Страхование от несчастных случаев менее продолжительно по времени. Такие договоры заключаются, как правило, на срок от нескольких дней до года.

Страхование рисков от несчастных случаев осуществляется в обязательной и добровольной формах. Предлагаемые страховщиками договоры охватывают практически все возможные события, которые могут неблагоприятно повлиять на жизнь человека. Здесь можно выделить риски потерять жизнь или здоровье, работоспособность от пожара, наводнения, нападения, насильственных действий со смертельным исходом; материальные риски, связанные с потерей материальной собственности; кража со взломом; грабеж; разбойные нападения; насилие со стороны криминальных элементов; широко распространены медицинские риски, которые также следует относить к материальным.

В Гражданском Кодексе РФ содержатся статьи, предусматривающие страхование гражданской ответственности. Основными из них являются: страхование гражданской ответственности владельцев автотранспортных средств; страхование ответственности за невыполнение обязательств; страхование профессиональной ответственности аудиторов и деятельности нотариусов, занимающихся частной практикой.

Существует страхование технических рисков, которые проявляются в форме аварий из-за выхода из строя машин и оборудования, сбоя в технологии производства, отключения энергии и т.п.

Страхование специальных рисков, вероятность реализации которых за один год, а часто и за ряд лет не может быть оценена, вызывает необходимость заключения договоров на длительные сроки.

Выделяется страхование рисков редких явлений, ущерб по которым может иметь катастрофические размеры (например, страхование экологических рисков).

Страхование предпринимательских рисков подразумевает финансовые потери, связанные с мошенничеством, небрежностью или халатностью служащих, а также риски понижения доходов: риск предпринимателя, вложившего в дело свои средства, связанный с возможностью недополучения прибыли или потери вложенных средств; риск кредитора; риски финансовых потерь, связанные с возможным уменьшением курса денежной единицы.

Из широкого спектра различных рисков выделяют те, которые поддаются страхованию. Их главные характеристики сводятся к следующему: рассматриваются только массовые явления, имеющие тенденцию к бесконечному повторению.

Для каждого такого явления можно говорить о вероятности его наступления, причем эти явления должны носить объективный характер, т.е. не зависеть от проявления чьей-либо воли; ущерб, производимый данными событиями, должен поддаваться исчислению в денежных единицах.

Расчет тарифных ставок является одной из центральных задач, которую должна решать каждая страховая компания. Правильно рассчитанный размер тарифа во многом определяет финансовую устойчивость страховой компании.

Органами надзора за страховой деятельностью уделяется большое внимание контролю и методологическому обеспечению расчета тарифных ставок. Необоснованное занижение размеров страховых тарифов является основанием для дачи предписания ограничить, приостановить или отозвать лицензию на осуществление страховой деятельности.

Снижение залицензированной нетто-ставки по видам страхования, иным, чем страхование жизни, не требует согласования с Росстрахнадзором и проводится с учетом фактически сложившейся убыточности страховых операций по страхованию соответствующих рисков. Такой расчет должен проводиться на основе статистической информации об убыточности за период не менее года и методики, согласованной с Росстрахнадзором при получении лицензии.

В расчете тарифов как на личном, так и в имущественном страховании имеют значение величина сложившейся нормы доходности и ее вероятностный прогноз. Чем выше норма доходности, тем больше оснований для снижения нижнего предела тарифа, взимаемого за предоставление страховой услуги.

Заклучив договор, страхователь (физическое или юридическое лицо) уплачивает страховой взнос и получает страховой полис.

Основанием для передачи риска одним лицом (страхователем) другому лицу (страховщику) является наличие у первого имущественной заинтересованности в покрытии убытков, возникающих в результате наступления опасных последствий страхового риска.

Страховой риск связан с конкретным интересом в сохранении конкретного имущества и имеет свою цену (стоимость).

Оценка страхового риска определяется стоимостью имущества, в основе которого заложен конкретный имущественный интерес.

Страховая сумма – это предел ответственности страховщика по выплате суммы страхового возмещения. При признании факта наступления страхового случая сумма страхового возмещения подлежит выплате в пределах страховой суммы. Данный предел устанавливается сторонами договора страхования в момент его заключения.

Основным фактором определения предела страховой суммы является оценка страхового риска, предусмотренная страховым и гражданским законодательством (соответствие страхового риска страховой сумме).

Оценкой страхового риска служит стоимость конкретного страхового интереса, которую устанавливает страхователь, возможная степень утраты или повреждения конкретного имущества или имущественного права, т.е. то, чем рискует страхователь при наступлении той или иной опасности.

Страхователь, оценивая свой риск, самостоятельно определяет убыточность риска, который он считает целесообразным передать на страхование другому лицу. Он вправе передать на страхование весь риск либо часть убытка, оставив у себя на удержании остальную часть риска.

Критериями для определения страхователем размера и объема риска, подлежащего передаче на страхование, могут быть, в частности:

- 1) финансовые возможности страхователя, связанные с покрытием расходов по оплате услуг страховщика (финансовая состоятельность страхователя, который может оплатить страховую премию, необходимую для страхования всего объема риска либо только его части);
- 2) степень морального и материального износа страхуемого имущества;
- 3) вероятность наступления опасного события.

Страхователи, как правило, передают на страхование от 70 до 100% стоимости имеющихся у них страховых рисков.

Принятие решений о страховании того или иного риска страховщиками часто зависит от платежеспособности страховщиков, которая зависит от ряда факторов. К таким факторам можно отнести:

- 1) наличие сбалансированной структуры страхового портфеля по видам страховых рисков;
- 2) объем страховых резервов, способный обеспечить покрытие заявленных убытков по всем действующим обязательствам страховщика;

3) наличие доли перестраховочного портфеля, обеспечивающей выполнение страховщиками обязательств по прямым видам договоров страхования;

4) положительное соотношение активов страховщика с принятыми им страховыми обязательствами;

5) уставный капитал и прочие ликвидные активы страховщика.

Стоимостную основу убытка должны составлять:

1) стоимость утраченного имущества;

2) стоимость затрат на восстановление поврежденного имущества;

3) расходы на восстановление нарушенного имущественного права;

4) неполученные доходы.

Страховая сумма не должна превышать размер убытка и стоимость страхового риска не должна превышать реальный ущерб.

Страховая сумма указывается в договорах страхования.

По договорам личного страхования страховая сумма определяется исключительно по соглашению сторон.

Для накопительного вида личного страхования страховая сумма исчисляется исключительно по воле страхователя, т.е. страхователь сам назначает и определяет такую сумму, какую он желает получить при наступлении предусмотренного договором события.

По рисковому виду личного страхования, например причинение вреда жизни или здоровью, страховая сумма также определяется по усмотрению страхователя, но по согласованию со страховщиком.

Это обосновывается тем, что данный вид страхования носит рисковый (случайный) характер, поэтому страховщику должна быть предоставлена возможность осуществить оценку страхового риска исходя из возраста, профессии и здоровья застрахованного лица.

Страховщик при наступлении страхового случая производит перераспределение средств страхового фонда, созданного за счет страхователей, в пользу того, с кем произошел страховой случай.

На основе нетто-ставки происходит аккумуляция средств для выплаты страховых сумм, но страховщик должен еще иметь средства на оплату дополнительных расходов – оплату труда работников, содержание помещений и т.д., а также получить доход.

Покрытие этих расходов происходит за счет страхователей.

В связи с этим к нетто-ставке присоединяется нагрузка, в результате чего формируется брутто-ставка:

$${}_n B_x = \frac{{}_n H_x}{1 - \alpha},$$

где ${}_n B_x$ – брутто-ставка для застрахованного на n лет лица в возрасте x ;

${}_n H_x$ – нетто-ставка для застрахованного на n лет лица в возрасте x ;

α – доля нагрузки в составе брутто-ставки (часто принимает значение из интервала $0,1-0,3$).

9.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ И ОСТАТОЧНОГО ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ

Неопределенность момента смерти является основным источником случайности при страховании жизни.

Относительно момента смерти отдельного человека нельзя сказать ничего определенного.

Однако, если мы имеем дело с большой однородной группой людей и не интересуемся судьбой отдельных людей из этой группы, то мы находимся в рамках теории вероятностей как науки о массовых случайных явлениях, обладающих свойством устойчивости частот.

Поэтому мы можем говорить о продолжительности жизни как о случайной величине X .

В теории вероятностей случайную величину X описывают законом распределения, одной из форм которой является функция распределения $F(x)$, которая определяется как вероятность того, что случайная величина X будет меньше, чем конкретное число x :

$$F(x) = P(X < x).$$

В актуарной математике принято работать не с функцией распределения, а с дополнительной функцией распределения $1 - F(x)$, которая дает вероятность того, что случайная величина X будет не меньше, чем число x .

Применительно к продолжительности жизни выражение $1 - F(x)$ есть вероятность того, что человек доживет до возраста x лет.

Функция $s(x) = 1 - F(x)$ называется **функцией выживания** (*survival function*):

$$s(x) = P(X \geq x).$$

Для непрерывных случайных величин включение конкретного значения в некоторую область не изменяет ее размера (объема) и с точки зрения вероятности можно записать

$$P(X \geq x) = P(X > x); P(X \leq x) = P(X < x).$$

Представление о характере зависимости $s(x)$ от x дает таблица 9.1, построенная на основе таблицы продолжительности жизни населения США:

Таблица 9.1 – Некоторые значения функции выживания

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
$s(x)$	1,0	,983	,977	,965	,949	,915	,837	,682	,432	,142	,012	0

В таблицах продолжительности жизни обычно считают, что существует некоторый предельный возраст (*limiting age*) ω (как правило $\omega = 100 - 120$ лет) и соответственно $s(x) = 0$ при $x > \omega$.

При описании смертности аналитическими законами обычно считают, что время жизни не ограничено, однако подбирают вид и параметры законов так, чтобы вероятность жизни свыше некоторого возраста была бы пренебрежимо мала.

Функция выживания имеет простой статистический смысл.

Пусть мы наблюдаем за группой из N родившихся людей и фиксируем их моменты смерти: X_1, X_2, \dots, X_N .

Обозначим число живых представителей этой группы в возрасте x через $L(x)$.

$$\text{Ясно, что } L(x) = \sum_{i=1}^N I(X_i > x),$$

где $I(A)$ – индикатор события A :

$I(A) = 1$, если событие A осуществилось;

$I(A) = 0$ в противном случае.

Обозначим математическое ожидание числа живых представителей группы в возрасте x через

$$l_x = M[L(x)].$$

Тогда $l_0 = N$.

Имеем:

$$l_x = M[L(x)] = \sum_{i=1}^N M[I(X_i > x)] = \sum_{i=1}^N P(X_i > x) = Ns(x) = l_0s(x).$$

Отсюда видно, что функция выживания $s(x)$ описывает среднюю долю живых представителей некоторой фиксированной группы новорожденных к моменту x .

В актуарной математике часто работают не с функцией выживания $s(x)$, а с величиной l_x (зафиксировав начальный размер группы $l_0 = N$).

Например, в таблицы продолжительности жизни населения многих стран (США и России) включена величина l_x при $l_0 = 100000$.

В терминах переменной l_x приведенная выше таблица для функции выживания может быть интерпретирована следующим образом: из 1000 новорожденных до возраста 10 лет доживает 983 человека, до 20 лет – 977 человек, до 30 лет – 965 человек, до 40 лет – 949 человек, до 50 лет – 915 человек, до 60 лет – 837 человек, до 70 лет – 682 человека, до 80 лет – 432 человека, до 90 лет – 142 человека, до 100 лет – 12 человек, до 110 лет – ни одного (на самом деле $s(110)$ величина порядка 10^{-4} – 10^{-5} , так что из 1 млн новорожденных несколько десятков человек доживут до 110 лет).

Приведенные численные данные можно переформулировать следующим образом: в первые десять лет жизни умрет примерно 17 человек, в возрасте от 10 до 20 лет – 6 человек, от 20 до 30 лет – 12 человек, от 30 до 40 лет – 16 человек, от 40 до 50 лет – 34 человека, от 50 до 60 лет – 78 человек, от 60 до 70 лет – 155 человек, от 70 до 80 лет – 250 человек, от 80 до 90 лет – 290 человек, от 90 до 100 лет – 130 человек, от 100 до 110 лет – 12 человек.

Данные о среднем числе умерших за данный интервал $(x, x + 10)$ нагляднее характеризуют смертность, чем данные об общем числе доживших до возраста x . Они позволяют выделить как наиболее

опасные – первое десятилетие жизни (смертность втрое выше, чем во второе десятилетие) и период от 70 до 90 лет, за который умирает более половины состава исходной группы в 1000 человек.

В связи с этим часто рассматривают случайную величину ${}_t Y_x$ как число умерших в возрасте от x до $x+t$ лет (из фиксированного числа l_0 новорожденных). Она связана с ранее введенной величиной $L(x)$, выражающей число живых представителей этой группы к моменту x , простым соотношением:

$${}_t Y_x = L(x) - L(x+t) = \sum_{i=1}^{l_0} I(x < X_i \leq x+t).$$

Среднее значение величины ${}_t Y_x$, т.е. среднее число представителей группы, умерших в возрасте от x до $x+t$ лет, обозначается ${}_t y_x$:

$${}_t y_x = M[{}_t Y_x].$$

Нетрудно видеть, что

$${}_t y_x = l_x - l_{x+t} = l_0(s(x) - s(x+t)).$$

Здесь $s(x) - s(x+t) = P(x < X \leq x+t)$ – вероятность смерти в промежутке $(x, x+t]$.

Случай $t = 1$ встречается в актуарной математике особенно часто.

Это связано как с обычным для людей счетом прожитых лет целыми годами, так и с обычной практикой страхования жизни на 1, 3, 5 и т.п. целое число лет.

Поэтому в актуарной математике принято опускать индекс 1, указывающий на то, что рассматриваемая величина относится к периоду 1 год.

Таким образом, ${}_1 y_x$ обозначается просто y_x :

$$y_x = l_x - l_{x+1} = l_0(s(x) - s(x+1)).$$

Применяя понятие производной, можно записать $s(x) - s(x+1)$ как $-s'(c)$, где c – некоторое число между x и $x+1$.

Имея ввиду, что $s'(x)$ мало меняется на протяжении одного года, можно считать, что верно приближенное равенство:

$$y_x \approx -l_0 s'(x).$$

Величина $f(x) = -s'(x) = F'(x)$ называется плотностью распределения вероятностей случайной величины X .

Она полезна и в актуарной математике, так как приближенно описывает долю умерших на интервале $(x, x+1)$ из исходной группы в l_0 новорожденных (при малых t величина $-s'(x)t$ приближенно описывает долю умерших в возрасте от x до $x+t$ лет из исходной группы в l_0 новорожденных).

В актуарной математике график функции плотности $f(x)$ называют **кривой смертей** (*the curve of deaths*).

Вероятность смерти человека, дожившего до x лет, в течение ближайших t лет равна:

$$\begin{aligned} P(x < X \leq x+t | X > x) &= \frac{P(x < X \leq x+t)}{P(X > x)} = \\ &= \frac{F(x+t) - F(x)}{1 - F(x)} = \frac{s(x) - s(x+t)}{s(x)} = \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x}. \end{aligned}$$

Если t мало или $f(u)$ мало меняется на интервале $x < u < x+t$, то применяя формулу Тейлора, можно написать приближенное равенство:

$$P(x < X \leq x+t | X > x) \approx \frac{f(x)}{1 - F(x)}.$$

Величина $\mu_x = \frac{f(x)}{1 - F(x)}$ называется **интенсивностью смертности**

и играет важную роль в актуарной математике.

При малых t величина $\mu_x t$ приближенно выражает вероятность смерти в интервале времени $(x, x+t)$ человека, дожившего до x лет.

➔ **Пример 9.1.** Сколько человек в среднем из 1000 родившихся умрут в возрасте от 50 до 70 лет?

Решение.

Рассматриваемая величина обозначена как ${}_{20}y_{50}$ и может быть подсчитана с использованием таблицы значений функции выживания:

$${}_{20}y_{50} = 1000(s(50) - s(70)) = 1000(0,915 - 0,682) = 233 \text{ человека.}$$

Страховая компания имеет дело с конкретными людьми, дожившими до определенного возраста. Статистические свойства времени

жизни таких людей отличаются от свойств времени жизни новорожденных.

Если человек в возрасте x лет обратился в страховую компанию (в актуарной математике такого человека обозначают (x)), то заведомо известно, что он дожил до x лет, и поэтому все случайные события, связанные с этим человеком, должны рассматриваться при условии, что $X > x$.

В частности, среднее время жизни этого человека – это условное среднее $M[X | X > x]$ и оно не обязано совпадать с $M[X]$.

Вероятность смерти этого человека в течение ближайших 10 лет – это вероятность того, что $x < X < x+10$ при условии, что $X > x$ и она сильно зависит от x .

Для человека в возрасте x лет обычно рассматривают не продолжительность жизни X , а **остаточное время жизни**

$$T(x) = X - x.$$

Распределение случайной величины $T(x)$ – это условное распределение величины $X - x$ при условии, что $X > x$.

Таким образом,

$$\begin{aligned} P(T(x) \leq t) &= P(X - x \leq t | X > x) = P(X \leq x + t | X > x) = \\ &= \frac{P(x < X \leq x + t)}{P(X > x)} = \frac{F(x + t) - F(x)}{1 - F(x)} = \frac{s(x) - s(x + t)}{s(x)} = \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x}. \end{aligned}$$

Вероятность $P(T(x) \leq t)$ обозначается как ${}_t q_x$:

$${}_t q_x = P(T(x) \leq t).$$

Она выражает вероятность смерти человека возраста x лет в течение ближайших t лет.

Дополнительная вероятность в актуарной науке обозначается символом ${}_t p_x$. Она выражает вероятность того, что человек в возрасте x лет проживет еще по меньшей мере t лет:

$${}_t p_x = P(T(x) > t) = \frac{s(x + t)}{s(x)}.$$

Случай $t = 1$ играет особую практическую роль и встречается наиболее часто. Для него принято опускать передний индекс у переменных ${}_t q_x$ и ${}_t p_x$.

Символ q_x обозначает вероятность того, что человек в возрасте x лет умрет в течение ближайшего года, а символ p_x обозначает вероятность того, что человек в возрасте x лет проживет еще, по меньшей мере, один год.

Из общих формул имеем:

$$q_x = P(T(x) \leq 1) = \frac{s(x) - s(x+1)}{s(x)} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}.$$

$$p_x = P(T(x) > 1) = \frac{s(x+1)}{s(x)} = \frac{l_{x+1}}{l_x}.$$

Рассмотрим теперь более общее событие, заключающееся в том, что человек возраста x проживет еще t лет, но умрет на протяжении u последующих лет.

В терминах остаточного времени жизни $T(x)$ это событие можно выразить двойным неравенством:

$$t < T(x) \leq t + u.$$

Его вероятность обозначается в виде:

$${}_{t|u}q_x = P(t + u \geq T(x) > t).$$

Эта вероятность может быть выражена как через функцию распределения остаточного времени жизни ${}_tq_x$, так и через дополнительную функцию распределения ${}_tP_x$:

$${}_{t|u}q_x = P(t + u \geq T(x) > t) = P(t + u \geq T(x)) - P(t \geq T(x)) = {}_{t+u}q_x - {}_tq_x.$$

$${}_{t|u}q_x = P(T(x) > t) - P(T(x) > t + u) = {}_tP_x - {}_{t+u}P_x.$$

$${}_{t|u}q_x = \frac{s(x+t) - s(x+t+u)}{s(x)}.$$

Случай $u = 1$ представляет особый интерес для приложений к страхованию жизни. Как обычно, соответствующий индекс принято опускать.

Итак, ${}_tq_x$ — это вероятность того, что человек в возрасте x лет проживет еще t лет, но умрет на протяжении следующего года.

Среднее значение остаточного времени жизни человека в возрасте x лет $M[T(x)]$ называется полной вероятной продолжительностью жизни.

Поскольку величина $T(x)$ неотрицательна, $M[T(x)]$ может быть выражено через дополнительную функцию распределения

$$P(T(x) > t) = {}_t p_x = \int_0^{\infty} P(T(x) > t) dt.$$

В итоге получим:

$$M[T(x)] = \frac{1}{s(x)} \int_0^{\infty} s(x+t) dt = \frac{1}{s(x)} \int_0^{\infty} s(u) du.$$

➔ **Пример 9.2.** Найти вероятность того, что 20-летний человек умрет в возрасте от 60 до 70 лет.

Решение.

Искомая величина – вероятность того, что остаточное время жизни (20) лежит в промежутке от 40 до 50 лет: $P(40 < T(20) < 50)$.

Она была обозначена как ${}_{40|10}q_{20}$ и равна ${}_{40}P_{20} - {}_{50}P_{20}$.

Эту вероятность можно вычислить с использованием функции выживания:

$$P(40 < T(20) < 50) = \frac{s(60) - s(70)}{s(20)} = \frac{0,837 - 0,682}{0,977} \approx 0,16.$$

9.3. РАСЧЕТ ЕДИНОВРЕМЕННЫХ СТАВОК ПО СТРАХОВАНИЮ ЖИЗНИ И НА СЛУЧАЙ СМЕРТИ

Для начисления страхового фонда необходимо располагать сведениями о том, сколько лиц из числа застрахованных доживет до окончания срока действия их договоров страхования и сколько из них каждый год может умереть.

Продолжительность жизни отдельных людей является случайной величиной и колеблется в достаточно широких пределах. Демографической статистикой определена зависимость смертности от возраста людей, которая представлена в так называемых **таблицах смертности**.

Таблицы смертности содержат расчетные показатели, характеризующие смертность населения в отдельных возрастных группах и

доживаемость при переходе в другую возрастную группу. Они показывают, как постепенно уменьшается с увеличением возраста поколение одновременно родившихся (условно принятое за 100 000).

Таблицы смертности рассчитываются на основе данных переписи населения и отражают демографическую ситуацию на определенный момент времени. Ниже приводится в сокращенном виде таблица смертности (таблица 9.2).

В качестве исходной совокупности для расчета приняты 100 тысяч новорожденных. По таблице можно определить, сколько из числа родившихся доживет до каждого конкретного возраста. Так, до 20 лет из 100 тысяч новорожденных мальчиков доживет 9477, до 61 года – 63260.

Данные таблицы также показывают, сколько человек каждый год умирает. Число умирающих при переходе от возраста x к возрасту $x+1$ обозначено как u_x . Так, из 95438 мальчиков в возрасте 14 лет не доживет до возраста 15 лет 65 человек.

Наряду с абсолютными в таблице используется и относительный показатель q_x – вероятность умереть в течение определенного года жизни.

Таблица 9.2 – Сокращенная таблица смертности

Возраст человека x , лет	Мужчины			Женщины		
	l_x	q_x	u_x	l_x	q_x	u_x
1	2	3	4	5	6	7
14	95438	0,00068	65	96407	0,00037	36
15	95373	0,00082	78	96371	0,00041	40
16	95295	0,00101	97	96331	0,00047	45
...
20	94774	0,00196	186	96116	0,00069	66
21	94588	0,00216	205	96050	0,00072	69
...
30	92216	0,00381	352	95337	0,00106	101
...
61	63260	0,03080	1949	83149	0,01193	992
...
69	45836	0,05304	2431	72044	0,02771	1997
70	43405	0,05691	2470	70043	0,03073	2153

Вероятность умереть в возрасте x лет, не дожив до возраста $x + 1$ лет, равна:

$$q_x = \frac{y_x}{l_x}.$$

Так, вероятность умереть в возрасте 30 лет у мужчин составляет

$$q_{30} = \frac{352}{92216} = 0,00381 = 0,381\%.$$

С помощью таблицы смертности устанавливается вероятное число выплат по случаю смерти застрахованных или по дожитию ими до окончательного срока страхования, а при известных страховых суммах определяется размер страхового фонда, необходимого для страховых выплат.

Таблицы смертности служат также основой для расчета тарифных ставок по договорам долгосрочного страхования жизни.

Взносы, аккумулируемые страховщиком, могут быть использованы как кредитные ресурсы, приносящие определенный доход, т.е. они могут быть помещены в банк или инвестированы каким-либо другим способом.

Инвестированная сумма $S(0)$ (страховые взносы) через определенное время (n лет) вырастет до величины $S(n)$, наращение при этом обычно производится по сложным процентам.

Используя таблицу смертности, страховщик может определить величину страхового фонда, необходимого для выплаты в обусловленные сроки страховых сумм.

Экономическая сторона страховых операций основана на так называемом **принципе нуля**, который предполагает равенство взаимных обязательств страховщика и страхователя.

При единовременном взносе страхователь сразу при заключении договора погашает свои обязательства перед страховщиком и в дальнейшем не производит никаких дополнительных взносов.

Единовременная нетто-ставка равна произведению страховой суммы на коэффициент приведения.

Коэффициент приведения можно охарактеризовать как сумму дисконтированных платежей, равных одному рублю, с учетом вероятности каждой выплаты.

Рассмотрим **простейшие варианты страхования**.

1. Единовременная нетто-ставка по дожитию рассчитывается следующим образом:

$${}_n E_x^{\text{дож}} = \frac{l_{x+n} \cdot V^n}{l_x} \cdot S_{\text{стр}},$$

где ${}_n E_x^{\text{дож}}$ – единовременная нетто-ставка по страхованию на дожитие для лица в возрасте x лет при сроке страхования n лет;

l_{x+n} – число лиц, доживших до окончания срока страхования;

l_x – число лиц, заключивших договор в возрасте x лет;

$V^n = \frac{1}{(1+r)^n}$ – дисконтный множитель;

$S_{\text{стр}}$ – страховая сумма.

2. Единовременная нетто-ставка на случай смерти в пределах n лет рассчитывается по формуле:

$${}_n E_x^{\text{см}} = \frac{y_x \cdot V^1 + y_{x+1} \cdot V^2 + \dots + y_{x+n-1} \cdot V^n}{l_x} \cdot S_{\text{стр}},$$

где ${}_n E_x^{\text{см}}$ – единовременная нетто-ставка по страхованию на случай смерти для лица в возрасте x лет сроком на n лет.

$y_x, y_{x+1}, \dots, y_{x+n-1}$ – количества умирающих в течение срока страхования по годам;

V – дисконтный множитель;

$S_{\text{стр}}$ – страховая сумма.

3. Единовременная нетто-ставка пожизненного страхования на случай смерти рассчитывается по формуле:

$${}_{\omega-x} E_x^{\text{см}} = \frac{y_x \cdot V^1 + y_{x+1} \cdot V^2 + \dots + y_{\omega-x-1} \cdot V^{\omega-x}}{l_x} \cdot S_{\text{стр}}.$$

где ω – заданный предельный возраст.

4. Единовременная нетто-ставка по страхованию пенсии (пожизненной ренты пренумерандо) вычисляется по формуле:

$${}_{\omega-x}E_x^{пенс} = \frac{l_x + l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{\omega} \cdot V^{\omega-x}}{l_x} \cdot S_{ед}.$$

где ω – заданный предельный возраст;

$S_{ед}$ – размер систематических (единичных) пожизненных выплат.

5. Единовременная нетто-ставка по страхованию пенсии (n лет ренты пренумерандо) вычисляется по формуле:

$${}_nE_x^{пенс} = \frac{l_x + l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n-1} \cdot V^{n-1}}{l_x} \cdot S_{ед}.$$

6. Единовременная нетто-ставка по страхованию пенсии (n лет ренты постнумерандо) вычисляется по формуле:

$${}_nE_x^{пенс} = \frac{l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n} \cdot V^n}{l_x} \cdot S_{ед}.$$

В приведенных формулах дробь перед суммой страховки представляет собой коэффициент приведения.

➔ **Пример 9.3.** Страховщик заключил договор на дожитие на 2 тыс. долл. на 5 лет с мужчиной 45 лет. Рассчитать единовременную нетто-ставку (при ставке накопления $r = 0,09$).

Решение.

Единовременная нетто-ставка на дожитие рассчитывается по соотношению

$${}_nE_x^{дож} = \frac{l_{x+n}}{l_x} S_{стр} \left(\frac{1}{1+r} \right)^n = K_{прив} \cdot S_{стр}.$$

Для нашего случая, используя данные таблицы 9.3, получим

$${}_5E_{45}^{дож} = \frac{83640}{88567} 2000 \left(\frac{1}{1+0,09} \right)^5 = 0,6138 \cdot 2000 = 1227,55 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 9.4.** Мужчина 55 лет оформляет страховку на случай смерти на 5 лет на сумму 10 000 долларов ($r = 0,09$).

Сколько надо заплатить за страховку сразу?

Решение.

Единовременная нетто-ставка на случай смерти рассчитывается по соотношению

$${}_n E_x^{см} = \frac{y_x \cdot V^1 + y_{x+1} \cdot V^2 + \dots + y_{x+n-1} \cdot V^n}{l_x} \cdot S_{смп}.$$

Для нашего случая, используя данные таблицы 9.3, получим

$$\begin{aligned} {}_5 E_{55}^{см} &= \frac{1538 \cdot 1,09^{-1} + 1612 \cdot 1,09^{-2} + 1694 \cdot 1,09^{-3} + 1782 \cdot 1,09^{-4} + 1876 \cdot 1,09^{-5}}{77007} \cdot S_{смп} = \\ &= 0,0851 \cdot 10000 = 851 \text{ долл.} \end{aligned}$$

➔ **Пример 9.5. Мужчина** в возрасте 65 лет (x_{65}) заключает страховой договор на получение дополнительной пенсии до достижения 70-ти лет на сумму 5000 руб. Рассчитать единовременную нетто-ставку для ренты пренумерандо. Страховая компания использует годовую ставку накопления 9%.

Решение.

Единовременная нетто-ставка на дополнительную пенсию рассчитывается по соотношению

$${}_n E_x^{пенс} = \left[\frac{l_x + l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n-1} \cdot V^{n-1}}{l_x} \right] \cdot S_{ед}.$$

Для нашего случая, используя данные табл. 9.3, получим

$$\begin{aligned} {}_5 E_{65}^{пенс пре} &= 5000 \cdot \left[\frac{57901 + 55570 \cdot 1,09^{-1} + 53175 \cdot 1,09^{-2} + 50720 \cdot 1,09^{-3} + 48211 \cdot 1,09^{-4}}{57901} \right] = \\ &= 5000 \cdot 3,9284 = 19642 \text{ руб.} \end{aligned}$$

➔ **Пример 9.6.** Найти вероятность того, что 30-летний человек умрет в возрасте от 40 до 50 лет.

Решение.

Вероятность того, что остаточное время жизни (30) лежит в промежутке от 10 до 20 лет вычислим с использованием функции выживания:

$$P(10 < T(20) < 20) = \frac{s(40) - s(50)}{s(30)} = \frac{0,949 - 0,915}{0,965} \approx 0,035.$$

9.4. РАСЧЕТ НЕТТО-СТАВОК ПО КОММУТАЦИОННЫМ ЧИСЛАМ

На практике для сокращения объема работ, связанных с расчетом нетто-ставок, применяются специальные технические показатели – **коммутационные функции**, на основе которых подсчитываются **коммутационные числа**.

Такие числа берутся из таблицы смертности.

При расчете коммутационных чисел учитывается принятая страховой компанией норма накопления.

Предварительно запишем несколько промежуточных величин рассчитанных на основе таблицы смертности:

$$D_x = l_x \cdot V^x,$$

где l_x – число доживающих до возраста x лет;

$V^x = (1 + r_c)^{-x}$ – дисконтный множитель;

$N_x = D_x + D_{x+1} + \dots + D_\omega$ – сумма значений D_x ;

$C_x = y_x V^{x+1}$;

y_x – число умирающих в возрасте от x до $x+1$ лет;

$M_x = C_x + \dots + C_\omega$ – сумма значений C_x .

Принцип перевода в коммутационные числа формул, применяемых для расчета нетто-ставок, рассмотрим на примере единовременной нетто-ставки по дожитию.

1. Если в выражении для единовременной нетто-ставка по дожитию числитель и знаменатель умножить на одно и то же число V^x , то получим:

$${}_n E_x^{\text{дож}} = \frac{l_{x+n} \cdot V^n \cdot V^x}{l_x \cdot V^x} \cdot S_{\text{стр}} = \frac{l_{x+n} \cdot V^{n+x}}{l_x \cdot V^x} \cdot S_{\text{стр}}$$

или

$${}_n E_x^{\text{дож}} = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S_{\text{стр}}.$$

Аналогичные преобразования остальных формул придадут им следующий вид.

2. Для расчета единовременной нетто-ставки на определенный срок на случай смерти

$${}_n E_x^{см} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \cdot S_{смр.}$$

3. Для пожизненного страхования на случай смерти

$${}_{\omega-x} E_x^{см} = \frac{M_x}{D_x} \cdot S_{смр.}$$

4. Для пожизненной ренты–пренумерандо

$${}_{\omega-x} E_x^{пенс} = \frac{N_x}{D_x} \cdot S_{ед.}$$

5. Для временной ренты – пренумерандо

$${}_n E_x^{пенс} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \cdot S_{ед.}$$

6. Для временной ренты–постнумерандо

$${}_n E_x^{пенс} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \cdot S_{ед.}$$

Ниже приведена таблица смертности и стандартных коммутационных функций (таблица 9.3).

Таблица 9.3 – Таблица смертности и стандартных коммутационных функций (мужчины, норма накопления 9%)

x	l_x	q_x	y_x	D_x	N_x	C_x	M_x
1	2	3	4	5	6	7	8
18	100000	0,00149	149	21199	244593	28,979	1003,6
19	99851	0,00173	173	19420	223393	30,823	974,7
20	99678	0,00196	195	17786	203973	31,982	943,8
21	99483	0,00216	215	16285	186188	32,272	911,9
22	99268	0,00234	232	14908	169903	32,005	879,6
23	99036	0,00249	247	13645	154994	31,171	847,6
24	98789	0,00263	260	12487	141349	30,130	816,4
25	98529	0,00277	273	11426	128862	29,037	786,3
26	98256	0,00293	288	10454	117435	28,100	757,2
27	97968	0,00312	306	9562,5	106982	27,372	729,1

Продолжение таблицы 9.3

1	2	3	4	5	6	7	8
28	97663	0,00333	325	8745,6	97419,2	26,718	701,8
29	97338	0,00356	347	7996,7	88673,6	26,118	675,1
30	96991	0,00381	370	7310,3	80676,9	25,553	648,9
31	96622	0,00405	391	6681,2	73366,6	24,825	623,4
32	96230	0,00425	409	6104,7	66685,4	23,803	598,6
33	95821	0,00445	426	5576,8	60580,7	22,768	574,8
34	95395	0,00465	444	5093,6	55003,9	21,730	552,0
35	94951	0,00487	462	4651,3	49910,3	20,781	530,3
36	94489	0,00514	486	4246,5	45259,0	20,025	509,5
37	94003	0,00550	517	3875,8	41012,6	19,557	489,4
38	93486	0,00595	556	3536,2	37136,7	19,303	469,9
39	92930	0,00649	603	3224,9	33600,5	19,202	450,6
40	92327	0,00708	654	2939,5	30375,6	19,093	431,4
41	91673	0,00770	706	2677,7	27436,1	18,916	412,3
42	90967	0,00831	756	2437,7	24758,5	18,584	393,4
43	90211	0,00888	801	2217,8	22320,8	18,068	374,8
44	89410	0,00943	843	2016,6	20103,0	17,446	356,7
45	88567	0,00997	883	1832,7	18086,4	16,763	339,3
46	87684	0,01057	927	1664,6	16253,7	16,142	322,5
47	86757	0,01126	977	1511,0	14589,2	15,609	306,4
48	85780	0,01208	1036	1370,6	13078,2	15,190	290,8
49	84744	0,01303	1104	1242,3	11707,6	14,850	275,6
50	83640	0,01409	1178	1124,8	10465,3	14,540	260,7
51	82461	0,01522	1255	1017,4	9340,48	14,207	246,2
52	81206	0,01637	1329	919,20	8323,06	13,805	232,0
53	79877	0,01754	1401	829,50	7403,85	13,348	218,2
54	78476	0,01872	1469	747,66	6574,35	12,841	204,8
55	77007	0,01997	1538	673,09	5826,69	12,332	192,0
56	75469	0,02136	1612	605,18	5153,60	11,859	179,7
57	73857	0,02293	1694	543,35	4548,42	11,430	167,8
58	72164	0,02470	1782	487,06	4005,07	11,037	156,4

Окончание таблицы 9.3

1	2	3	4	5	6	7	8
59	70381	0,02665	1876	435,81	3518,01	10,655	145,3
60	68505	0,02871	1967	389,17	3082,20	10,250	134,7
61	66539	0,03080	2049	346,78	2693,04	9,799	124,4
62	64489	0,03296	2126	308,35	2346,25	9,324	114,6
63	62364	0,03523	2197	273,57	2037,90	8,842	105,3
64	60167	0,03765	2265	242,14	1764,34	8,364	96,5
65	57901	0,04027	2332	213,78	1522,20	7,898	88,1
66	55570	0,04310	2395	188,23	1308,42	7,443	80,2
67	53175	0,04616	2455	165,25	1120,19	6,998	72,8
68	50720	0,04947	2509	144,60	954,947	6,563	65,8
69	48211	0,05304	2557	126,10	810,344	6,136	59,2
70	45654	0,05691	2598	109,55	684,243	5,720	53,1
71	43056	0,06108	2630	94,787	574,691	5,312	47,3
72	40426	0,06558	2651	81,649	479,904	4,912	42,0
73	37775	0,07044	2661	69,995	398,255	4,523	37,1
74	35114	0,07568	2657	59,692	328,260	4,145	32,6
75	32456	0,08129	2638	50,619	268,568	3,775	28,4
76	29818	0,08738	2606	42,664	217,949	3,420	24,7
77	27213	0,09393	2556	35,721	175,284	3,078	21,2
78	24656	0,10098	2490	29,694	139,563	2,751	18,2
79	22167	0,10857	2407	24,491	109,869	2,439	15,4
80	19760	0,11672	2306	20,029	85,3780	2,145	13,0
81	17454	0,12548	2190	16,231	65,3486	1,868	10,8
82	15264	0,13489	2059	13,022	49,1178	1,612	9,0
83	13205	0,14497	1914	10,335	36,0957	1,375	7,4
84	11290	0,15577	1759	8,1074	25,7603	1,159	6,0
85	9531,7	0,16733	1594,9	6,2794	17,6529	0,964	4,8
86	7936,7	0,23931	1899,3	4,7969	11,3735	1,053	3,9
87	6037,4	0,34210	2065,4	3,3477	6,57654	1,051	2,8
88	3972,0	0,48910	1942,7	2,0206	3,22886	0,907	1,8
89	2029,3	0,69940	1419,3	0,9471	1,20827	0,608	0,8
90	610,01	1	610,01	0,2612	0,26119	0,240	0,2

➔ **Пример 9.7.** Решить задачу 9.3 с использованием коммутационных чисел.

Решение.

Единовременная нетто-ставка на дожитие рассчитывается с использованием коммутационных чисел по соотношению

$${}_n E_x^{\text{дож}} = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S_{\text{стр.}}$$

Для нашего случая, используя данные таблицы 9.3, получим

$${}_5 E_{65}^{\text{дож}} = \frac{D_{50}}{D_{45}} 2000 = \frac{1124,8}{1832,7} 2000 = 1227,5 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 9.8.** Решить задачу 9.4 с использованием коммутационных чисел.

Решение.

Единовременная нетто-ставка на случай смерти рассчитывается с использованием коммутационных чисел по соотношению

$${}_n E_x^{\text{см}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \cdot S_{\text{стр.}}$$

$${}_5 E_{55}^{\text{см}} = \frac{M_{55} - M_{60}}{D_{55}} S_{\text{стр.}} = \frac{192 - 134,7}{673,09} 10000 = 851,3 \text{ долл.}$$

9.5. РАСЧЕТ ГОДИЧНЫХ И МЕСЯЧНЫХ НЕТТО-СТАВОК

При расчете единовременной нетто-ставки предполагается, что сумма подлежащих уплате взносов погашается единовременно в момент заключения договора о страховании.

На практике такие случаи встречаются крайне редко.

Основная масса страхователей предпочитает платить взносы в течение всего срока страхования. В связи с этим возникает необходимость расчета годовых нетто-ставок.

Единовременная нетто-ставка отличается по своей величине от годичной ставки по ряду причин.

1. При единовременной уплате страхового взноса он может быть сразу после его поступления каким-либо образом инвестирован и на эту сумму будут начислены проценты.

При годовых же взносах в связи с их постепенным поступлением сумма начисленных процентов будет меньше, чем при единовременном взносе, в результате чего страховщик получит меньший страховой фонд.

2. При единовременном взносе его уплачивают все лица, заключившие страховой договор, а при годичной уплате ряд страхователей прекратит взносы в результате своей смерти.

Таким образом, при расчете годичной нетто-ставки необходимо учитывать частичную потерю процентных сумм и снижение числа платежей в результате смерти некоторой части застрахованных лиц.

Для перехода от единовременной нетто-ставки к годичной используются так называемые коэффициенты рассрочки.

Коэффициент рассрочки представляет собой современную стоимость n взносов (платежей) в размере 1 рубль, производимых в течение n лет (периодов) в конце или в начале страхового года (платежи постнумерандо или пренумерандо) с учетом вероятности каждого платежа.

Допустим, что все мужчины, достигшие возраста x лет, обязались в конце каждого страхового года вносить страховой компании 1 руб. в течение 5 лет.

Тогда в конце первого года будет внесено l_{x+1} руб.

Современная стоимость этой суммы, т.е. в момент заключения договора, составит величину $l_{x+1}V$.

Во втором году современная стоимость взносов составит $l_{x+2}V^2$, в третьем году: $l_{x+3}V^3$, ..., в n -ом: $l_{x+n}V^n$.

Для каждого страхователя сумма современных стоимостей годовых взносов будет равна **коэффициенту рассрочки постнумерандо**:

$${}_n K_x^{пост} = \frac{l_{x+1}V + l_{x+2}V^2 + \dots + l_{x+n}V^n}{l_x}.$$

Если платежи вносятся в начале каждого года (периода) то получим **коэффициент рассрочки пренумерандо**:

$${}_n K_x^{пре} = \frac{l_x + l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n-1} \cdot V^{n-1}}{l_x}.$$

Абсолютная величина коэффициентов рассрочки близка к значению срока страхования n , но несколько ниже его.

Коэффициент рассрочки постнумерандо с использованием коммутационных чисел вычисляется по соотношению:

$${}_n K_x^{post} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}.$$

Коэффициент рассрочки пренумерандо с использованием коммутационных чисел вычисляется по соотношению:

$${}_n K_x^{pre} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}.$$

С учетом коэффициента рассрочки годовые платежи (нетто-ставки) определяются по соотношению:

$${}_n S_x^{год} = \frac{{}_n E_x}{{}_n K_x},$$

где ${}_n S_x^{год}$ – годичный взнос;
 ${}_n E_x$ – единовременный взнос;
 ${}_n K_x$ – коэффициент рассрочки.

Использование коэффициентов рассрочки способствует тому, что размеры годовых ставок становятся более высокими, чем если бы мы просто делили единовременную ставку на количество лет страхования.

Это также позволяет возмещать потери процентных денег и уменьшение числа лиц, производящих страховые взносы.

При расчете **ежемесячного взноса** исходят из того, что условия страхования предоставляют страхователю право помесечной уплаты взносов с тем, чтобы к концу года было бы произведено полное погашение суммы годичного взноса.

При расчете ежемесячного платежа руководствуются правилами финансовой эквивалентности.

➔ **Пример 9.9.** 20-летний юноша оформляет страховку на дожитие на 5 лет на 10 тыс. долл. Банковская ставка составляет 9% годовых сложных.

Сколько надо заплатить за страховку сразу?

Если платить по годам, то сколько?

Решение.

Если оплатить страховку сразу, то единовременная нетто-ставка составит величину

$${}_5E_{20}^{\text{дож}} = \frac{D_{25}}{D_{20}} S_{\text{стр}} = \frac{11426}{17786} 10000 = 6424,2 \text{ долл.}$$

(Кстати, если эту сумму положить в банк под 9% годовых, то получим наращенную сумму $S(T) = S(5) = 6424,2(1 + 0,09)^5 = 9884$ долл.)

Если платить по годам, то коэффициенты рассрочки будут равны:

$${}_nK_x^{\text{пост}} = \frac{N_{21} - N_{26}}{D_{20}} = \frac{186188 - 117435}{17786} = \frac{68753}{17786} = 3,865568,$$

$${}_nK_x^{\text{пре}} = \frac{N_{20} - N_{25}}{D_{20}} = \frac{203973 - 128862}{17786} = \frac{75111}{17786} = 4,22304.$$

Тогда годовые платежи постнумерандо составят величину

$${}_5S_{20}^{\text{год}} = \frac{{}_5E_{20}^{\text{дож}}}{{}_5K_{20}^{\text{пост}}} = \frac{6424,2}{3,865568} = 1661,89 \text{ долл.}$$

(5 платежей по 1661,89 долларов составят 8309,5 долл.)

Годовые платежи пренумерандо составят величину

$${}_5S_{20}^{\text{год}} = \frac{{}_5E_{20}^{\text{дож}}}{{}_5K_{20}^{\text{пре}}} = \frac{6424,2}{4,22304} = 1521,23 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 9.10.** 25-летний мужчина оформляет страховку на случай смерти на 10 лет на сумму 20 тыс. долл. Банковская ставка составляет 9% годовых сложных. Сколько надо заплатить за страховку сразу?

Какую сумму составят ежегодные платежи в начале и в конце года?

Решение.

Единовременная нетто-ставка составит величину

$$\begin{aligned} {}_nE_x^{\text{см}} = {}_{10}E_{25}^{\text{см}} &= \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} S_{\text{стр}} = \frac{M_{25} - M_{35}}{D_{25}} S_{\text{стр}} = \frac{786,3 - 530,3}{11426} 20000 = \\ &= \frac{256}{11426} \cdot 20000 = 0,022405 \cdot 20000 = 448,1 \text{ долл.} \end{aligned}$$

Коэффициент рассрочки пренумерандо равен

$${}_n K_x^{npe} = {}_{10} K_{25}^{npe} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = \frac{N_{25} - N_{35}}{D_{25}} = \frac{128862 - 49910,3}{11426} = 6,91.$$

Тогда годовой платеж пренумерандо составит величину

$$S_{год}^{npe} = {}_{10} S_{25}^{год} = \frac{{}_{10} E_{25}^{см}}{{}_{10} K_{25}^{npe}} = \frac{448,1}{6,91} = 64,85 \text{ долл.}$$

Коэффициент рассрочки постнумерандо равен

$${}_n K_x^{пост} = {}_{10} K_{25}^{пост} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} = \frac{N_{26} - N_{36}}{D_{25}} = \frac{117435 - 45259}{11426} = \frac{72176}{11426} = 6,32.$$

Тогда годовой платеж постнумерандо составит величину

$$S_{год}^{пост} = {}_{10} S_{25}^{год} = \frac{{}_{10} E_{25}^{см}}{{}_{10} K_{25}^{пост}} = \frac{448,1}{6,32} = 70,91 \text{ долл.}$$

Месячные платежи постнумерандо рассчитаем из уравнения

$$\begin{aligned} S_{год}^{npe} = 64,85 &= S_{год}^{пост} / (1+r) = 70,91 / (1+0,09) = S_{мес}^{пост} \frac{1 - (1+r_{мес})^{-T}}{r_{мес}} = \\ &= S_{мес}^{пост} \frac{1 - (1+0,0075)^{-12}}{0,0075} = S_{мес}^{пост} \cdot 11,4349. \end{aligned}$$

Получаем:

$$S_{мес}^{пост} = \frac{70,91}{11,4349 \cdot 1,09} = \frac{70,91}{12,464} = 5,67.$$

Месячные платежи пренумерандо рассчитаем из уравнения

$$S_{мес}^{npe} = \frac{S_{мес}^{пост}}{(1+r_{мес})} = \frac{5,67}{(1+0,0075)} = 5,63.$$

➔ **Пример 9.11.** Ежегодно страхователь должен выплачивать 10 тыс. рублей. Банковская ставка составляет 9% годовых сложных. Если страхователь решил (обязан) выплачивать равными долями годовую сумму, то какова сумма ежемесячного платежа постнумерандо и пренумерандо?

Решение.

Месячные проценты составляют 1/12 годовых, т.е. $(9/12) = 0,75\%$.

Сумма месячного платежа постнумерандо $S_{мес}^{пост}$ рассчитывается из условия финансовой эквивалентности:

$$S_{год}^{пре} = S_{год}^{пост} \frac{1}{(1+r)} = S_{мес}^{пост} \sum_{i=1}^{12} \frac{1}{(1+r_{мес})^i} = S_{мес}^{пост} \frac{1-(1+r_{мес})^{-12}}{r_{мес}}.$$

Для ежегодных платежей постнумерандо имеем соотношение

$$S_{мес}^{пост} \frac{1-(1+r_{мес})^{-12}}{r_{мес}} = S_{год}^{пост} \frac{1}{(1+r)};$$
$$S_{мес}^{пост} \frac{1-(1,0075)^{-12}}{0,0075} = 10000 / 1,09 = 9174.$$

Отсюда ежемесячные платежи постнумерандо составят:

$$S_{мес}^{пост} = \frac{9174}{11,4349} = 802,28 \text{ руб.}$$

Ежемесячные платежи пренумерандо составят величину:

$$S_{мес}^{пре} = \frac{S_{мес}^{пост}}{1+r_{мес}} = \frac{802,28}{1+0,0075} = 796,31 \text{ руб.}$$

Для ежегодных платежей пренумерандо имеем соотношение

$$S_{мес}^{пост} \frac{1-(1+r_{мес})^{-12}}{r_{мес}} = S_{год}^{пре}; \quad S_{мес}^{пост} \frac{1-(1,0075)^{-12}}{0,0075} = 10000.$$

Отсюда ежемесячные платежи постнумерандо составят:

$$S_{мес}^{пост} = \frac{10000}{11,4349} = 874,52 \text{ руб.}$$

Ежемесячные платежи пренумерандо составят величину:

$$S_{мес}^{пре} = \frac{S_{мес}^{пост}}{1+r_{мес}} = \frac{874,52}{1+0,0075} = 868,01 \text{ руб.}$$

➔ **Пример 9.12.** Страховщик заключил договор на дожитие на 3 тыс. долл. на 8 лет с женщиной 62 лет. Рассчитать единовременную нетто-ставку (при ставке накопления $r = 0,09$) и брутто-ставку при доле нагрузки 0,15 в составе брутто-ставки.

Решение.

Единовременная нетто-ставка на дожитие рассчитывается по соотношению

$${}_n E_x^{\text{дож}} = \frac{l_{x+n}}{l_x} S_{\text{стр}} \left(\frac{1}{1+r} \right)^n = K_{\text{прив}} \cdot S_{\text{стр}}.$$

Для нашего случая, используя данные табл. 9.3, получим

$${}_8 E_{62}^{\text{дож}} = \frac{45654}{64489} \cdot 3000 \cdot \left(\frac{1}{1+0,09} \right)^8 = 0,35529 \cdot 3000 = 1065,87 \text{ долл.}$$

Единовременную нетто-ставку на дожитие легче рассчитать с использованием коммутационных чисел по соотношению

$${}_n E_x^{\text{дож}} = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S_{\text{стр}}.$$

Для нашего случая, используя данные табл. 9.3, получим

$${}_8 E_{62}^{\text{дож}} = \frac{D_{70}}{D_{62}} 3000 = \frac{109,55}{308,35} 3000 = 1065,8 \text{ долл.}$$

Тогда брутто-ставка составит величину:

$${}_n B_x = \frac{{}_n E_x^{\text{дож}}}{1-\alpha}; \quad {}_8 B_{62} = \frac{{}_8 E_{62}^{\text{дож}}}{1-0,15} = \frac{1065,87}{0,85} = 1253,96 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 9.13.** Мужчина 31 год оформляет страховку на случай смерти на 4 года на сумму 15 000 долл. ($r = 0,09$).

Сколько надо заплатить за страховку сразу в виде брутто-ставки при доле нагрузки 0,15 в составе брутто-ставки?

Решение.

Единовременная нетто-ставка на случай смерти рассчитывается по соотношению

$${}_n E_x^{\text{см}} = \frac{y_x \cdot V^1 + y_{x+1} \cdot V^2 + \dots + y_{x+n-1} \cdot V^n}{l_x} \cdot S_{\text{стр}}.$$

Для нашего случая, используя данные таблицы 9.3, получим

$${}_4E_{31}^{см} = \frac{391 \cdot 1,09^{-1} + 409 \cdot 1,09^{-2} + 426 \cdot 1,09^{-3} + 444 \cdot 1,09^{-4}}{96622} \cdot S_{смп} =$$

$$= 0,0139 \cdot 15000 = 209,029 \text{ долл.}$$

Единовременная нетто-ставка на случай смерти рассчитывается проще с использованием коммутационных чисел по соотношению

$${}_nE_x^{см} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \cdot S_{смп}.$$

$${}_4E_{31}^{см} = \frac{M_{31} - M_{35}}{D_{31}} \cdot S_{смп} = \frac{623,4 - 530,3}{6681,2} \cdot 15000 = 209,019 \text{ долл.}$$

Тогда брутто-ставка составит величину:

$${}_nB_x = \frac{{}_nE_x^{см}}{1 - \alpha}; \quad {}_4B_{31} = \frac{{}_4E_{31}^{см}}{1 - 0,15} = \frac{209,02}{0,85} = 245,91 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 9.14.** Мужчина в возрасте 72 лет (x_{72}) заключает страховой договор на получение дополнительной пенсии до достижения 78-ти лет на сумму 4500 руб.

Рассчитать единовременную нетто-ставку для ренты пренумерандо. Страховая компания использует годовую ставку накопления 9%.

Решение.

Единовременная нетто-ставка на дополнительную пенсию рассчитывается по соотношению

$${}_nE_x^{пенс} = \left[\frac{l_x + l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n-1} \cdot V^{n-1}}{l_x} \right] \cdot S_{ед}.$$

$${}_6E_{72}^{пенс} = 4500 \left[\frac{40426 + 37775 \cdot 1,09^{-1} + 35114 \cdot 1,09^{-2} + 32456 \cdot 1,09^{-3} + 29818 \cdot 1,09^{-4} + 27213 \cdot 1,09^{-5}}{40426} \right] =$$

$$= 4500 \cdot 4,1683 = 18757,5 \text{ руб.}$$

➔ **Пример 9.15.** 22-летний юноша оформляет страховку на дожитие на 10 лет на 17 тыс. долл. Банковская ставка составляет 9% годовых сложных.

Сколько надо заплатить за страховку сразу?

Если платить по годам, то сколько?

Решение.

1. Если оплатить страховку сразу, то единовременная нетто-ставка составит величину

$${}_{10}E_{22}^{\text{дож}} = \frac{D_{32}}{D_{22}} \cdot S_{\text{стр}} = \frac{6104,7}{14908} \cdot 17000 = 6961,4 \text{ долл.}$$

(Кстати, если эту сумму положить в банк под 9% годовых, то получим наращенную сумму $S(T) = S(10) = 6961,4(1 + 0.09)^{10} = 16480,2$ долл.).

2. Если платить по годам, то коэффициенты рассрочки будут равны:

постнумерандо:

$${}_n K_x^{\text{пост}} = \frac{N_{23} - N_{33}}{D_{22}} = \frac{154994 - 60580,7}{14908} = \frac{94413,3}{14908} = 6,333062.$$

пренумерандо:

$${}_n K_x^{\text{пре}} = \frac{N_{22} - N_{32}}{D_{22}} = \frac{169903 - 66685,4}{14908} = \frac{103217,6}{14908} = 6,92364.$$

Тогда годовые платежи постнумерандо составят величину

$${}_{10}S_{22}^{\text{год}} = \frac{{}_{10}E_{22}^{\text{дож}}}{{}_{10}K_{22}^{\text{пост}}} = \frac{6961,4}{6,333062} = 1099,22 \text{ долл.}$$

Годовые платежи пренумерандо составят величину

$${}_{10}S_{22}^{\text{год}} = \frac{{}_{10}E_{22}^{\text{дож}}}{{}_{10}K_{22}^{\text{пре}}} = \frac{6961,4}{6,92364} = 1005,45 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 9.16.** 40-летний мужчина оформляет страховку на случай смерти на 8 лет на сумму 23 тыс. долл. Банковская ставка составляет 9% годовых сложных.

Сколько надо заплатить за страховку сразу?

Какую сумму составят ежегодные и ежемесячные платежи в начале и в конце соответствующих периодов?

Решение.

Единовременная нетто-ставка составит величину

$$\begin{aligned} {}_n E_x^{см} &= {}_8 E_{40}^{см} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \cdot S_{смп} = \frac{M_{40} - M_{48}}{D_{40}} \cdot S_{смп} = \frac{431,4 - 290,8}{2939,5} \cdot 23000 = \\ &= \frac{140,6}{2939,5} \cdot 23000 = 0,047831 \cdot 23000 = 1100,113 \text{ долл.} \end{aligned}$$

Коэффициент рассрочки пренумерандо равен

$${}_n K_x^{пре} = {}_8 K_{40}^{пре} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = \frac{N_{40} - N_{48}}{D_{40}} = \frac{30375,6 - 13078,2}{2939,5} = 5,88.$$

Тогда годовой платеж пренумерандо составит величину

$$S_{год}^{пре} = {}_8 S_{40}^{год} = \frac{{}_8 E_{40}^{см}}{{}_8 K_{40}^{пре}} = \frac{1100,113}{5,88} = 187,09 \text{ долл.}$$

Коэффициент рассрочки постнумерандо равен

$${}_n K_x^{пост} = {}_8 K_{40}^{пост} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} = \frac{N_{41} - N_{49}}{D_{40}} = \frac{27436,1 - 11707,6}{2939,5} = \frac{15728,5}{2939,5} = 5,35.$$

Тогда годовой платеж постнумерандо составит величину

$$S_{год}^{пост} = {}_8 S_{40}^{год} = \frac{{}_8 E_{40}^{см}}{{}_8 K_{40}^{пост}} = \frac{1100,113}{5,35} = 205,63 \text{ долл.}$$

Месячные проценты можно считать равными 1/12 годовой ставки:

$$r_{мес} = (1/12) \cdot 0,09 = 0,0075.$$

Месячные платежи постнумерандо рассчитаем из уравнения

$$\begin{aligned} S_{год}^{пре} = 187,09 &= \frac{S_{год}^{пост}}{1+r} = \frac{205,63}{1+0,09} = S_{мес}^{пост} \cdot \frac{1 - (1+r_{мес})^{-T}}{r_{мес}} = \\ &= S_{мес}^{пост} \cdot \frac{1 - (1+0,0075)^{-12}}{0,0075} = S_{мес}^{пост} \cdot 11,4349. \end{aligned}$$

Получаем:

$$S_{мес}^{пост} = \frac{205,63}{11,4349 \cdot 1,09} = \frac{205,63}{12,464} = 16,498.$$

Месячные платежи пренумерандо рассчитаем из уравнения

$$S_{мес}^{пре} = \frac{S_{мес}^{пост}}{(1+r_{мес})} = \frac{16,498}{(1+0,0075)} = 16,375.$$

Месячные проценты можно рассчитать по правилам финансовой эквивалентности из соотношения

$$r_T = (1+r)^T - 1; \quad r_{мес} = (1+0,09)^{1/12} - 1 = 0,0072.$$

Тогда искомые величины будут равны:

Месячные платежи постнумерандо:

$$S_{год}^{пре} = S_{мес}^{пост} \cdot \frac{1-(1+r_{мес})^{-T}}{r_{мес}} = S_{мес}^{пост} \cdot \frac{1-(1+0,0072)^{-12}}{0,0072} = S_{мес}^{пост} \cdot 11,4568.$$

$$S_{мес}^{пост} = \frac{205,63}{11,4568 \cdot 1,09} = \frac{205,63}{12,488} = 16,466.$$

Месячные платежи пренумерандо рассчитаем из уравнения

$$S_{мес}^{пре} = \frac{S_{мес}^{пост}}{(1+r_{мес})} = \frac{16,466}{(1+0,0072)} = 16,348.$$

Различие в расчетах – незначительное.

➔ **Пример 7.17.** Ежегодно страхователь должен выплачивать 7 тыс. руб. Банковская ставка составляет 9% годовых сложных. Если страхователь решил выплачивать равными долями годовую сумму, то какова сумма ежемесячного платежа постнумерандо и пренумерандо?

Решение.

Пусть месячные проценты составляют 1/12 годовой ставки:

$$r_{мес} = (1/12) \cdot 0,09 = 0,0075.$$

Сумма месячного платежа постнумерандо $S_{мес}^{пост}$ рассчитывается из условия финансовой эквивалентности:

$$S_{год}^{пре} = S_{год}^{пост} \cdot \frac{1}{(1+r)} = S_{мес}^{пост} \sum_{i=1}^{12} \frac{1}{(1+r_{мес})^i} = S_{мес}^{пост} \cdot \frac{1-(1+r_{мес})^{-12}}{r_{мес}}.$$

Для ежегодных платежей постнумерандо имеем соотношение

$$S_{мес}^{пост} \cdot \frac{1 - (1 + r_{мес})^{-12}}{r_{мес}} = S_{год}^{пост} \cdot \frac{1}{(1 + r)};$$
$$S_{мес}^{пост} \cdot \frac{1 - (1,0075)^{-12}}{0,0075} = \frac{7000}{1,09} = 6422,02.$$

Отсюда ежемесячные платежи постнумерандо составят величину:

$$S_{мес}^{пост} = \frac{6422,02}{11,4349} = 561,62 \text{ руб.}$$

Ежемесячные платежи пренумерандо составят величину:

$$S_{мес}^{пре} = \frac{S_{мес}^{пост}}{1 + r_{мес}} = \frac{561,62}{1 + 0,0075} = 557,44 \text{ руб.}$$

Для ежегодных платежей пренумерандо имеем соотношение

$$S_{мес}^{пост} \cdot \frac{1 - (1 + r_{мес})^{-12}}{r_{мес}} = S_{год}^{пре}; \quad S_{мес}^{пост} \cdot \frac{1 - (1,0075)^{-12}}{0,0075} = 7000.$$

Отсюда ежемесячные платежи постнумерандо составят:

$$S_{мес}^{пост} = \frac{7000}{11,4349} = 612,16 \text{ руб.}$$

Ежемесячные платежи пренумерандо составят величину:

$$S_{мес}^{пре} = \frac{S_{мес}^{пост}}{1 + r_{мес}} = \frac{612,16}{1 + 0,0075} = 607,6 \text{ руб.}$$

Рассчитаем месячные проценты можно рассчитать и по правилам финансовой эквивалентности из соотношения

$$r_T = (1 + r)^T - 1; \quad r_{мес} = (1 + 0,09)^{1/12} - 1 = 0,0072.$$

Для ежегодных платежей постнумерандо ежемесячные платежи постнумерандо составят величину:

$$S_{мес}^{пост} = \frac{6422,02}{11,4568} = 560,54 \text{ руб.}$$

В этом случае ежемесячные платежи пренумерандо составят величину:

$$S_{\text{мес}}^{\text{пре}} = \frac{S_{\text{мес}}^{\text{пост}}}{1 + r_{\text{мес}}} = \frac{560,54}{1 + 0,0072} = 556,53 \text{ руб.}$$

Для ежегодных платежей пренумерандо получим следующие результаты.

Ежемесячные платежи постнумерандо составят величину:

$$S_{\text{мес}}^{\text{пост}} = \frac{7000}{11,4568} = 610,99 \text{ руб.}$$

Ежемесячные платежи пренумерандо составят величину:

$$S_{\text{мес}}^{\text{пре}} = \frac{S_{\text{мес}}^{\text{пост}}}{1 + r_{\text{мес}}} = \frac{610,99}{1 + 0,0072} = 606,6 \text{ руб.}$$

➔ **Пример 9.18.** Сколько человек в среднем из 800 родившихся умрут в возрасте от 90 до 100 лет?

Решение.

Рассматриваемая величина может быть подсчитана с использованием таблицы значений функции выживания:

$${}_{10}y_{90} = 800(s(90) - s(100)) = 800(0,142 - 0,012) = 104 \text{ человека.}$$

Контрольные вопросы к главе 9

1. Что такое актуарные расчеты?
2. Что такое нетто-ставки и брутто-ставки?
3. Что такое функция выживания и таблица смертности?
4. Поясните механизм расчета единовременных нетто-ставок.
5. Как вычисляются месячные платежи пренумерандо?
6. Что характеризует коэффициент приведения?
7. Охарактеризуйте простейшие варианты страхования.
8. Как вычисляются ежегодные платежи постнумерандо?
9. Что такое коммутационные числа?

Задание 9.1. Мужчина возраста x лет оформляет страховку на случай смерти на n лет на сумму $S_{стр}$ тыс. рублей. Банковская ставка составляет 9% годовых сложных.

Сколько надо заплатить за страховку сразу?

Какую сумму составят ежегодные платежи в начале и в конце года?

Какую сумму составят ежемесячные платежи в начале и в конце месяца?

Варианты заданий

Номер варианта	Возраст, лет	Срок страхования, лет	Сумма страхования
1	28	8	290
2	49	9	300
3	30	10	410
4	21	11	320
5	22	12	337
6	33	13	548
7	24	8	359
8	25	9	864
9	42	10	274
10	26	11	388
11	28	12	394
12	29	13	406
13	30	14	415
14	41	15	425
15	32	16	297
16	33	17	305
17	54	18	419
18	35	8	320
19	36	9	330
20	27	10	540
21	38	11	354
22	39	12	365
23	40	13	270
24	41	14	729
25	42	7	300
26	43	16	410
27	34	17	820
28	45	18	330

ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СТРАХОВАНИИ

10.1. РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ РАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ

В актуарной математике модели страхования жизни условно делят на две большие группы в зависимости от того, принимается или нет в расчет доход от инвестирования собранных премий.

В краткосрочном страховании доход от инвестирования собранных премий не учитывается. Обычно в качестве такого «короткого» интервала страхования рассматривается интервал в 1 год. В долгосрочном страховании учитывается доход от инвестирования собранных премий.

Конечно, это деление условное и, кроме того, долгосрочное страхование связано с рядом других обстоятельств.

Простейший вид страхования жизни заключается в следующем.

Страхователь платит страховой компании S_{np_i} руб. (эта сумма называется страховой премией), а компания обязуется выплатить лицу, в пользу которого заключен договор, страховую сумму S_{cmp_i} руб.

в случае смерти застрахованного в течение года по причинам, перечисленным в договоре (и не платит ничего, если он не умрет в течение года или умрет по причине, которая не покрывается договором).

Страхователем может быть как сам застрахованный, так и другое лицо (например, его работодатель).

Величина страховой выплаты, конечно, много больше, чем страховая премия $S_{cmp_i} \gg S_{np_i}$, и нахождение «правильного» соотношения между ними – одна из важнейших задач актуарной математики.

Купив за S_{np_i} руб. страховой полис, страхователь избавил выгодоприобретателя от риска финансовых потерь, связанных с неопределенностью момента смерти застрахованного.

Этот риск приняла на себя страховая компания. Для страховой компании риск заключается в случайности убытка по рассматриваемому договору. Если застрахованный не умирает в течение года, то убыток компании (выплаты) равен 0; если же он умирает, то убыток равен S_{cmp_i} руб.

Этот индивидуальный убыток $S_{y\bar{o}_i}$ является элементарной составляющей финансового риска компании и поэтому изучение финансовой деятельности компании начинается с изучения индивидуальных убытков.

Отметим, что индивидуальный убыток $S_{y\bar{o}_i}$ является случайной величиной. Поэтому важнейший элемент его анализа – это определение закона распределения этой случайной величины.

В рассматриваемой нами простейшей схеме страхования распределение величины $S_{y\bar{o}_i}$ имеет вид:

$$S_{y\bar{o}_i} = \begin{cases} 0, & \text{с вероятностью } 1 - q_i; \\ S_{cmp_i}, & \text{с вероятностью } q_i, \end{cases}$$

где q_i – вероятность того, что конкретный i -й человек умрет в течение ближайшего года по причине, покрываемой договором.

Средняя величина убытка есть величина

$$M(S_{y\bar{o}_i}) = 0 \cdot (1 - q_i) + S_{cmp_i} \cdot q_i = S_{cmp_i} \cdot q_i,$$

а дисперсия убытка есть величина

$$\begin{aligned} D(S_{y\bar{o}_i}) &= M(S_{y\bar{o}_i}^2) - (M(S_{y\bar{o}_i}))^2 = 0^2 \cdot (1 - q_i) + S_{cmp_i}^2 \cdot q_i - (S_{cmp_i} \cdot q_i)^2 = \\ &= S_{cmp_i}^2 q_i - S_{cmp_i}^2 \cdot q_i^2 = S_{cmp_i}^2 \cdot (1 - q_i) \cdot q_i. \end{aligned}$$

Часто удобнее представлять случайную величину $S_{y\bar{o}_i}$ в виде произведения двух величин:

$$S_{y\bar{o}_i} = I \cdot S_{cmp_i},$$

где I – индикатор события «был страховым случаем»:

$$I = \begin{cases} 0, & \text{если не было страхового случая;} \\ 1, & \text{если был страховой случай,} \end{cases}$$

$S_{стр_i}$ – величина (часто случайная) страхового возмещения (выплат) при условии, что был страховой случай.

В рассматриваемой нами простейшей схеме страхования величина I имеет распределение

$$P(I = 0) = 1 - q_i, \quad P(I = 1) = q_i,$$

а $S_{стр_i}$ является детерминированной величиной.

Наряду с величиной $S_{уб_i}$, описывающей индивидуальный убыток, часто используют случайную величину $S_{ном_i} = S_{уб_i} - S_{нр_i}$, описывающую **потери** компании от i -го договора страхования.

Величина потерь принимает два значения: $(- S_{нр_i})$ и $(S_{стр_i} - S_{нр_i})$ с вероятностями $P(I = 0) = 1 - q_i$ и $P(I = 1) = q_i$ соответственно.

Таким образом, с вероятностью $(1 - q_i)$ компания имеет доход $S_{нр_i}$ рублей, а с вероятностью q_i терпит потери, равные $(S_{стр_i} - S_{нр_i})$ рублей.

Средние потери компании равны

$$M(S_{ном_i}) = M(S_{уб_i}) - S_{нр_i} = S_{стр_i} \cdot q_i - S_{нр_i}.$$

Эта формула позволяет получить простейшие выводы о величине страховой премии.

Ясно, что средние потери компании должны быть отрицательны, т.е.

$$S_{нр_i} \geq S_{стр_i} \cdot q_i.$$

Минимально возможное значение суммы страховой премии равно

$$S_{нр_i}^{min} = S_{стр_i} \cdot q_i.$$

Оно соответствует эквивалентности (в смысле равенства средних значений) финансовых обязательств страховщика (по выплате страхового возмещения при наступлении страхового случая), и страхователя (по выплате премий в момент заключения договора) и называется

ся *нетто-премией*. В актуарной литературе используются и другие термины: *чистая премия*, *рисковая премия* и т.п.

На самом деле реальная плата за страховку (*брутто-премия*, *офисная премия*, *нагруженная премия*) больше нетто-премии.

Разница между ними (нагрузка) позволяет страховой компании покрыть административные расходы, обеспечить доход и, что самое главное, гарантировать малую вероятность разорения своей компании.

Отметим, что неразорение компании означает просто выполнение своих обязательств перед клиентами, и в этом смысле разумное увеличение платы за страховку в интересах самих клиентов.

Часто размер индивидуального убытка по i -му договору $S_{уб_i}$ представляется (для уменьшения разрядности, удобства расчетов) как коэффициент $S_{уб_i}^{усл}$ (обычно целое число) условной финансовой единицы страхования $S_{стр}^{ед}$:

$$S_{уб_i} = S_{уб_i}^{усл} \cdot S_{стр}^{ед}.$$

➔ **Пример 10.1.** Рассмотрим следующий договор страхования: если смерть застрахованного наступила от «естественных» причин, то выгодоприобретателю выплачивается 250 000 руб. В случае смерти от несчастного случая страховая сумма удваивается и равна 500 000 руб. Предполагаем, что договор заключается на один год и поэтому компания не платит ничего, если застрахованный доживает до конца года. Предположим, что вероятность смерти от несчастного случая равна 0,0005, а вероятность естественной смерти равна 0,002. Вычислить среднее значение и стандартное отклонение величины убытка страховой компании.

Решение.

Примем страховую сумму 250 000 руб. в качестве условной денежной единицы: $S_{стр}^{ед} = 250000$ руб.

Убыток страховой компании (т.е. величина $S_{уб_i}$ в рублях) может принимать три значения: 0, 250 000 и 500 000, соответственно, с вероятностями: 0,9975; 0,0020; 0,0005.

Убыток страховой компании в условных единицах (т.е. величина $S_{уб_i}^{усл}$ в долях условной финансовой единицы $S_{стр}^{ед}$) также может при-

нимать три значения $S_{y\bar{b}_i}^{ycl} = 0$, $S_{y\bar{b}_i}^{ycl} = 1$, $S_{y\bar{b}_i}^{ycl} = 2$ с теми же вероятностями 0,9975; 0,0020; 0,0005.

Вычислим ожидаемое значение величины убытка страховой компании двумя способами:

- 1) с помощью коэффициентов (долей) индивидуальных рисков;
- 2) с помощью абсолютных значений индивидуальных рисков.

$$M(S_{y\bar{b}_i}^{ycl}) = 0 \cdot 0,9975 + 1 \cdot 0,0020 + 2 \cdot 0,0005 = 0,003.$$

$$M(S_{y\bar{b}_i}) = M(S_{y\bar{b}_i}^{ycl}) \cdot S_{cmp}^{ed} = 0,003 \cdot 250000 = 750 \text{ руб.}$$

$$M(S_{y\bar{b}_i}) = 0 \cdot 0,9975 + 250000 \cdot 0,0020 + 500000 \cdot 0,0005 = 750 \text{ руб.}$$

$$M((S_{y\bar{b}_i}^{ycl})^2) = (0)^2 \cdot 0,9975 + (1)^2 \cdot 0,0020 + (2)^2 \cdot 0,0005 = 0,004.$$

$$M((S_{y\bar{b}_i})^2) = M((S_{y\bar{b}_i}^{ycl})^2) \cdot (S_{cmp}^{ed})^2 = 0,004 \cdot (250000)^2 = 250000000 \text{ руб.}^2$$

$$M((S_{y\bar{b}_i})^2) = (0)^2 \cdot 0,9975 + (250000)^2 \cdot 0,0020 + (500000)^2 \cdot 0,0005 = \\ = 250000000 \text{ руб.}^2$$

Теперь можем определить значения величин дисперсии и стандартного отклонения случайной величины $S_{y\bar{b}_i}$ (двумя способами).

В абсолютных единицах:

$$D(S_{y\bar{b}_i}) = Var(S_{y\bar{b}_i}) = M(S_{y\bar{b}_i}^2) - (M(S_{y\bar{b}_i}))^2 = 250000000 - (750)^2 = \\ = 250000000 - 562500 = 249437500 \text{ руб.}^2$$

$$\sigma(S_{y\bar{b}_i}) = \sqrt{D(S_{y\bar{b}_i})} = \sqrt{249437500} \approx 15794 \text{ руб.}$$

В условных единицах:

$$D(S_{y\bar{b}_i}^{ycl}) = M((S_{y\bar{b}_i}^{ycl})^2) - (M(S_{y\bar{b}_i}^{ycl}))^2 = 0,004 - (0,003)^2 = 0,003991.$$

$$D(S_{y\bar{b}_i}) = D(S_{y\bar{b}_i}^{ycl}) \cdot (S_{cmp}^{ed})^2 = 0,003991 \cdot (250000)^2 = 249437500 \text{ руб.}^2$$

$$\sigma(S_{y\bar{b}_i}^{ycl}) = \sqrt{D(S_{y\bar{b}_i}^{ycl})} \approx 0,06317.$$

$$\sigma(S_{y\bar{b}_i}) = \sigma(S_{y\bar{b}_i}^{ycl}) \cdot S_{cmp}^{ed} = 0,06317 \cdot 250000 = 15794 \text{ руб.}$$

Для страховой компании интерес представляет не конкретный страховой случай и связанная с ним выплата страховой суммы (убыток), а общая сумма выплат по всем договорам или по определенной группе договоров. Если эта сумма $S_{y\bar{b}}$ меньше или равна, чем активы страховой компании $A_{ск}$, то компания успешно выполнит свои обязательства.

Если же $S_{y\bar{b}} > A_{ск}$, то компания не сможет выплатить все страховые возмещения. В этом случае мы говорим о «разорении» компании.

Вероятность разорения страховой компании – это вероятность $P_{раз} = P(S_{y\bar{b}} > A_{ск})$, т.е. дополнительная функция распределения суммарного ущерба.

Вероятность неразорения страховой компании – это вероятность $P_{нераз} = P(S_{y\bar{b}} \leq A_{ск})$, т.е. функция распределения суммарного ущерба.

Расчет этих вероятностей представляет фундаментальный интерес для компании и служит основой для принятия важнейших решений.

Для случаев краткосрочного страхования жизни суммарные убытки $S_{y\bar{b}} = S_{y\bar{b}_1} + \dots + S_{y\bar{b}_N}$, и поэтому вероятность разорения компании равна

$$P_{раз} = P(S_{y\bar{b}_1} + \dots + S_{y\bar{b}_N} > A_{ск}),$$

где N – общее число застрахованных,

$S_{y\bar{b}_i}$ – размер индивидуального ущерба по i -му договору.

Предположим, что в модели число N – неслучайно, а случайные величины $S_{y\bar{b}_1}, \dots, S_{y\bar{b}_N}$ – независимы (таким образом, мы исключаем катастрофические несчастные случаи, влекущие смерть сразу нескольких человек, застрахованных в данной компании).

Поскольку суммарный ущерб (величина выплат) представляет собой сумму независимых случайных величин, то его распределение может быть подсчитано с помощью классических методов теории вероятностей.

При этом часто используются свертки и производящие функции.

Производящей функцией $\varphi(z)$ неотрицательной величины X с распределением $p(n) = P(X = n)$ называется сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} z^n p(n)$.

Эквивалентным образом производящую функцию можно определить как математическое ожидание $M(z^n)$.

Отметим основные свойства производящих функций.

1. Если производящие функции $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$ двух случайных величин X и Y совпадают, то совпадают и распределения этих величин: $p_1(n) = p_2(n)$. Иными словами, распределение однозначно восстанавливается по своей производящей функции.

Действительно, для того, чтобы определить $p(n)$ по его производящей функции $\varphi(z)$, можно разложить $\varphi(z)$ в ряд Тейлора:

$$\varphi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi^{(n)}(0) \frac{z^n}{n!}.$$

Коэффициент при z^n и будет вероятностью $p(n)$.

2. $\varphi'(1) = M(X)$, $\varphi''(1) = M(X^2) - M(X)^2$ и поэтому

$$D(X) = \varphi''(1) + \varphi'(1)^2 - [\varphi'(1)]^2.$$

Для доказательства этих формул достаточно продифференцировать равенство $\varphi(z) = M(z^X)$ по z в точке $z = 1$.

3. Если величины X и Y независимы, то производящая функция их суммы, $\varphi(z)$, равна произведению производящих функций слагаемых:

$$\varphi(z) = \varphi_1(z)\varphi_2(z).$$

Действительно,

$$\varphi(z) = M(z^{X+Y}) = M(z^X \cdot z^Y) = M(z^X) \cdot M(z^Y) = \varphi_1(z) \cdot \varphi_2(z).$$

➔ **Пример 10.2.** Рассмотрим портфель из четырех одинаковых договоров страхования жизни, учитывающих смерть от несчастного случая.

Если смерть застрахованного наступила в результате несчастного случая, то выгодоприобретателю выплачивается 500 000 руб. В случае смерти от «естественных» причин страховая выплата равна 250 000 руб.

Для простоты расчетов примем, что для каждого из застрахованных вероятность смерти от несчастного случая равна 0,1, вероятность смерти от естественных причин равна 0,1.

Найти функцию распределения суммарного ущерба страховщика.

Решение.

Применим метод производящих функций для расчета распределения вероятностей суммарного ущерба. Каждое слагаемое в суммарном убытке имеет одну ту же производящую функцию:

$$\varphi_1(z) = \varphi_2(z) = \varphi_3(z) = \varphi_4(z) = 0,8 \cdot z^0 + 0,1 \cdot z^1 + 0,1 \cdot z^2 = 0,1(8 + z + z^2).$$

Соответственно их сумма имеет производящую функцию

$$\begin{aligned}\varphi(S_{y\bar{6}}^{ycl}) &= \varphi_1(z) \cdot \varphi_2(z) \cdot \varphi_3(z) \cdot \varphi_4(z) = 0,1^4(8 + z + z^2)^4 = \\ &= 10^{-4} \cdot (64 + z^2 + z^4 + 16z + 16z^2 + 2z^3)^2 = \\ &= 10^{-4} \cdot (64 + 16z + 17z^2 + 2z^3 + z^4)^2 = \\ &= 10^{-4} \cdot (4096 + 256z^2 + 289z^4 + 4z^6 + z^8 + 2048z + 2176z^2 + \\ &+ 256z^3 + 128z^4 + 544z^3 + 64z^4 + 32z^5 + 68z^5 + 34z^6 + 4z^7) = \\ &= 10^{-4} \cdot (4096 + 2048z + 2432z^2 + 800z^3 + 481z^4 + 100z^5 + 38z^6 + 4z^7 + z^8).\end{aligned}$$

Отбирая коэффициенты при степенях z , получим таблицу для вероятностей $p(n)$: 0,4096; 0,2048; 0,2432; 0,0800; 0,0481; 0,0100; 0,0038; 0,0004; 0,0001; $n = \overline{1,8}$.

Функция распределения $F(n)$ имеет соответствующие значения:

$$0,4096; 0,6144; 0,8576; 0,9376; 0,9857; 0,9957; 0,9995; 0,9999; 1,000.$$

Обычно число застрахованных в страховой компании очень велико.

Поэтому подсчет вероятности разорения предполагает расчет функции распределения суммы большого числа слагаемых. В этом случае применение ЭВМ может привести к проблемам, связанным с малостью вероятностей. Однако обстоятельство, затрудняющее точный расчет, открывает возможность быстрого и простого приближенного расчета.

Это связано с тем, что при росте N вероятность $P(S_{y\bar{6}_1} + \dots + S_{y\bar{6}_N} \leq x)$ часто имеет определенный предел (обычно нужно, чтобы x определенным образом менялось вместе с N), который можно принять в качестве приближенного значения искомой вероятности.

Точность подобных приближений обычно достаточно велика и удовлетворяет практические потребности. Основным здесь является нормальное (или гауссовское) приближение. Оно основано на центральной предельной теореме теории вероятностей.

В простейшей формулировке эта теорема выглядит следующим образом: если случайные величины $S_{y\bar{b}_1}, \dots, S_{y\bar{b}_N}$ независимы и одинаково распределены со средним $M(S_{y\bar{b}_i})$ и дисперсией $D(S_{y\bar{b}_i})$, то при $N \rightarrow \infty$ функция распределения центрированной и нормированной суммы

$$\frac{S_{y\bar{b}_1} + \dots + S_{y\bar{b}_N} - N \cdot M(S_{y\bar{b}_i})}{\sigma(S_{y\bar{b}_i})\sqrt{N}} = \frac{S_{y\bar{b}} - M(S_{y\bar{b}})}{\sigma(S_{y\bar{b}})}$$

имеет предел, равный функции распределения нормированной нормальной случайной величины $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$.

Если число N велико, то можно написать приближенное равенство:

$$P\left(\frac{S_{y\bar{b}} - M(S_{y\bar{b}})}{\sigma(S_{y\bar{b}})} \leq x\right) = P\left(\frac{S_{y\bar{b}}^{ysl} - M(S_{y\bar{b}}^{ysl})}{\sigma(S_{y\bar{b}}^{ysl})} \leq x\right) \approx \Phi(x),$$

или, что то же самое,

$$P(S_{y\bar{b}} \leq A_{ск}) \approx \Phi\left(\frac{A_{ск} - M(S_{y\bar{b}})}{\sigma(S_{y\bar{b}})}\right).$$

Существуют многочисленные обобщения центральной предельной теоремы на случаи, когда слагаемые имеют разные распределения, являются зависимыми и т.д.

Ограничимся утверждением, что если число слагаемых велико (обычно достаточно, чтобы N имело бы порядок нескольких десятков), а каждое слагаемое относительно мало влияет на сумму, то применимо гауссовское приближение для вероятности

$$P\left(\frac{S_{y\bar{b}} - M(S_{y\bar{b}})}{\sigma(S_{y\bar{b}})} \leq x\right) = \Phi(x).$$

Функция $\Phi(x)$ при росте x от $-\infty$ до $+\infty$ изменяется от 0 до 1 и непрерывна. Поэтому она может рассматриваться как функция распределения некоторой случайной величины.

Это распределение называется (стандартным) гауссовским или нормальным. Оно не зависит от каких-либо параметров и детально изучено в теории вероятностей.

Существуют подробные таблицы как для функции распределения $\Phi(x)$, так и для плотности распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}.$$

Значения вероятностей $1 - \Phi(x)$ в наиболее интересном диапазоне $0 \leq x < 4$ приведены ниже в таблице:

x	$1 - \Phi(x)$	x	$1 - \Phi(x)$	x	$1 - \Phi(x)$	x	$1 - \Phi(x)$
0,0	0,5	1,0	0,1587	2,0	,0228	3,0	,00135
0,1	0,4617	1,1	0,1357	2,1	,0179	3,1	,00097
0,2	0,4207	1,2	0,1151	2,2	,0139	3,2	,00069
0,3	0,3821	1,3	0,0968	2,3	,0107	3,3	,00048
0,4	0,3446	1,4	0,0808	2,4	,0082	3,4	,00034
0,5	0,3085	1,5	0,0668	2,5	,0062	3,5	,00023
0,6	0,2742	1,6	0,0548	2,6	,0047	3,6	,00020
0,7	0,2420	1,7	0,0446	2,7	,0035	3,7	,00011
0,8	0,2119	1,8	0,0359	2,8	,0026	3,8	,00007
0,9	0,1841	1,9	0,0287	2,9	,0019	3,9	,00005

Полезно также иметь таблицу квантилей x_α , отвечающих достаточно малой вероятности разорения (уровню значимости α) $\alpha = 1 - P_{\text{дог}}$:

$\alpha = 1 - P_{\text{дог}}$	0,1%	0,5%	1%	2%	3%	4%	5%	10%
x_α	3,090	2,276	2,326	2,054	1,881	1,751	1,645	1,282

➔ **Пример 10.3.** Предположим, что в компании застраховано $N = 3000$ человек с вероятностью смерти в течение года $q = 0,003$. Компания выплачивает сумму $S_{\text{смп}} = 250\,000$ руб. в случае смерти застрахованного в течение года и не платит ничего, если этот человек доживет до конца года.

Определить величину активов $A_{\text{СК}}$, достаточную, чтобы обеспечить вероятность неразорения компании порядка 95%.

Решение.

При решении задачи используем приближенный расчет вероятности разорения. Примем размер страховой суммы в качестве новой денежной единицы $S_{стр}^{ед}$. Прежде всего мы должны подсчитать среднее значение и дисперсию суммарного ущерба (убытка) $S_{уб}$.

Применяя соответствующие формулы, получим:

$$M(S_{уб}) = N \cdot q \cdot S_{стр} = 3000 \cdot 0,003 \cdot 250000 = 2250000 \text{ руб.},$$

$$D(S_{уб}) = N \cdot (1 - q) \cdot (q) \cdot (S_{стр})^2 = \\ = 3000 \cdot 0,997 \cdot 0,003 \cdot (250000)^2 = 8,973 \cdot (250000)^2 \approx 560812500000 \text{ руб.}^2$$

$$\sigma(S_{уб}) = \sqrt{D(S_{уб})} = \sqrt{8,973 \cdot (250000)^2} = 2,9955 \cdot 250000 = 748874 \text{ руб.}$$

Поэтому вероятность неразорения

$$P_{нераз} = P(S_{уб} \leq A_{ск}) = P\left(\frac{S_{уб} - M(S_{уб})}{\sigma(S_{уб})} \leq \frac{A_{ск} - M(S_{уб})}{\sigma(S_{уб})}\right) = \\ = P\left(\frac{S_{уб} - 2250000}{748874} \leq \frac{A_{ск} - 2250000}{748874}\right) = \Phi\left(\frac{A_{ск} - 2250000}{748874}\right) = P_{дог} = 0,95. \\ \left(\frac{A_{ск} - 2250000}{748874}\right) = x_{0,95} = 1,645.$$

$$A_{ск} = 2250000 + 748874 \cdot 1,645 = 3481898 \text{ руб.}$$

С каждого клиента надо собрать $S_{нрi} = 3481898 / 3000 = 1161 \text{ руб.}$

В условных единицах это решение запишется в следующем виде.

$$M(S_{уб}^{усл}) = N \cdot q = 3000 \cdot 0,003 = 9.$$

$$D(S_{уб}^{усл}) = N \cdot (1 - q) \cdot (q) = 3000 \cdot 0,997 \cdot 0,003 = 8,973.$$

$$\sigma(S_{уб}^{усл}) = \sqrt{D(S_{уб}^{усл})} = \sqrt{8,973} = 2,9955.$$

$$\left(\frac{A_{ск}^{усл} - 9}{2,9955}\right) = x_{0,95} = 1,645. \quad A_{ск}^{усл} = 9 + 2,9955 \cdot 1,645 = 13,9268.$$

$$A_{ск} = A_{ск}^{усл} \cdot S_{стр}^{ед} = 13,9268 \cdot 250000 = 3481898 \text{ руб.}$$

10.2. ПРИНЦИПЫ НАЗНАЧЕНИЯ СТРАХОВЫХ ПРЕМИЙ

Вопрос о том, какую плату страховая компания должна назначать за то, что принимает на себя тот или иной риск, крайне сложен.

При его решении учитывается большое число разнородных факторов: вероятность наступления страхового случая, его ожидаемая величина и возможные изменения (флуктуации), связь с другими рисками, которые уже приняты компанией, организационные расходы компании на ведение дела, соотношение между спросом и предложением по данному виду рисков на рынке страховых услуг и т.д.

Однако основным обычно является принцип эквивалентности финансовых обязательств страховой компании и страхователя, согласно которому и страховая компания и страхователь в среднем выплачивают одну и ту же сумму.

В рассматриваемых нами простейших видах страхования, когда плата за страховку полностью вносится в момент страхования договора, обязательство застрахованного выражается в уплате премии S_{np_i} .

Обязательство компании заключается в оплате убытка $S_{y\bar{b}_i}$.

Однако мы не можем выразить принцип эквивалентности обязательств равенством $S_{np_i} = S_{y\bar{b}_i}$, поскольку премия S_{np_i} – детерминированная величина, а убыток $S_{y\bar{b}_i}$ – случайная.

Чтобы решить эту проблему, попробуем заменить случайную величину $S_{y\bar{b}_i}$ ее средним значением $M(S_{y\bar{b}_i})$, т.е. назначим в качестве платы за страховку ожидаемую величину убытка.

Оценим теперь последствия этого решения для возможности выполнения компанией своих обязательств, т.е. подсчитаем вероятность разорения (в рамках рассматриваемой модели).

Пусть N – число договоров в портфеле компании, случайные величины $S_{y\bar{b}_1}, \dots, S_{y\bar{b}_N}$ выражают убытки по этим договорам.

Величина суммарного убытка компании

$$S_{y\bar{b}} = S_{y\bar{b}_1} + \dots + S_{y\bar{b}_N}.$$

Поскольку мы решили в качестве платы S_{np_i} за i -й договор взять $M(S_{y\bar{i}})$, резервный фонд компании (выплат) составит величину

$$A_{ck} = \sum_{i=1}^N S_{np_i} = \sum_{i=1}^N M(S_{y\bar{i}}) = M\left(\sum_{i=1}^N S_{y\bar{i}}\right) = M(A_{ck}) = M(S_{y\bar{}}).$$

Поэтому вероятность разорения есть $P_{раз} = P(S_{y\bar{}} > M(S_{y\bar{}}))$.

Применяя гауссовское приближение, мы получим:

$$P_{раз} = P(S_{y\bar{}} > A_{ck} = M(S_{y\bar{}})) = P\left(\frac{S_{y\bar{}} - M(S_{y\bar{}})}{\sigma(S_{y\bar{}})} > 0\right) \approx 1 - \Phi(0) = \frac{1}{2}.$$

Конечно, это совершенно неприемлемая величина вероятности разорения. Это и не удивительно, т.к. равенство $S_{np} = M(S_{y\bar{}})$ на самом деле не выражает эквивалентности обязательств компании и страхователя.

Хотя в среднем и компания, и страхователь платят одну и ту же сумму, компания имеет риск, связанный с тем, что в силу случайных обстоятельств ей, может быть, придется выплатить гораздо большую сумму, чем $M(S_{y\bar{}})$.

Страхователь же такого риска не имеет. Поэтому было бы справедливо, чтобы плата за страховку включала некоторую надбавку $S_{доб}$, которая служила бы эквивалентом случайности, влияющей на компанию.

Итак, назначим в качестве платы за i -ю страховку сумму

$$S_{np_i} = M(S_{y\bar{i}}) + S_{доб_i},$$

где $S_{доб_i}$ – некоторая добавочная сумма для i -го клиента.

Теперь активы компании есть величина

$$A_{ck} = \sum_{i=1}^N (M(S_{y\bar{i}}) + S_{доб_i}) = M(S_{y\bar{}}) + S_{доб},$$

где $S_{доб} = \sum_{i=1}^N S_{доб_i}$.

Соответственно, вероятность разорения компании равна

$$P_{раз} = P(S_{y\bar{}} > A_{ck}) = P(S_{y\bar{}} > M(S_{y\bar{}}) + S_{доб}).$$

Применяя гауссовское приближение, получим:

$$P_{раз} = P\left(\frac{S_{y\bar{b}} - M(S_{y\bar{b}})}{\sigma(S_{y\bar{b}})} > \frac{S_{доб}}{\sigma(S_{y\bar{b}})}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{S_{доб}}{\sigma(S_{y\bar{b}})}\right) = 1 - P_{дов}.$$

Если мы хотим, чтобы вероятность неразорения компании была $P_{дов}$ ($P_{дов}$ – доверительная вероятность, число, близкое к 1), то величина $S_{доб} / \sigma(S_{y\bar{b}})$ должна равняться квантилю $x_{P_{дов}}$, т.е.

$$S_{доб} = x_{P_{дов}} \sigma(S_{y\bar{b}}).$$

Поскольку $D(S_{y\bar{b}_i})$ описывает величину случайных флуктуаций суммарного ущерба вокруг его среднего значения, добавочная сумма действительно в некотором смысле является компенсацией страховой компании за то, что она взяла на себя опасности, связанные с непредсказуемостью убытков.

Уравнение

$$S_{доб} = x_{P_{дов}} \sigma(S_{y\bar{b}})$$

дает величину общей добавочной суммы $S_{доб}$. Теперь мы должны решить, как справедливым образом разделить ее между всеми договорами.

Обычно сумму $S_{доб}$ делят пропорционально ожидаемому убытку $M(S_{y\bar{b}_i})$, т.е. полагают

$$S_{доб_i} = k \cdot M(S_{y\bar{b}_i}).$$

Тогда коэффициент пропорциональности k задается формулой:

$$k = \frac{S_{доб}}{M(S_{y\bar{b}})} = x_{P_{дов}} \frac{\sigma(S_{y\bar{b}})}{M(S_{y\bar{b}})}.$$

Соответственно для премии S_{np_i} имеем:

$$S_{np_i} = (1 + k) \cdot M(S_{y\bar{b}_i}) = \left(1 + x_{P_{дов}} \frac{\sigma(S_{y\bar{b}})}{M(S_{y\bar{b}})}\right) \cdot M(S_{y\bar{b}_i}).$$

Основной вклад в величину S_{np_i} обычно дает $M(S_{y\bar{b}_i})$.

Эту сумму называют нетто-премией.

Добавочная сумма $S_{доб_i} = k \cdot M(S_{уб_i})$ называется **страховой** (или защитной) надбавкой, а $\theta_i = S_{доб_i} / M(S_{уб_i})$ – **относительной страховой надбавкой**.

В рассматриваемом случае относительная страховая надбавка одна и та же для всех договоров.

Однако назначение индивидуальных премий по выше указанному правилу не справедливо по отношению к договорам с малыми флуктуациями возможного ущерба, т.е. с малыми дисперсиями $D(S_{уб_i})$ (особенно, если нетто-премия $M(S_{уб_i})$ велика). Эти договоры оплачивают случайности, связанные с другими договорами.

Имея в виду то, что суммарная надбавка $S_{доб}^{усл}$ связана именно с суммарной дисперсией $D(S_{уб}^{усл}) = \sum_{i=1}^N D(S_{уб_i}^{усл})$, было бы справедливо делить $S_{доб}^{усл}$ на части $S_{доб_i}^{усл}$, пропорциональные дисперсиям $D(S_{уб_i}^{усл})$ или средним квадратическим отклонением $\sigma(S_{уб_i}^{усл})$, т.е. требовать, чтобы

$$S_{доб_i}^{усл} = k \cdot D(S_{уб_i}^{усл})$$

или $S_{доб_i}^{усл} = k \cdot \sigma(S_{уб_i}^{усл})$.

Тогда коэффициент пропорциональности k задается формулой:

$$k = \frac{S_{доб}^{усл}}{D(S_{уб}^{усл})} = \frac{x_{P_{доб}} \sigma(S_{уб}^{усл})}{D(S_{уб}^{усл})} = \frac{x_{P_{доб}}}{\sigma(S_{уб}^{усл})}$$

в первом случае и

$$k = \frac{S_{доб}^{усл}}{\sigma(S_{уб}^{усл})} = x_{P_{доб}} \frac{\sigma(S_{уб}^{усл})}{\sqrt{\sum_{j=1}^N D(S_{уб_j}^{усл})}}$$

во втором.

Соответственно, для индивидуальных премий мы получим:

$$S_{пр_i}^{усл} = M(S_{пр_i}^{усл}) + \frac{x_{P_{доб}}}{\sigma(S_{уб}^{усл})} D(S_{уб_i}^{усл})$$

в первом случае и

$$S_{np_i}^{ysl} = M(S_{y\bar{i}}^{ysl}) + \frac{x_{P_{\text{дов}}} \sigma(S_{y\bar{i}}^{ysl})}{\sqrt{\sum_{j=1}^N D(S_{y\bar{j}}^{ysl})}} \sigma(S_{y\bar{i}}^{ysl})$$

во втором.

Относительные страховые надбавки в этих случаях зависят от договоров и равны

$$\theta_i = \frac{x_{P_{\text{дов}}} D(S_{y\bar{i}}^{ysl})}{\sigma(S_{y\bar{i}}^{ysl}) M(S_{y\bar{i}}^{ysl})},$$

и

$$\theta_i = x_{P_{\text{дов}}} \frac{\sigma(S_{y\bar{i}}^{ysl})}{\sqrt{\sum_{j=1}^N D(S_{y\bar{j}}^{ysl})}} \frac{\sigma(S_{y\bar{i}}^{ysl})}{M(S_{y\bar{i}}^{ysl})}$$

соответственно.

Коэффициентом рассеяния случайной величины $S_{y\bar{i}}^{ysl}$ называется показатель

$$\frac{D(S_{y\bar{i}}^{ysl})}{M(S_{y\bar{i}}^{ysl})} - 1.$$

Коэффициентом вариации случайной величины $S_{y\bar{i}}^{ysl}$ называется показатель

$$\frac{\sigma(S_{y\bar{i}}^{ysl})}{M(S_{y\bar{i}}^{ysl})}.$$

Можем сказать, что последние два правила назначают относительные страховые надбавки в соответствии с величиной коэффициентов рассеяния и вариации. Поэтому различие между правилами связано с тем, что считать количественной мерой «случайности»: коэффициент рассеяния или коэффициент вариации.

Вопрос о том, какое из этих правил является более справедливым (конечно, с точки зрения застрахованных; компания в любом случае получит одну и ту же требуемую сумму $S_{\text{доб}}$) в актуарной математике однозначно не решен. Конечно, если все договоры статистически однородны, то все три правила дают один и тот же результат:

$$S_{\text{доб}}^{\text{усл}} = x_{P_{\text{доб}}} \sqrt{\frac{D(S_{\text{уб}_i}^{\text{усл}})}{N}}.$$

Заметим, что при назначении защитной надбавки пропорционально дисперсии страховая надбавка для i -го договора уменьшается, если коэффициент рассеяния убытка, связанного с этим договором, меньше, чем коэффициент рассеяния суммарного иска:

$$\frac{D(S_{\text{уб}_i}^{\text{усл}})}{M(S_{\text{уб}_i}^{\text{усл}})} < \frac{D(S_{\text{уб}}^{\text{усл}})}{M(S_{\text{уб}}^{\text{усл}})}.$$

Назначение надбавки пропорционально стандартному отклонению приводит к уменьшению страховой надбавки для i -го договора, если

$$\frac{\sigma(S_{\text{уб}_i}^{\text{усл}})}{M(S_{\text{уб}_i}^{\text{усл}})} < \sum_{j=1}^N \frac{\sqrt{\sigma(S_{\text{уб}_j}^{\text{усл}})} M(S_{\text{уб}_j}^{\text{усл}})}{M(S_{\text{уб}_j}^{\text{усл}}) M(S_{\text{уб}}^{\text{усл}})},$$

т.е. если коэффициент вариации величины индивидуального убытка от i -го договора меньше, чем средний коэффициент вариации, усредненный по всему портфелю с весами $M(S_{\text{уб}_j}^{\text{усл}}) / M(S_{\text{уб}}^{\text{усл}})$.

➔ **Пример 10.4.** Страховая компания заключила $N = 10\,000$ договоров страхования жизни сроком на один год на следующих условиях: в случае смерти застрахованного в течение года от несчастного случая компания выплачивает выгодоприобретателю 1 млн. руб., а в случае смерти от естественных причин – 250 000 руб. Компания не платит ничего, если застрахованный не умрет в течение года. Вероятность смерти от несчастного случая одна и та же для всех застрахованных и равна 0,0005.

Вероятность смерти от естественных причин зависит от возраста.

Застрахованных можно разбить на две возрастные группы, содержащие $N_1 = 4000$ и $N_2 = 6000$ человек с вероятностью смерти в течение года $q_1 = 0,0040$ и $q_2 = 0,0020$ соответственно.

Подсчитайте величину премии, достаточную для выполнения компанией своих обязательств с вероятностью 95% без привлечения дополнительных средств.

Решение.

Примем сумму 250 000 руб. в качестве условной денежной единицы $S_{стр}^{ед}$.

Для первой группы договоров индивидуальный убыток $S_{уб_i}^{усл}$ принимает три значения: 0, 1 и 4 с вероятностями 0,9955, 0,0040 и 0,0005 соответственно. Среднее значение и дисперсия величины индивидуального убытка есть величины

$$M(S_{уб1}^{усл}) = 1 \cdot 0,0040 + 4 \cdot 0,0005 = 0,0060,$$

$$D(S_{уб1}^{усл}) = 1^2 \cdot 0,0040 + 4^2 \cdot 0,0005 - M^2(S_{уб1}^{усл}) \approx 0,0120.$$

Для второй группы договоров индивидуальный убыток принимает три значения: 0, 1 и 4 с вероятностями 0,9975, 0,0020 и 0,0005 соответственно. В этой группе среднее значение и дисперсия величины индивидуального убытка есть

$$M(S_{уб2}^{усл}) = 1 \cdot 0,0020 + 4 \cdot 0,0005 = 0,0040,$$

$$D(S_{уб2}^{усл}) = 1^2 \cdot 0,0020 + 4^2 \cdot 0,0005 - M^2(S_{уб2}^{усл}) \approx 0,0100.$$

Среднее значение и дисперсия суммарного убытка равны:

$$M(S_{уб}^{усл}) = N_1 \cdot M(S_{уб1}^{усл}) + N_2 \cdot M(S_{уб2}^{усл}) = 4000 \cdot 0,006 + 6000 \cdot 0,004 = 48,$$

$$M(S_{уб}) = 48 \cdot 250000 = 12000000 \text{ руб.}$$

$$D(S_{уб}^{усл}) = N_1 \cdot D(S_{уб1}^{усл}) + N_2 \cdot D(S_{уб2}^{усл}) \approx 4000 \cdot 0,012 + 6000 \cdot 0,010 = 108.$$

Для того чтобы гарантировать вероятность неразорения 0,95 резервный фонд компании должен быть

$$A_{ск}^{усл} = M(S_{уб}^{усл}) + S_{доб}^{усл} = 48 + S_{доб}^{усл},$$

где добавочная сумма $S_{доб}^{усл}$ равна

$$S_{доб}^{усл} = x_{95\%} \cdot \sigma(S_{уб}^{усл}) \approx 1,645 \cdot \sqrt{108} \approx 17,095.$$

В абсолютном исчислении добавочная сумма равна величине

$$S_{доб} = 17,095 \cdot 250000 = 4273750 \text{ руб.}$$

Рассмотрим теперь вопрос о назначении индивидуальных премий.

1. Если добавочная сумма $S_{доб}^{ysl}$ делится пропорционально нетто–премиям, то относительная страховая надбавка θ одна и та же для всех договоров и равна

$$\theta = \frac{S_{доб}^{ysl}}{M(S_{yb}^{ysl})} = \frac{17,095}{48} \approx 35,6\% .$$

Поэтому для договоров из первой группы премия равна

$$S_{np1} = M(S_{yb1}^{ysl}) \cdot (1 + \theta) \cdot S_{стр}^{ysl} = 0,006 \cdot (1 + 0,356) \cdot 250000 \approx 0,00814 \cdot 250000 = 2034 \text{ руб.}$$

Для договоров из второй группы премия равна

$$S_{np2} = M(S_{yb2}^{ysl}) \cdot (1 + \theta) \cdot S_{стр}^{ysl} = 0,004 \cdot (1 + 0,356) \cdot 250000 \approx 0,00542 \cdot 250000 = 1356 \text{ руб.}$$

Собранный страховой фонд (активы компании) составит величину

$$A_{ск} = 2034 \cdot 4000 + 1356 \cdot 6000 = 16272000 \text{ руб.}$$

2. Если добавочная сумма $S_{доб}^{ysl}$ делится пропорционально дисперсиям, то коэффициент пропорциональности k равен величине

$$k = \frac{S_{доб}^{ysl}}{D(S_{yb}^{ysl})} = \frac{17,095}{108} \approx 15,8287\% .$$

Поэтому для договоров из первой группы страховая надбавка равна

$$S_{доб1}^{ysl} = k \cdot D(S_{yb1}^{ysl}) = 0,158287 \cdot 0,012 \approx 0,001899 .$$

В абсолютном исчислении премия составит величину

$$S_{np1} = (M(S_{yb1}^{ysl}) + S_{доб1}^{ysl}) \cdot S_{стр}^{ysl} = (0,006 + 0,001899) \cdot 250000 \approx 1975 \text{ руб.}$$

а относительная страховая надбавка составит

$$\theta_1 = \frac{S_{доб1}^{ysl}}{M(S_{yb1}^{ysl})} = \frac{0,001899}{0,006} \approx 31,7\% .$$

Для договоров из второй группы страховая надбавка равна

$$S_{доб2}^{ysl} = k \cdot D(S_{yb2}^{ysl}) = 0,158287 \cdot 0,01 \approx 0,001583 .$$

В абсолютном исчислении премия здесь составит величину

$$S_{np2} = (M(S_{yб2}^{усл}) + S_{доб2}^{усл}) \cdot S_{стр}^{усл} = (0,004 + 0,001583) \cdot 250000 \approx \\ \approx 0,005583 \cdot 250000 = 1396 \text{ руб.}$$

а относительная страховая надбавка будет

$$\theta_2 = \frac{S_{доб2}^{усл}}{M(S_{yб2}^{усл})} = \frac{0,001583}{0,004} \approx 39,6\% .$$

3. Если добавочная сумма $S_{доб}^{усл}$ делится пропорционально средним квадратическим отклонениям (они равны $\sigma_1 \approx 0,1095$ для договоров первой группы и $\sigma_2 \approx 0,1$ для договоров второй группы), то коэффициент пропорциональности k составит величину

$$k = \frac{S_{доб}^{усл}}{N_1\sigma_1 + N_2\sigma_2} = \frac{17,095}{4000 \cdot 0,1095 + 6000 \cdot 0,1} \approx 0,01647 .$$

Поэтому для договоров из первой группы страховая надбавка равна

$$S_{доб1}^{усл} = k \cdot \sigma_1 = 0,01647 \cdot 0,1095 \approx 0,001804 .$$

В абсолютном исчислении премия здесь составит величину

$$S_{np1} = (M(S_{yб1}^{усл}) + S_{доб1}^{усл}) \cdot S_{стр}^{усл} = (0,006 + 0,001804) \cdot 250000 \approx \\ \approx 0,007804 \cdot 250000 = 1951 \text{ руб.}$$

Относительная страховая надбавка составит величину

$$\theta_1 = \frac{S_{доб1}^{усл}}{M(S_{yб1}^{усл})} = \frac{0,001804}{0,006} \approx 30\% .$$

Для договоров из второй группы страховая надбавка равна

$$S_{доб2}^{усл} = k \cdot \sigma_2 = 0,01647 \cdot 0,1 = 0,001647 ,$$

так что премия есть величина

$$S_{np2} = (M(S_{yб2}^{усл}) + S_{доб2}^{усл}) \cdot S_{стр}^{ед} = (0,004 + 0,001647) \cdot 250000 = 1412 \text{ руб.} ,$$

а относительная страховая надбавка

$$\theta_2 = \frac{S_{доб2}^{усл}}{M(S_{yб2}^{усл})} = \frac{0,001647}{0,004} \approx 41\% .$$

Изменение принципа назначения индивидуальных премий приводит к уменьшению относительной страховой надбавки для договоров первой группы:

$$\theta_1 = 35,6\%, 31,7\%, 30\%.$$

Соответственно для договоров второй группы относительная защитная надбавка увеличивается:

$$\theta_2 = 35,6\%, 39,6\%, 41\%.$$

Это связано с тем, что коэффициент рассеяния суммарного ущерба есть величина

$$\frac{D(S_{y\bar{b}}^{ysl})}{M(S_{y\bar{b}}^{ysl})} - 1 = \frac{108}{48} - 1 = 1,25,$$

в то время как для договоров первой (второй) группы он равен, соответственно,

$$D(S_{y\bar{b}1}^{ysl}) / M(S_{y\bar{b}1}^{ysl}) - 1 = 0,012 / 0,006 - 1 = 1;$$

$$D(S_{y\bar{b}2}^{ysl}) / M(S_{y\bar{b}2}^{ysl}) - 1 = 0,01 / 0,004 - 1 = 1,5.$$

Коэффициент вариации величины индивидуального убытка для договоров первой группы есть величина

$$c_1 = \sigma(S_{y\bar{b}1}^{ysl}) / M(S_{y\bar{b}1}^{ysl}) = \sqrt{0,012} / 0,006 \approx 18,26\%,$$

а для договоров второй группы он равен

$$c_2 = \sigma(S_{y\bar{b}2}^{ysl}) / M(S_{y\bar{b}2}^{ysl}) = \sqrt{0,01} / 0,004 = 25\%.$$

Коэффициент вариации (в %), усредненный по всему портфелю:

$$\begin{aligned} c &= c_1 \cdot \frac{N_1 M(S_{y\bar{b}1}^{ysl})}{M(S_{y\bar{b}}^{ysl})} + c_2 \cdot \frac{N_2 M(S_{y\bar{b}2}^{ysl})}{M(S_{y\bar{b}}^{ysl})} = \\ &= 18,26 \cdot \frac{4000 \cdot 0,006}{48} + 25 \cdot \frac{6000 \cdot 0,004}{48} = \frac{c_1 + c_2}{2} \approx 21,63. \end{aligned}$$

Хотя дисперсия величины индивидуального убытка для договоров второй группы меньше, чем для договоров первой группы, флуктуации индивидуальных убытков для договоров второй группы (измеренные как коэффициентом рассеяния, так и коэффициентом вариации) превышают средние флуктуации по всему портфелю.

Поэтому было бы оправданно в качестве основы для назначения индивидуальных премий принять один из принципов: делить $S_{добр}^{усл}$ на части $S_{добр_i}^{усл}$, пропорциональные дисперсиям $D(S_{уб_i}^{усл})$ или средним квадратическим отклонением $\sigma(S_{уб_i}^{усл})$.

10.3. РАСЧЕТ ТАРИФОВ В КРАТКОСРОЧНЫХ ВИДАХ СТРАХОВАНИЯ

Данная методика расчета тарифов применяется в краткосрочных видах страхования (кроме страхования жизни), где по сравнению с долгосрочными видами страхования, большее значение приобретают случайные отклонения от планируемых результатов.

Здесь необходимо использовать вероятностный подход.

Пусть страховой тариф взимается с 1 руб. страховой суммы.

Если страховую сумму по i -му риску (договору) обозначить через $S_{стр_i}$, то нетто-премия составит величину

$$S_{нр_i} = T_n S_{стр_i}.$$

Необходимо правильно рассчитать ставку нетто – тарифа T_n .

Тариф T_n является функцией числа предполагаемых к страхованию договоров N , вероятности наразорения компании $P_{дор}$ и усредненных статистических характеристик страхования по одному договору: $M(S_{уб_i})$, $M(S_{стр_i})$, $\sigma(S_{уб_i})$, $\sigma(S_{стр_i})$, q .

Пусть N рисков (договоров) в группе однородны, т.е. распределение ущерба страхователей одно и то же.

Суммы $S_{стр_i}$ ($i = \overline{1, N}$), на которые эти риски застрахованы, в общем случае разные.

Будем считать, что случайные величины $S_{стр_i}$ независимы и одинаково распределены, риски также независимы между собой и по каждому риску возможно не более одного страхового случая.

Пусть $S_{уб_i}$ – страховое возмещение, выплачиваемое по i -му риску при условии, что был страховой случай.

Рассмотрим случайную величину $I_i = [0, 1]$ ($i = \overline{1, N}$).

Пусть значение 0 эта величина принимает с вероятностью $1 - q$, если по риску не было страхового случая, и значение 1 с вероятностью q – в противном случае.

Условие достаточности собранных нетто-премий для покрытия суммарного убытка запишем в виде

$$P\left(\sum_{i=1}^N S_{yб_i} I_i < \sum_{i=1}^N T_H S_{cmp_i}\right) = P_{дов},$$

или

$$P\left(\sum_{i=1}^N S_{nom_i} < 0\right) = P_{дов}.$$

Здесь $S_{nom_i} = S_{yб_i} I_i - T_H S_{cmp_i}$ – потери компании от i -го договора, $P_{дов}$ – заданный уровень надежности.

Так как случайные величины S_{nom_i} независимы и одинаково распределены, то при достаточно большом значении N распределение их суммы можно считать приближенно нормальным.

Применим прием стандартизации и нормальной аппроксимации.

Разделим суммарные потери компании на величину их среднего квадратического отклонения и выделим выражение относительного отклонения этих потерь от центра распределения:

$$\begin{aligned} & \frac{\sum_{i=1}^N S_{nom_i}}{\sqrt{N} \cdot \sigma(S_{nom_i})} - \frac{N \cdot M(S_{nom_i})}{\sqrt{N} \cdot \sigma(S_{nom_i})} + \frac{N \cdot M(S_{nom_i})}{\sqrt{N} \cdot \sigma(S_{nom_i})} = \\ & = \frac{\sum_{i=1}^N S_{nom_i} - N \cdot M(S_{nom_i})}{\sqrt{N} \cdot \sigma(S_{nom_i})} + \sqrt{N} \frac{M(S_{nom_i})}{\sigma(S_{nom_i})}. \end{aligned}$$

Получаем условие неразорения компании с вероятностью $P_{дов}$:

$$P_{нераз} = P\left(\frac{\sum_{i=1}^N S_{nom_i} - N \cdot M(S_{nom_i})}{\sqrt{N} \cdot \sigma(S_{nom_i})} < -\sqrt{N} \frac{M(S_{nom_i})}{\sigma(S_{nom_i})}\right) = \Phi\left(-\sqrt{N} \frac{M(S_{nom_i})}{\sigma(S_{nom_i})}\right) = P_{дов}.$$

Отсюда получаем

$$-\sqrt{N} \frac{M(S_{nom_i})}{\sigma(S_{nom_i})} = x_{P_{\text{дов}}},$$

где $M(S_{nom_i}) = M(S_{y\bar{b}_i})q - T_n M(S_{cmp_i})$ – мат. ожидание величины S_{nom_i} ,

$D(S_{nom_i}) = M(S_{nom_i}^2) - M^2(S_{nom_i})$ – дисперсия величины S_{nom_i} ;

$x_{P_{\text{дов}}}$ – квантиль стандартного нормального распределения для заданной доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$;

$M(S_{y\bar{b}_i})$ и $M(S_{cmp_i})$ – математические ожидания величин страхового возмещения и страховой суммы по одному договору.

Величина $M(S_{nom_i}^2)$ в выражении для $\sigma(S_{nom_i})$ находится следующим образом:

$$\begin{aligned} M(S_{nom_i}^2) &= M(S_{y\bar{b}_i}^2 I_i^2 - 2T_n S_{y\bar{b}_i} I_i S_{cmp_i} + T_n^2 S_{cmp_i}^2) = \\ &= q(D(S_{y\bar{b}_i}) + M^2(S_{y\bar{b}_i})) - 2T_n q M(S_{y\bar{b}_i} S_{cmp_i}) + T_n^2 (D(S_{cmp_i}) + M^2(S_{cmp_i})). \end{aligned}$$

Очевидно, что величины $S_{y\bar{b}_i}$ и S_{cmp_i} являются зависимыми.

Для вычисления $M(S_{y\bar{b}_i} S_{cmp_i})$ введем в рассмотрение величину относительного страхового возмещения

$$V_i = S_{y\bar{b}_i} / S_{cmp_i}.$$

Логично предположить, что величины V_i и S_{cmp_i} независимы.

Первая из них описывает ущерб, причиненный застрахованному объекту. Вторая определяется свойствами страхователя (его предпочтениями, финансовыми возможностями). Поэтому:

$$\begin{aligned} M(S_{y\bar{b}_i} S_{cmp_i}) &= M(V_i \cdot S_{cmp_i}^2) = M(V_i) M(S_{cmp_i}^2) = \frac{1}{M(S_{cmp_i})} M(S_{y\bar{b}_i}) M(S_{cmp_i}^2) = \\ &= \frac{M(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{cmp_i})} (D(S_{cmp_i}) + M^2(S_{cmp_i})). \end{aligned}$$

Подставляя полученные выражения

$$M(S_{nom_i}) = M(S_{y\bar{b}_i})q - T_H M(S_{cmp_i}) \text{ и}$$

$$D(S_{nom_i}) = q(D(S_{y\bar{b}_i}) + M^2(S_{y\bar{b}_i})) -$$

$$-2T_H q \frac{M(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{cmp_i})} (D(S_{cmp_i}) + M^2(S_{cmp_i})) + T_H^2 (D(S_{cmp_i}) + M^2(S_{cmp_i}))$$

в равенство

$$-\sqrt{N} \frac{M(S_{nom_i})}{\sigma(S_{nom_i})} = x_{P_{\text{дог}}},$$

приходим к следующему квадратичному уравнению относительно величины тарифа T_H :

$$(N - x_{P_{\text{дог}}}^2 c_{cmp}^2) T_H^2 - 2q \frac{M(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{cmp_i})} (N - x_{P_{\text{дог}}}^2 c_{cmp}^2) T_H +$$

$$+ \frac{M^2(S_{y\bar{b}_i})}{M^2(S_{cmp_i})} (Nq^2 - x_{P_{\text{дог}}}^2 q c_{y\bar{b}}^2 - x_{P_{\text{дог}}}^2 q + x_{P_{\text{дог}}}^2 q^2) = 0.$$

Решая данное уравнение, находим

$$T_H = q \frac{M(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{cmp_i})} + x_{P_{\text{дог}}} q \frac{M(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{cmp_i})} \sqrt{\frac{1 - q + c_{y\bar{b}}^2 - q c_{cmp}^2}{Nq(1 - x_{P_{\text{дог}}}^2 c_{cmp}^2 / N)}}.$$

Здесь $c_{y\bar{b}} = \frac{\sigma(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{y\bar{b}_i})}$ и $c_{cmp} = \frac{\sigma(S_{cmp_i})}{M(S_{cmp_i})}$ – коэффициенты вариации соответственно убытков и страховых сумм по одному страховому полису.

Первое слагаемое в выражении для величины T_H представляет собой чистую рисковую (основную) часть тарифной ставки, а второе – рисковую надбавку.

Страховые компании при расчетах величины T_H часто используют упрощенный вариант формулы, если положить в ней $c_{cmp} = 0$:

$$T_H = q \frac{M(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{cmp_i})} + x_{P_{\text{дог}}} q \frac{M(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{cmp_i})} \sqrt{\frac{1 - q + c_{y\bar{b}}^2}{N \cdot q}}.$$

Такое упрощение допустимо во многих практических случаях, когда q мало, а N велико.

Величины математических ожиданий и дисперсий, входящих в выражения для величины T_n должны оцениваться по статистическим данным с помощью стандартных статистических оценок.

➔ **Пример 10.5.** Страховая компания намерена застраховать от ущерба 100 однотипных автомобилей, полная стоимость каждого из которых оценивается в 6000 долларов. Имеются статистические данные о страховании 74 546 автомобилей такого типа. Всего произошло 6111 страховых событий. Данные о количестве страховых событий, об относительных выплатах и страховых суммах представлены ниже в таблице:

Относительное возмещение V_i	Страховая сумма, $S_{стр_j}$, долл.				Всего страховых событий
	1500	3000	4500	6000	
0,1	312	443	298	616	
0,2	176	280	188	354	
0,3	153	221	142	321	
0,4	129	202	124	266	
0,5	93	148	103	197	
0,6	94	128	87	181	
0,7	86	88	54	115	
0,8	43	64	36	78	
0,9	34	44	32	76	
1,0	21	29	17	38	
Всего	1141	1647	1081	2242	6111

Определите тариф, соответствующий уровню (вероятности) незорения страховой компании, равному 0,95.

Решение.

Имеем: $P_{дов} = 0,95$; $N = 100$.

Для распределения страховой суммы, согласно таблице, их среднее значение равно

$$S_{cmp} = M(S_{cmp_j}) = 1500 \frac{1141}{6111} + 3000 \frac{1647}{6111} + 4500 \frac{1081}{6111} + 6000 \frac{2242}{6111} \approx 4085,9 \text{ долл.}$$

Дисперсия страховой суммы

$$\begin{aligned} \sigma_{S_{cmp}}^2 &= (1500 - S_{cmp})^2 \frac{1141}{6111} + (3000 - S_{cmp})^2 \frac{1647}{6111} + \\ &+ (4500 - S_{cmp})^2 \frac{1081}{6111} + (6000 - S_{cmp})^2 \frac{2242}{6111} \approx \\ &\approx 1248524 + 317805 + 30334 + 1344165 = 2940828 \text{ долл.}^2 \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение страховой суммы:

$$\sigma_{S_{cmp}} = 1715 \text{ долл.}$$

Оценка вероятности страхового события q равна

$$q = \frac{6111}{74546} \approx 0,082.$$

Математическое ожидание величины страховых возмещений при условии, что страховые случаи были заявлены, вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} S_{y\bar{o}} &= M(S_{y\bar{o}_i}) = \frac{1}{6111} \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^4 V_i \cdot S_{cmp_j} \cdot N_{ij} = \\ &= 0,1 \cdot (1500 \cdot 312 + 3000 \cdot 443 + 4500 \cdot 298 + 6000 \cdot 616) + \\ &+ 0,2 \cdot (1500 \cdot 176 + 3000 \cdot 280 + 4500 \cdot 188 + 6000 \cdot 354) + \dots \\ &+ 1,0 \cdot (1500 \cdot 21 + 3000 \cdot 29 + 4500 \cdot 17 + 6000 \cdot 38) = 1439,7 \text{ долл.} \end{aligned}$$

Дисперсия страховых возмещений будет равна

$$D(S_{y\bar{o}_i}) = \frac{1}{6111} \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^4 (V_i \cdot S_{cmp_j} - S_{y\bar{o}})^2 \cdot N_{ij} = 1514869 \text{ долл.}^2$$

Среднее квадратическое отклонение страховых возмещений будет равно

$$\sigma(S_{y\bar{o}_i}) = 1230,8 \text{ долл.}$$

Коэффициент вариации убытков компании по одному страховому полису:

$$c_{y\bar{b}} = \frac{\sigma(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{y\bar{b}_i})} = \frac{1230,8}{1439,7} = 0,8549.$$

Коэффициент вариации страховых сумм по одному страховому полису:

$$c_{cmp} = \frac{\sigma(S_{cmp_i})}{M(S_{cmp_i})} = 1715 / 4085,9 = 0,4197.$$

Тогда для точной формулы получаем значение тарифа

$$\begin{aligned} T_H &= q \frac{M(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{cmp_i})} + x_{P_{дог}} q \frac{M(S_{y\bar{b}_i})}{M(S_{cmp_i})} \sqrt{\frac{1 - q + c_{y\bar{b}}^2 - qc_{cmp}^2}{Nq(1 - x_{P_{дог}}^2 c_{cmp}^2 / N)}} = \\ &= 0,082 \frac{1439,7}{4085,9} + (1,645) \cdot 0,082 \frac{1439,7}{4085,9} \sqrt{\frac{1 - 0,082 + (0,8549)^2 - 0,082 \cdot (0,4197)^2}{100 \cdot 0,082 \cdot (1 - (1,645)^2 \cdot (0,4197)^2 / 100)}} = \\ &= 0,0289 + 0,047524 \sqrt{\frac{1,64741}{8,23927}} = 0,0289 + 0,0213 = 0,0502. \end{aligned}$$

Основную часть тарифа составляет величина первого слагаемого 0,0289. Рисковую часть тарифа составляет величина второго слагаемого 0,0213.

Если бы имели использованную статистику заранее и планировали застраховать все 74546 автомобилей, то достаточен был бы тариф

$$\begin{aligned} T_H &= 0,0289 + 0,047524 \sqrt{\frac{1,64741}{74546 \cdot 0,082 \cdot (1 - (1,645)^2 \cdot (0,4197)^2 / 74546)}} = \\ &= 0,0289 + 0,0008 = 0,0297. \end{aligned}$$

10.4. ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЗМА ПЕРЕСТРАХОВАНИЯ НА ВЕРОЯТНОСТЬ РАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ

При появлении больших сумм исков к оплате (например, в результате масштабных бедствий), появлении большого числа исков (например, землетрясение, ураган или наводнение), внезапном изменении потока премий вследствие инфляции или оттока клиентов,

желании привлечь новых клиентов и увеличить капитал возникает необходимость перестрахования рисков.

Пусть $N(t)$ – число исков на интервале времени $[0, t]$,

$\{S_{y\bar{b}_1}, S_{y\bar{b}_2}, \dots, S_{y\bar{b}_{N(t)}}\}$, – последовательность предъявленных исков,

$S_{y\bar{b}}(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} S_{y\bar{b}_i}$ – сумма выплат к моменту времени t .

Страховая компания страхует риск, связанный с $S_{y\bar{b}}(t)$, заключая договор перестрахования с другой компанией.

Характеристикой договора перестрахования служит величина $h(S_{y\bar{b}_i})$, которую непосредственно выплачивает первичная компания своему страхователю, остаток $S_{y\bar{b}_i} - h(S_{y\bar{b}_i})$ выплачивает вторичная компания.

При этом за договор перестрахования первичная компания платит вторичной премию.

Величина $S_{y\bar{b}_i} - h(S_{y\bar{b}_i})$, которую выплатит вторичная компания первичной в случае возникновения рисков ситуации, естественно называть застрахованной частью.

Таким образом, **перестрахование** – это процесс распределения риска между несколькими компаниями в целях уменьшения риска неплатежеспособности.

Функция $h(S_{y\bar{b}_i})$ называется **функцией удержания** и должна удовлетворять следующим условиям:

$h(S_{y\bar{b}_i})$ и $S_{y\bar{b}_i} - h(S_{y\bar{b}_i})$ неубывающие функции аргумента $S_{y\bar{b}_i}$,

$0 \leq h(S_{y\bar{b}_i}) \leq S_{y\bar{b}_i}$, $h(0) = 0$.

Примером функции удержания является функция пропорционального перестрахования:

$$h(S_{y\bar{b}_i}) = k \cdot S_{y\bar{b}_i},$$

где $0 < k \leq 1$ – параметр контракта перестрахования, часть риска (доля), которую непосредственно выплачивает первичная компания своему страхователю.

Другим примером функции удержания является функция **stop – loss контракта** (контракта страхования превышения потерь)

$$h(S_{y\bar{b}_i}) = \min(a, S_{y\bar{b}_i}),$$

где $a > 0$ – параметр stop – loss контракта, максимальная величина выплат, которую непосредственно выплачивает первичная компания своему страхователю.

Первичная страховая компания должна заплатить вторичной некоторую премию, поскольку передает ей часть своего риска.

С точки зрения перестраховочной компании это обычный контракт страхования риска, и поэтому она может назначить премию, пропорциональную величине $S_{y\bar{b}_i} - h(S_{y\bar{b}_i})$.

1. Рассмотрим контракт пропорционального перестрахования.

Если индивидуальный иск составит $S_{y\bar{b}_i}$, то $kS_{y\bar{b}_i}$ выплачивает первичная страховая компания, $(1-k)S_{y\bar{b}_i}$ – вторичная (перестраховочная).

Если суммарный иск, предъявляемый к первичной компании, был

$$S_{y\bar{b}} = \sum_{i=1}^N S_{y\bar{b}_i},$$

то теперь он уменьшился и стал равным

$$k \cdot S_{y\bar{b}} = k \sum_{i=1}^N S_{y\bar{b}_i}.$$

Пусть обе компании следуют принципу ожидаемого значения в сборе премий с коэффициентами нагрузки θ и θ^* соответственно.

До заключения договора перестрахования капитал первичной компании был равен величине

$$A_{ск} = (1 + \theta)M[S_{y\bar{b}}].$$

После заключения договора он уменьшился на величину премии $(1 + \theta^*)(1 - k)M[S_{y\bar{b}}]$ и стал равным

$$A_{ск} = (\theta - \theta^* + k(1 + \theta^*))M[S_{y\bar{b}}].$$

Теперь сравним риск первичной страховой компании в случае заключения контракта перестрахования и в случае, если бы она его не заключила. Мерой риска считаем платежеспособность, т.е. вероятность неразорения.

В случае заключения контракта вероятность неразорения первичной компании есть величина

$$P(kS_{y\bar{b}} < A_{ck} + (\theta - \theta^* + k(1 + \theta^*))M[S_{y\bar{b}}]) = \\ = P\left(S_{y\bar{b}} < \frac{A_{ck} + (\theta - \theta^* + k(1 + \theta^*))M[S_{y\bar{b}}]}{k}\right).$$

В случае отказа от перестрахования вероятность неразорения первичной компании есть величина

$$P(S_{y\bar{b}} < A_{ck} + (1 + \theta)M[S_{y\bar{b}}]).$$

Компания стремится управлять своим риском так, чтобы вероятность неразорения (платежеспособность) была больше.

2. Теперь рассмотрим **stop – loss контракт перестрахования**, когда устанавливается некоторый предел удержания a .

Если величина индивидуального иска $S_{y\bar{b}_i}$ не превысит a , то он оплачивается в обычном порядке компанией, заключившей контракт.

Если же величина иска превышает предел удержания, то первичная компания выплачивает только сумму (a), а остаток ($S_{y\bar{b}_i} - a$) выплачивает уже перестраховочная компания.

Таким образом, при stop – loss контракте максимальные выплаты по единичному иску у первичной страховой компании не могут превышать заранее фиксированный уровень a .

Пусть первичная страховая компания перестраховала N однотипных договоров. Это значит, что иски $S_{y\bar{b}_1}, S_{y\bar{b}_2}, \dots, S_{y\bar{b}_N}$ есть независимые одинаково распределенные случайные величины.

Суммарный риск первичной компании изначально был $S_{y\bar{b}} = \sum_{i=1}^N S_{y\bar{b}_i}$, после перестрахования он стал $S_{y\bar{b}}^{(a)} = \sum_{i=1}^N S_{y\bar{b}_i}^{(a)}$,

где $S_{y\bar{b}_i}^{(a)} = \min(S_{y\bar{b}_i}, a)$, $i = \overline{1, N}$.

Типичная последовательность размеров выплат может быть следующей:

для первичной компании: $S_{y\bar{b}_1}, S_{y\bar{b}_2}, a, a, S_{y\bar{b}_5}, \dots$,

для вторичной, соответственно: $0, 0, S_{y\bar{b}_3} - a, S_{y\bar{b}_4} - a, 0, \dots$

То есть процесс поступления исков отличается от $N(t)$, поскольку вторичная компания информируется лишь о тех исках, размер выплат по которым превышает установленный барьер a .

При этом типе перестрахования уменьшился не только риск, но и капитал первичной компании, поскольку она заплатила премию перестраховщику.

Пусть обе компании следуют принципу ожидаемого значения в сборе премий с коэффициентами нагрузки θ и θ^* соответственно.

До заключения договора перестрахования капитал первичной компании был собран (равен) в размере

$$A_{ск} = N(1 + \theta)M[S_{y\bar{b}_i}].$$

Само заключение договора потребовало выплатить перестраховочной компании премию

$$N(1 + \theta^*)(M[S_{y\bar{b}_i}] - M[S_{y\bar{b}_i}^{(a)}]),$$

поэтому после его заключения капитал первичной компании стал

$$\begin{aligned} A_{ск}^{(a)} &= N(1 + \theta)M[S_{y\bar{b}_i}] - N(1 + \theta^*)(M[S_{y\bar{b}_i}] - M[S_{y\bar{b}_i}^{(a)}]) = \\ &= N(\theta - \theta^*)M[S_{y\bar{b}_i}] + N(1 + \theta^*)M[S_{y\bar{b}_i}^{(a)}]. \end{aligned}$$

Соответственно, вероятность разорения стала равной

$$P(S_{y\bar{b}}^{(a)} > N(\theta - \theta^*)M[S_{y\bar{b}_i}] + N(1 + \theta^*)M[S_{y\bar{b}_i}^{(a)}]).$$

Вычислить ее явно довольно трудно, и поэтому для получения приближенного значения воспользуемся центральной предельной теоремой теории вероятностей:

$$\begin{aligned} P\left(\frac{S_{y\bar{b}}^{(a)} - M[S_{y\bar{b}}^{(a)}]}{\sigma(S_{y\bar{b}_i}^{(a)})} > \frac{N(\theta - \theta^*)M[S_{y\bar{b}_i}] + N\theta^*M[S_{y\bar{b}_i}^{(a)}]}{\sigma(S_{y\bar{b}_i}^{(a)})\sqrt{N}}\right) &\approx \\ \approx 1 - \Phi\left(\sqrt{N}\frac{(\theta - \theta^*)M[S_{y\bar{b}_i}] + \theta^*M[S_{y\bar{b}_i}^{(a)}]}{\sigma(S_{y\bar{b}_i}^{(a)})}\right), \end{aligned}$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ — функция распределения стандартного нормального закона.

➔ **Пример 10.6.** Портфель компании состоит из $N = 20$ тыс. договоров страхования жизни сроком на 1 год.

В соответствии с условиями договора компания выплачивает определенную сумму в случае смерти застрахованного в течение года и не платит ничего, если застрахованный доживет до конца года.

Все застрахованные имеют одну и ту же вероятность смерти в течение года, равную $q = 0,01$.

Из 20 тысяч застрахованных $N_1 = 10$ тыс. человек заключили договор на сумму $S_{cmp1} = 100$ тыс. руб. каждый, $N_2 = 5$ тыс. человек – на сумму $S_{cmp2} = 200$ тыс.руб. каждый, $N_3 = 4$ тыс. человек – на сумму $S_{cmp3} = 500$ тыс. руб. каждый и $N_4 = 1$ тыс. человек – на сумму $S_{cmp4} = 1$ млн руб. каждый. Относительная страховая надбавка установлена компанией в размере $\theta = 15\%$.

Компания заключила договор перестрахования чрезмерных потерь при пределе удержания $a = 500$ тысяч руб. Перестраховочная компания установила свой тариф на основе той же статистики смертности, что и передающая компания, но с относительной страховой надбавкой $\theta^* = 20\%$.

Определите, как изменится ожидаемый доход и вероятность разорения передающей компании, имея ввиду, что суммарные потери распределены приблизительно нормально.

Решение.

1. Найдем вероятность разорения и ожидаемый доход **при отсутствии перестрахования.**

Среднее значение и дисперсия суммарных выплат равны соответственно сумме средних значений и сумме дисперсий всех индивидуальных потерь:

$$M[S_{y\bar{b}}^{ysl}] = \sum_{i=1}^N M[S_{y\bar{b}_i}^{ysl}], \quad D[S_{y\bar{b}}^{ysl}] = \sum_{i=1}^N D[S_{y\bar{b}_i}^{ysl}].$$

Поскольку возможные выплаты по индивидуальному договору принимают только два значения: 0 с вероятностью $1 - q$ и S_{cmpk}^{ysl} с вероятностью q , мы имеем:

$$M[S_{y\bar{b}_i}^{ysl}] = qS_{cmpk}^{ysl}, \quad D[S_{y\bar{b}_i}^{ysl}] = q(1 - q)(S_{cmpk}^{ysl})^2.$$

Для подсчета величин $M[S_{уб}^{усл}]$ и $D[S_{уб}^{усл}]$ удобно сгруппировать договора по величине страховой суммы. Суммы средних значений и дисперсий индивидуальных потерь для договоров из k -й группы, $k = 1, 2, 3, 4$, равны $N_k q S_{стрk}^{усл}$ и $N_k q(1-q)(S_{стрk}^{усл})^2$ соответственно.

Сложив эти величины, мы получим $M[S_{уб}^{усл}]$ и $D[S_{уб}^{усл}]$.

Для численных расчетов удобно использовать 100 тыс. руб. как единицу измерения денежных сумм $S_{стр}^{усл}$.

Результаты расчетов сведены в таблицу, последний столбец которой содержит окончательные результаты для исходной группы из $N = 20$ тыс. человек:

Номер группы k	1	2	3	4	Исходная группа
Число застрахованных (тыс.) N_k	10	5	4	1	20
Страховая сумма $S_{стрk}^{усл}$	1	2	5	10	
Средние выплаты для группы $N_k \cdot q \cdot S_{стрk}^{усл}$	100	100	200	100	500
Дисперсия суммарных выплат для группы $N_k q(1-q)(S_{стрk}^{усл})^2$	99	198	990	990	2277

Получили:

$$M[S_{уб}^{усл}] = 500. D[S_{уб}^{усл}] = 2277.$$

Общая сумма, собранная в виде страховых премий, есть

$$A_{ск}^{усл} = (1 + \theta)M[S_{уб}^{усл}] = (1 + 0,15) \cdot 500 = 575 \text{ условных единиц,}$$

а ожидаемый доход компании:

$$S_{дох}^{усл} = A_{ск}^{усл} - M[S_{уб}^{усл}] = \theta \cdot M[S_{уб}^{усл}] = 0,15 \cdot 500 = 75 \text{ условных единиц.}$$

$$S_{дох} = S_{дох}^{усл} \cdot S_{стр}^{усл} = 75 \cdot 100000 = 7,5 \text{ млн руб.}$$

Теперь мы можем подсчитать вероятность разорения компании R :

$$R = P(S_{уб}^{усл} > A_{ск}^{усл}) = P\left(\frac{S_{уб}^{усл} - M[S_{уб}^{усл}]}{\sigma(S_{уб}^{усл})} > \frac{A_{ск}^{усл} - M[S_{уб}^{усл}]}{\sigma(S_{уб}^{усл})}\right) \approx$$

$$\approx 1 - \Phi\left(\frac{A_{ск}^{усл} - M[S_{уб}^{усл}]}{\sigma(S_{уб}^{усл})}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{575 - 500}{\sqrt{2277}}\right) \approx 1 - \Phi(1,57) \approx 5,82\%.$$

2. Предположим теперь, что наша компания заключила договор перестрахования с пределом удержания $a = 500$ тысяч руб., т.е. $a = 5$ условных единиц.

При наступлении страховых случаев по договорам с величиной страховой суммы $S_{стр3}^{усл} = 5$ и $S_{стр4}^{усл} = 10$ передающая компания выплачивает одну и ту же сумму $a = 5$.

Поэтому все эти договора можно объединить в одну группу.

Договора с величиной страховой суммы $S_{стр1}^{усл} = 1$ и $S_{стр2}^{усл} = 2$ по-прежнему образуют отдельные группы.

Результаты расчетов для передающей компании в новой ситуации содержатся в следующей таблице:

Номер группы k	1	2	3	Исходная группа
Число застрахованных (тыс.) N_k	10	5	5	20
Страховая сумма $S_{стрk}^{усл}$	1	2	5	
Средние выплаты для группы $N_k \cdot q \cdot S_{стрk}^{усл}$	100	100	250	450
Дисперсия суммарных выплат для группы $N_k q(1 - q)(S_{стрk}^{усл})^2$	99	198	1237,5	1534,5

Таким образом, средние суммарные выплаты передающей компании уменьшились с 500 до 450, а дисперсия суммарных выплат уменьшилась с 2277 до 1534,5.

Одновременно и коэффициент вариации суммарных выплат уменьшился с

$$\sigma(S_{уб}^{усл})M[S_{уб}^{усл}] = \sqrt{2277/500} = 9,54\% \quad \text{до} \quad \sqrt{1534,5/45} = 8,71\%.$$

Разность

$$M[S_{уб}^{усл}] - M[S_{уб}^{усл(a)}] = 500 - 450 = 50$$

дает средние суммарные выплаты перестраховочной компании.

В соответствии с условиями перестрахования плата за перестрахование равна

$$(1 + \theta^*)(M[S_{уб}^{усл}] - M[S_{уб}^{усл(a)}]) = 1,20 \cdot 50 = 60 \text{ усл. единиц.}$$

Поэтому активы передающей компании уменьшатся с величины

$$A_{ск}^{усл} = 575 \quad \text{до} \quad A_{ск}^{усл(a)} = 575 - 60 = 515.$$

Это значит, что ожидаемый доход передающей компании составит величину

$$S_{дох}^{усл(a)} = A_{ск}^{усл(a)} - M[S_{уб}^{усл(a)}] = 515 - 450 = 65 \text{ условных единиц.}$$

В абсолютном исчислении ожидаемый доход передающей компании составит величину

$$S_{дох}^{(a)} = S_{дох}^{усл(a)} \cdot S_{стр}^{усл} = 65 \cdot 100000 = 6,5 \text{ млн руб.}$$

Вероятность разорения после перестрахования выразится через функцию распределения нормального закона в виде:

$$R^{(a)} = P(S_{уб}^{усл(a)} > A_{ск}^{усл(a)}) = P\left(\frac{S_{уб}^{усл(a)} - M[S_{уб}^{усл(a)}]}{\sigma(S_{уб}^{усл(a)})} > \frac{A_{ск}^{усл(a)} - M[S_{уб}^{усл(a)}]}{\sigma(S_{уб}^{усл(a)})}\right) \approx$$

$$\approx 1 - \Phi\left(\frac{A_{ск}^{усл(a)} - M[S_{уб}^{усл(a)}]}{\sigma(S_{уб}^{усл(a)})}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{515 - 450}{\sqrt{1534,5}}\right) \approx 1 - \Phi(1,66) \approx 4,85\%.$$

Перестрахование уменьшило вероятность разорения компании с 5,82 до 4,85%.

Но это достигнуто ценой уменьшения ее ожидаемого дохода с 7,5 млн руб. до 6,5 млн руб.

10.5. РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПО СТРАХОВАНИЮ

➔ **Пример 10.7.** Страховая компания застраховала на 1 год 800 автомобилей одной модели. Из них $N_1 = 200$ автомобилей застрахованы только от угона, $N_2 = 450$ автомобилей – только от повреждений, $N_3 = 150$ автомобилей – от автогражданской ответственности (ответственности перед третьими лицами: в случае аварии страхование покрывает ущерб, нанесенный страхователем третьим лицам).

В случае угона автомобиля его владельцу выплачивается 2400 долларов. В случае повреждения автомобиля ущерб распределен равномерно на интервале $[0; 2400]$.

Выплаты по страхованию автогражданской ответственности распределены экспоненциально со средним значением 800 долларов.

Вероятность страхового случая по первой группе (угон) равна $q_1 = 0,04$, по второй (повреждение): $q_2 = 0,12$, по третьей: $q_3 = 0,05$.

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение суммарных выплат компанией.

Найти рисковую надбавку для доверительной вероятности неразорения компании 0,975.

Решение.

Найдем математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение страхового убытка по одному договору из каждой группы.

Модель индивидуального иска в k -й группе можно представить в виде

$$S_{убк} = I_k \cdot S_{cmpk},$$

где I_k – случайная величина, принимающая значение 0 с вероятностью $1 - q_k$ и 1 с вероятностью q_k (наличие страхового случая);

S_{cmpk} – случайная величина, описывающая размер страховой выплаты в случае предъявления иска.

Для первой группы страховые выплаты являются константой:

$$m_1 = M(S_{cmp1}) = 2400; \quad \sigma_1 = \sigma(S_{cmp1}) = 0.$$

Для второй группы при равномерном распределении характеристики выплат получаются из свойств равномерного закона распределения:

$$m_2 = M(S_{cmp2}) = (0 + 2400) / 2 = 1200;$$

$$\sigma_2 = \sigma(S_{cmp2}) = (2400 - 0) / \sqrt{12} = 692,82.$$

Для третьей группы при экспоненциальном распределении:

$$m_3 = M(S_{cmp3}) = \sigma_3 = \sigma(S_{cmp3}) = 800.$$

Математическое ожидание страхового убытка по одному риску для k -й группы:

$$M(S_{y\bar{b}k}) = M(S_{cmpk}) \cdot q_k = m_k \cdot q_k.$$

Математическое ожидание убытка всему портфелю договоров:

$$\begin{aligned} M(S_{y\bar{b}}) &= \sum_{k=1}^3 N_k \cdot q_k \cdot m_k = \\ &= 200 \cdot 0,04 \cdot 2400 + 450 \cdot 0,12 \cdot 1200 + 150 \cdot 0,05 \cdot 800 = 90000 \text{ долл.} \end{aligned}$$

Дисперсия страхового убытка по одному риску для k -й группы:

$$\begin{aligned} D(S_{y\bar{b}k}) &= \sigma_k^2 = M(S_{y\bar{b}k}^2) - (M(S_{y\bar{b}k}))^2 = \\ &= M((S_{cmpk} \cdot I_k)^2) - (M(S_{cmpk}) \cdot q_k)^2 = M(S_{cmpk}^2) \cdot q_k - (m_k \cdot q_k)^2 = \\ &= (\sigma_k^2 + (m_k)^2) \cdot q_k - (m_k \cdot q_k)^2 = \sigma_k^2 \cdot q_k + (m_k)^2 \cdot q_k (1 - q_k). \end{aligned}$$

Дисперсия суммарного страхового убытка по всему портфелю договоров определяется из предположения их независимости в каждой группе:

$$D(S_{y\bar{b}}) = \sum_{k=1}^3 N_k \cdot D(S_{y\bar{b}k}) = \sum_{k=1}^3 N_k \cdot (\sigma_k^2 \cdot q_k + m_k^2 \cdot q_k (1 - q_k)).$$

Для наших данных получаем дисперсию страхового убытка по всему портфелю договоров:

$$\begin{aligned} D(S_{y\bar{b}}) &= N_1 q_1 (1 - q_1) m_1^2 + N_2 (q_2 (1 - q_2) m_2^2 + q_2 \sigma_2^2) + N_3 (q_3 (1 - q_3) m_3^2 + q_3 \sigma_3^2) = \\ &= 200(0,04)(1 - 0,04)(2400)^2 + 450((0,12)(1 - 0,12)(1200)^2 + (0,12)(692,82)^2) + \\ &+ 150((0,05)(1 - 0,05)(800)^2 + (0,05)(800)^2) = 147945867,9. \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение страхового убытка по одному риску для всего портфеля договоров:

$$\sigma(S_{y\bar{b}}) = \sqrt{D(S_{y\bar{b}})} = \sqrt{147945866,9} = 12163,3 \text{ долл.}$$

С учетом доверительной вероятности 0,975 и соответствующего квантиля нормированной функции распределения $x_{0,975} = 1,96$ надбавка к средним выплатам по каждому договору составит величину

$$\theta = x_{0,975} \frac{\sigma(S_{y\bar{b}})}{M(S_{y\bar{b}})} = 1,96 \frac{12163,3}{90000} = 0,2649.$$

Допущение в задаче: число договоров известно заранее.

➔ **Пример 10.8.** Отправителям срочных почтовых сообщений предлагается возможность застраховать их на следующих условиях: в случае утери отправления отправитель получает 500 долл., а в случае нарушения сроков доставки – 50 долл. Согласно статистическим данным, на каждые 10 000 отправлений в среднем 16 не доставляется по назначению, 263 доставляется с нарушением сроков.

Определить стоимость такой страховки, чтобы собранная премия с вероятностью 0,95 покрывала суммарные платежи.

Решение.

Найдем математическое ожидание страхового убытка на одно отправление:

$$M(S_{y\bar{b}_i}) = 500 \cdot (16/10000) + 50 \cdot (263/10000) = 2,115 \text{ долл.}$$

Дисперсия страхового убытка на одно отправление:

$$\begin{aligned} D(S_{y\bar{b}_i}) &= M(S_{y\bar{b}_i}^2) - (M(S_{y\bar{b}_i}))^2 = \\ &= (500)^2(16/10000) + (50)^2(263/10000) - (2,115)^2 = 461,277 \text{ долл.}^2 \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение страхового убытка на одно отправление:

$$\sigma(S_{y\bar{b}_i}) = \sqrt{D(S_{y\bar{b}_i})} = \sqrt{461,277} = 21,477 \text{ долл.}$$

С учетом доверительной вероятности надбавка к средним выплатам по каждому договору (все договора считаются однородными с одинаковыми вероятностными характеристиками) составит величину

$$\theta = x_{0,95} \frac{\sigma(S_{y\bar{c}})}{M(S_{y\bar{c}})} = x_{0,95} \frac{\sqrt{N} \cdot \sigma(S_{y\bar{c}_i})}{N \cdot M(S_{y\bar{c}_i})} = x_{0,95} \frac{\sigma(S_{y\bar{c}_i})}{\sqrt{N} \cdot M(S_{y\bar{c}_i})} = 1,645 \frac{21,477}{\sqrt{N} \cdot 2,115} = \frac{16,70}{\sqrt{N}}.$$

Если в течение года предполагается застраховать 1200 почтовых сообщений, то надбавка

$$\theta = \frac{16,70}{\sqrt{N}} = \frac{16,70}{\sqrt{1200}} = \frac{16,70}{34,641} = 0,4822.$$

Тогда нетто-премия за страховку составит величину

$$S_{np_i} = (1 + \theta)M(S_{y\bar{c}_i}) = (1 + 0,4822) \cdot 2,115 = 3,13 \text{ долл.}$$

Если в течение года предполагается застраховать 900 почтовых сообщений, то надбавка

$$\theta = \frac{16,70}{\sqrt{N}} = \frac{16,70}{\sqrt{900}} = \frac{16,70}{30} = 0,5567.$$

Тогда нетто-премия за страховку составит величину

$$S_{np_i} = (1 + \theta)M(S_{y\bar{c}_i}) = (1 + 0,5567) \cdot 2,115 = 3,292 \text{ долл.}$$

➔ **Пример 10.9.** 1 января 2013 года человек в возрасте 40 лет заключил договор страхования жизни на 10 лет со страховой суммой 100 тыс. руб.

По договору страховое возмещение выплачивается в момент смерти.

Банковская процентная ставка (эффективность работы денег) составляет 5% годовых сложных. Премия в размере 4 тыс. руб. платится в начале года на протяжении 5 лет.

Застрахованный умер 30 июня 2015 года.

Определить величину потерь страховой компании по этому договору, приведенную к моменту заключения договора.

Решение.

Остаточное время жизни здесь неслучайно и известно:

$$T_{40} = 2,5 \text{ года.}$$

Страховое возмещение выплачивается компанией в момент времени $T_{40} = 2,5$ года.

Приведенная стоимость выплаты составит величину

$$S_{стр}(0) = 100000(1 + 0,05)^{-2,5} = 88517 \text{ рублей.}$$

Страхователь выплатил 3 премии по 4 тыс. руб.

Приведенная стоимость этих платежей составит величину

$$S_{пр}(0) = 4000(1 + (1,05)^{-1} + (1,05)^{-2}) = 11438 \text{ рублей.}$$

Величину потерь страховой компании по этому договору, приведенная к моменту заключения договора, составит:

$$S_{ном}(0) = S_{стр}(0) - S_{пр}(0) = 88517 - 11438 = 77079 \text{ рублей.}$$

Величину потерь страховой компании по этому договору, приведенная к моменту выплаты страхового возмещения, составит в руб.:

$$\begin{aligned} S_{ном}(2,5) &= 100000 - 4000((1,05)^{2,5} + (1,05)^{1,5} + (1,05)^{0,5}) = \\ &= 100000 - 4000(1,12973 + 1,07593 + 1,02470) = 100000 - 12921,44 = 87078,56. \end{aligned}$$

➔ **Пример 10.10.** Страховая компания предлагает договора страхования жизни на один год. Если смерть застрахованного наступила от «естественных» причин, то выгодоприобретателю выплачивается 500 000 руб.

В случае смерти от несчастного случая страховая сумма равна 1 млн рублей. Компания не платит ничего, если застрахованный доживает до конца года. Вероятность смерти от несчастного случая равна 0,01, а вероятность естественной смерти равна 0,1. Относительная страховая надбавка равна 20% к суммам ожидаемых страховых выплат.

Сколько договоров должен продать страховщик, чтобы собранная премия с вероятностью 0,95 покрывала суммарные платежи?

Решение.

Обозначим:

N – общее число проданных договоров.

$S_{уб_i}$ – выплаты по i -му договору, $i = \overline{1, N}$.

θ – страховая надбавка, равная 0,2.

Суммарные выплаты по всему портфелю:

$$S_{уб} = S_{уб_1} + \dots + S_{уб_N}.$$

Премия по одному договору равна:

$$S_{np_i} = (1 + \theta)M(S_{y\bar{o}_i}).$$

Условие неразорения страховой компании

$$\begin{aligned} P(S_{y\bar{o}} \leq N \cdot S_{np_i}) &= P\left(\frac{S_{y\bar{o}} - M(S_{y\bar{o}_i})}{\sigma(S_{y\bar{o}_i})} < \frac{N \cdot S_{np_i} - M(S_{y\bar{o}_i})}{\sigma(S_{y\bar{o}_i})}\right) \approx \\ &\approx \Phi\left(\frac{N \cdot S_{np_i} - M(S_{y\bar{o}_i})}{\sigma(S_{y\bar{o}_i})}\right) = \Phi\left(\sqrt{N} \frac{\theta \cdot M(S_{y\bar{o}_i})}{\sigma(S_{y\bar{o}_i})}\right) = 0,95. \end{aligned}$$

Поэтому

$$\sqrt{N} \frac{\theta \cdot M(S_{y\bar{o}_i})}{\sigma(S_{y\bar{o}_i})} = x_{0,95} = 1,645.$$

Здесь $x_{0,95}$ – корень уравнения $\Phi(x) = 0,95$ (квантиль порядка 0,95).

Для индивидуального договора имеем характеристики:

$$M(S_{y\bar{o}_i}) = 0 \cdot 0,89 + 500000 \cdot 0,1 + 1000000 \cdot 0,01 = 60000 \text{ руб.}$$

$$M(S_{y\bar{o}_i}^2) = (500000)^2 \cdot 0,1 + (1000000)^2 \cdot 0,01 = 35 \cdot 10^9 \text{ руб}^2.$$

$$D(S_{y\bar{o}_i}) = M(S_{y\bar{o}_i}^2) - M^2(S_{y\bar{o}_i}) = 35 \cdot 10^9 - (60000)^2 = 314 \cdot 10^8 \text{ руб}^2.$$

Отсюда для искомого числа договоров имеем:

$$N = \frac{(x_{0,95})^2 \cdot D(S_{y\bar{o}_i})}{(\theta)^2 \cdot M^2(S_{y\bar{o}_i})} = \frac{(1,645)^2 \cdot 314 \cdot 10^8}{(0,2)^2 \cdot (60000)^2} = 590.$$

➔ **Пример 10.11.** Некоторая фирма предлагает организовать групповое страхование жизни для своих сотрудников и предполагает внести в страховой фонд сумму, равную ожидаемым выплатам страховых возмещений.

Каждый сотрудник, в свою очередь, должен будет дополнительно внести сумму, равную определенной доле от размера ожидаемой выплаты. Размер этой доли определяется таким образом, чтобы с вероятностью 0,95 средств страхового фонда хватило для выплаты страховых возмещений.

Структура персонала приведена ниже в таблице:

Профессиональный класс (k)	Число сотрудников (N_k)	Страховая сумма $S_{стрк}$	Вероятность смерти q_k
1	60	550	0,005
2	100	180	0,002
3	200	250	0,001
4	150	320	0,006

Определить размер взноса для работников каждого проф. класса.

Решение.

Обозначим:

$S_{стрк}$ – размер страховой суммы работников k -го класса;

q_k – вероятность смерти сотрудника k -го класса.

Индивидуальные потери по договору принимают только 2 значения: 0 – с вероятностью $1 - q_k$; $S_{стрк}$ – с вероятностью q_k .

Среднее значение индивидуальных потерь страховщика равно

$$M(S_{y\bar{b}k}) = q_k \cdot S_{стрк}.$$

Дисперсия индивидуальных потерь равна

$$D(S_{y\bar{b}k}) = q_k \cdot (1 - q_k) \cdot (S_{стрк})^2.$$

Среднее значение суммарных выплат $S_{y\bar{b}}$ равно

$$M(S_{y\bar{b}}) = N_k \cdot M(S_{y\bar{b}k}).$$

Дисперсия суммарных выплат равна $D(S_{y\bar{b}}) = N_k \cdot Var(S_{y\bar{b}k})$.

Результаты расчетов представлены ниже в таблице:

Проф. класс	Число сотр.	$S_{стрк}$	q_k	Средние индивид. потери $M(S_{y\bar{b}k})$	Дисперсия индив. потерь $D(S_{y\bar{b}k})$	Суммарные выплаты $M(S_{y\bar{b}})$	Дисперсия сумм. выплат $D(S_{y\bar{b}})$
1	60	550	0,005	2,75	1504,94	165	90296
2	100	180	0,002	0,36	64,67	36	6467
3	200	250	0,001	0,25	62,44	50	12488
4	150	320	0,006	1,92	610,71	288	91606
Итого по фирме						539	200857

Размер страхового фонда равен

$$A_{ск} = M(S_{y\bar{6}}) + \theta \cdot M(S_{y\bar{6}}) = (1 + \theta) \cdot M(S_{y\bar{6}}).$$

По условию должно выполняться равенство

$$P(S_{y\bar{6}} \leq A_{ск}) = P_{дов} = 0,95.$$

В другом виде это соотношение запишется так:

$$\begin{aligned} P\left(\frac{S_{y\bar{6}} - M(S_{y\bar{6}})}{\sigma(S_{y\bar{6}})} \leq \frac{A_{ск} - M(S_{y\bar{6}})}{\sigma(S_{y\bar{6}})}\right) &= \\ = \Phi\left(\frac{A_{ск} - M(S_{y\bar{6}})}{\sigma(S_{y\bar{6}})}\right) &= \Phi\left(\frac{\theta M(S_{y\bar{6}})}{\sigma(S_{y\bar{6}})}\right) = 0,95. \end{aligned}$$

$$\frac{A_{ск} - M(S_{y\bar{6}})}{\sigma(S_{y\bar{6}})} = \frac{\theta \cdot 539}{\sqrt{200857}} = x_{0,95} = 1,645.$$

$$\theta = \frac{\sqrt{200857} \cdot 1,645}{539} = \frac{448,17 \cdot 1,645}{539} = 1,368.$$

Тогда защитные надбавки для работников соответствующих классов будут равны $\theta_k = \theta \cdot M(S_{y\bar{6}k})$:

- 1) $\theta_1 = \theta \cdot M(S_{y\bar{6}1}) = 1,368 \cdot 2,75 = 3,762$;
- 2) $\theta_2 = \theta \cdot M(S_{y\bar{6}2}) = 1,368 \cdot 0,36 = 0,4925$;
- 3) $\theta_3 = \theta \cdot M(S_{y\bar{6}3}) = 1,368 \cdot 0,25 = 0,342$;
- 4) $\theta_4 = \theta \cdot M(S_{y\bar{6}4}) = 1,368 \cdot 1,92 = 2,6266$.

➔ **Пример 10.12.** Пенсионер получает по страховке ежемесячно пенсию в размере 10 тыс. руб., которая выплачивается 1-го числа каждого месяца до 31 мая 2016 года. После получения очередной пенсии 1 сентября 2014 года этот пенсионер пожелал (решил) получать пенсию 2 раза в месяц: 1-го и 15-го числа каждого месяца.

Определить размер этой пенсии, если банковская процентная ставка (эффективность работы денег) составляет 12% годовых сложных.

Решение.

Для упрощения расчетов будем считать все месяцы равными 1/12 года. Эффективные ставки для месяца и 15 дней можно вычислить следующим образом:

$$r_T = (1 + r_c)^T - 1.$$

$$r_{мес} = (1 + r_c)^{1/12} - 1 = 0,0094888. \quad r_{15дн} = (1 + r_c)^{1/24} - 1 = 0,0047332.$$

После получения пенсии 01.09.2014 года осталось выплатить ему еще 20 ежемесячных пенсий.

Приведенная стоимость этих 20 пенсий составит величину

$$S_M(0) = S_{ед} \frac{1 - (1 + r_T)^{-T}}{r_T} = 10000 \frac{1 - (1 + r_{мес})^{-20}}{r_{мес}} = 10000 \frac{1 - (1 + r_c)^{-20/12}}{(1 + r_c)^{1/12} - 1}.$$

Полумесечных пенсий за период действия договора нужно будет выплатить 41. Приведенная стоимость этих 41 пенсии составит величину

$$S_{15дн}(0) = X \frac{1 - (1 + r_{15дн})^{-41}}{r_{15дн}} = X \frac{1 - (1 + r_c)^{-41/24}}{(1 + r_c)^{1/24} - 1}$$

Приравнявая приведенные стоимости месячных и полумесечных пенсий получим уравнение эквивалентности:

$$10000 \frac{1 - (1 + r_c)^{-20/12}}{(1 + r_c)^{1/12} - 1} = X \frac{1 - (1 + r_c)^{-41/24}}{(1 + r_c)^{1/24} - 1}.$$

Здесь $r_c = 0,12$.

Решая уравнение, получим размер новой пенсии $X = 4877,7$ руб.

➔ **Пример 10.13.** Известно, что величина ущерба (возмещения) $S_{стр}$ вследствие страхового случая имеет дисперсию, равную 16 долл². Дисперсия убытков (выплат) $S_{уб}$ компании по отдельному договору составляет 30 долл². Нетто-премия $S_{пр}$ по соотношению финансовой эквивалентности составляет 2 долл. с каждого договора.

Определить вероятность страхового случая q и средний размер страхового возмещения $M(S_{стр})$.

Решение.

Имеем следующие соотношения:

$$M(S_{уб}) = q \cdot M(S_{стр}).$$

$$M(S_{уб}^2) = q \cdot M(S_{стр}^2) = q \cdot (M^2(S_{стр}) + D(S_{стр})).$$

$$D(S_{уб}) = M(S_{уб}^2) - M^2(S_{уб}) = q \cdot M(S_{стр}^2) + q \cdot D(S_{стр}) - q^2 \cdot M^2(S_{стр}) =$$

$$= q \cdot D(S_{стр}) + q \cdot (1 - q) \cdot M^2(S_{стр}).$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} q \cdot M(S_{cmp}) = 2; \\ q \cdot D(S_{cmp}) + q \cdot (1 - q) \cdot M^2(S_{cmp}) = 30; \\ D(S_{cmp}) = 16. \end{cases}$$

Для нахождения q получаем квадратное уравнение

$$8q^2 - 17q + 2 = 0.$$

Из двух корней $q_1 = 2$; $q_2 = 1/8$ понятию вероятности удовлетворяет величина $q = 1/8 = 0,125$.

Тогда $M(S_{cmp}) = 2 / q = 2 / 0,125 = 16$ долл.

➔ **Пример 10.14.** Вероятность пожара на застрахованном объекте стоимостью $C = 6$ млн руб. равна $q = 0,0001$.

В случае пожара случайная величина ущерба S_{cmp} равномерно распределена на отрезке $[a; b]$.

Определить среднее значение и дисперсию убытков по договору.

Вычислить эти значения при равномерном распределении ущерба при $a = 0,15C$ и $b = 0,95C$.

Решение.

Имеем следующие соотношения для характеристик равномерного закона распределения на отрезке $[a; b]$:

$$M(S_{cmp}) = (a + b) / 2.$$

$$M(S_{cmp}^2) = (a^2 + ab + b^2) / 3.$$

$$D(S_{cmp}) = (b - a)^2 / 12.$$

$$M(S_{y\bar{0}}) = q \cdot M(S_{cmp}) = q \cdot (a + b) / 2.$$

$$M(S_{y\bar{0}}^2) = q \cdot M(S_{cmp}^2) = q \cdot (a^2 + ab + b^2) / 3.$$

$$\begin{aligned} D(S_{y\bar{0}}) &= M(S_{y\bar{0}}^2) - M^2(S_{y\bar{0}}) = q \cdot (M(S_{cmp}^2) + D(S_{cmp})) - q^2 \cdot M^2(S_{cmp}) = \\ &= q \cdot D(S_{cmp}) + q \cdot (1 - q) \cdot M^2(S_{cmp}) = q \cdot (b - a)^2 / 12 + q \cdot (1 - q) \cdot (a^2 + ab + b^2) / 3. \end{aligned}$$

При $a = 0,15C$; $b = 0,95C$
получаем

$$M(S_{y\bar{6}}) = q \cdot 1,1C / 2 = 0,0001 \cdot 6600000 / 2 = 330 \text{ руб.}$$

$$\begin{aligned} D(S_{y\bar{6}}) &= q \cdot (b-a)^2 / 12 + q \cdot (1-q) \cdot (a^2 + ab + b^2) / 3 = \\ &= 0,0001 \cdot (0,95 \cdot 6 \cdot 10^6 - 0,15 \cdot 6 \cdot 10^6)^2 / 12 + \\ &+ 0,0001 \cdot 0,9999 \cdot ((0,15 \cdot 6 \cdot 10^6)^2 + 0,15 \cdot 0,95 \cdot 36 \cdot 10^{12} + (0,95 \cdot 6 \cdot 10^6)^2) / 3 = \\ &= (4,8)^2 \cdot 10^8 / 12 + 0,3333 \cdot (0,81 \cdot 10^8 + 5,13 \cdot 10^8 + 32,49 \cdot 10^8) = \\ &1,92 \cdot 10^8 + 12,808719 \cdot 10^8 = 1472871900 \text{ руб}^2. \end{aligned}$$

Стандартное отклонение убытков:

$$\sigma(S_{y\bar{6}}) = \sqrt{D(S_{y\bar{6}})} = \sqrt{1472871900} = 38378 \text{ рублей.}$$

Коэффициент вариации убытков

$$c_{S_{y\bar{6}}} = \sigma(S_{y\bar{6}}) / M(S_{y\bar{6}}) = 38378 / 330 = 116,297.$$

➔ **Пример 10.15.** Время от момента приобретения оборудования до момента его отказа имеет экспоненциальное распределение со средним значением 10 лет.

Владелец оборудования решил застраховать его на случай раннего отказа. По условиям договора страховая компания выплачивает определенную страховую сумму $S_{стр}$ в случае отказа в течение первого года эксплуатации, 50% от этой суммы в случае отказа в течение второго и третьего года эксплуатации и не платит ничего, если оборудование проработает без отказа три года. Ожидаемые выплаты по этому договору составляют 1000 долларов.

Найти размер страховой суммы $S_{стр}$.

Решение.

При экспоненциальном распределении времени до отказа:

$$M(T_{отк}) = \sigma(T_{отк}) = 1 / \lambda = 10 \text{ лет.}$$

Параметр показательного закона $\lambda = 1/10 = 0,1$.

Выплаты страховщика по договору можно выразить так:

$$S_{уб} = \begin{cases} S_{стр}, & \text{если } T \leq 1, \\ 0,5 \cdot S_{стр}, & \text{если } 1 < T \leq 3, \\ 0, & \text{если } T > 3. \end{cases}$$

Поэтому

$$\begin{aligned} M(S_{уб}) &= S_{стр} \cdot P(T \leq 1) + 0,5 \cdot S_{стр} \cdot P(1 < T \leq 3) = \\ &= S_{стр} \cdot (1 - e^{-\lambda}) + 0,5 \cdot S_{стр} \cdot (e^{-\lambda} - e^{-3\lambda}) = 0,5 \cdot S_{стр} \cdot (2 - e^{-\lambda} - e^{-3\lambda}) = 1000. \end{aligned}$$

Отсюда для страховой суммы $S_{стр}$ имеем:

$$\begin{aligned} S_{стр} &= 2000 / (2 - e^{-0,1} - e^{-0,3}) = 2000 / (2 - 0,90483 - 0,74082) = \\ &= 2000 / 0,35435 = 5644,14 \text{ долл.} \end{aligned}$$

Контрольные вопросы к главе 10

1. На какие основные группы делят модели страхования жизни?
2. В чем заключается суть договора краткосрочного страхования жизни?
3. Поясните модели описания индивидуального убытка страховщика.
4. Какие существуют точные и приближенные методы для расчета характеристик суммарного ущерба страховой компании?
5. Какие принципы назначения страховых премий вы знаете?
6. В чем суть механизма перестрахования?
7. Какие виды механизма перестрахования вы знаете?
8. Что называется функцией удержания и каковы ее свойства?

Задание 10.1. Страховщик заключил N договоров страхования жизни сроком на один год на следующих условиях: в случае смерти застрахованного в течение года от несчастного случая компания выплачивает выгодоприобретателю $S_{стр1}$ денежных единиц, а в случае смерти от естественных причин – $S_{стр2}$ денежных единиц. Компания не платит ничего, если застрахованный не умрет в течение года. Ве-

роятность смерти от несчастного случая одна и та же для всех застрахованных и равна q . Вероятность смерти от естественных причин зависит от возраста (таблица 9.3).

Застрахованных можно разбить на две возрастные группы: (t_1) и (t_2) лет, содержащие соответственно по N_1 и N_2 человек ($N_1 + N_2 = N$).

Требуется: подсчитать премию, достаточную для выполнения компанией своих обязательств с вероятностью 95% без привлечения дополнительных средств.

Защитная надбавка для индивидуального договора берется пропорциональной: 1) нетто – премии; 2) дисперсии выплат по договору; 3) среднему квадратичному отклонению выплат по договору.

Варианты задания приведены в таблице 10.1.

Таблица 10.1 – Варианты задания

№ вар.	S_{cmp1}	S_{cmp2}	q	t_1	t_2	N_1	N_2
1	100000	25000	0,0001	18	38	4000	6000
2	200000	50000	0,0002	19	39	1000	9000
3	300000	100000	0,0003	20	40	2000	8000
4	400000	200000	0,0004	21	41	3000	7000
5	500000	250000	0,0005	22	42	5000	5000
6	600000	300000	0,0006	23	43	6000	4000
7	700000	200000	0,0007	24	44	7000	3000
8	800000	200000	0,0008	25	45	8000	2000
9	900000	300000	0,0001	26	46	9000	1000
10	1000000	250000	0,0002	27	47	1000	19000
11	1100000	300000	0,0003	28	48	2000	18000
12	1200000	400000	0,0004	29	49	3000	17000
13	1300000	500000	0,0005	30	50	4000	16000
14	1400000	400000	0,0006	31	61	5000	15000
15	1500000	500000	0,0007	32	62	6000	14000
16	1600000	400000	0,0008	33	63	7000	13000
17	1700000	600000	0,0009	34	64	8000	12000
18	1800000	600000	0,0001	35	65	9000	11000
19	1900000	700000	0,0002	36	66	10000	10000
20	2000000	500000	0,0003	37	67	11000	9000
21	300000	50000	0,0004	38	68	12000	8000

Задание 10.2. Страховая компания намерена застраховать от ущерба $100 + 10j$ однотипных автомобилей, полная стоимость каждого из которых оценивается в 6000 долларов. Имеются статистические данные о страховании $74\,546 + 10j$ автомобилей такого типа; всего произошло $6111 + 40j$ страховое событие.

Здесь j – номер фамилии студента в списке группы.

Данные об относительных выплатах и страховых суммах представлены в таблице:

Относительное возмещение	Страховая сумма, долл.			
	1500	3000	4500	6000
0,1	$312 + j$	$443 + j$	$298 + j$	$616 + j$
0,2	$176 + j$	$280 + j$	$188 + j$	$354 + j$
0,3	$153 + j$	$221 + j$	$142 + j$	$321 + j$
0,4	$129 + j$	$202 + j$	$124 + j$	$266 + j$
0,5	$93 + j$	$148 + j$	$103 + j$	$197 + j$
0,6	$94 + j$	$128 + j$	$87 + j$	$181 + j$
0,7	$86 + j$	$88 + j$	$54 + j$	$115 + j$
0,8	$43 + j$	$64 + j$	$36 + j$	$78 + j$
0,9	$34 + j$	$44 + j$	$32 + j$	$76 + j$
1,0	$21 + j$	$29 + j$	$17 + j$	$38 + j$

Требуется: используя методику расчета тарифных ставок по рисковому виду страхования, определить тариф, соответствующий вероятности неразорения страховой компании, равной 0,95.

Задание 10.3. Страховая компания, имея начальный капитал $A_{СК}$, подписывает N однотипных полисов с некоторым средним платежом по одному полису и известным стандартным отклонением платежа. При начислении премий используется принцип ожидаемого значения с коэффициентом нагрузки θ .

У данной компании есть возможность заключить контракт пропорционального перестрахования с коэффициентом пропорциональности k . При этом перестраховочная компания начисляет премию из принципа ожидаемого значения с коэффициентом θ^* .

Требуется: оценить ожидаемую прибыль и вероятность разорения первичной компании до и после заключения контракта перестрахования.

Числовые значения для величин, используемых при расчетах, придумать самим.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Анесянц С.А.* Основы функционирования рынка ценных бумаг: учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2005.
2. *Аскинадзи В.М.* Рынок ценных бумаг: учебно-методический комплекс. – М.: изд. центр ЕАОИ, 2008.
3. Базовый курс по рынку ценных бумаг / Л.Н. Андрианова, Д.В. Войцехович, И.А. Гусева и др.; под ред. Р.А. Кокорева. – М.: Учебный центр МФЦ, 2008.
4. *Бердникова Т.Б.* Рынок ценных бумаг и биржевое дело: учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 2002..
5. *Берзон Н.И., Буянова Е.А.* Фондовый рынок: учебное пособие для вузов экономического профиля. – М.: Вита-Пресс, 2008.
6. *Бочаров П.П.* Финансовая математика: учебник для вузов. 2-е изд. – М.: Физматлит, 2007.
7. *Брусов П.Н., Филатова Т.В.* Финансовая математика: учебное пособие для магистров. – М.: ИНФРА-М, 2014.
8. *Буренин А.Н.* Рынок ценных бумаг и производных финансовых инструментов. – М.: НТО им. акад. Вавилова С.Н., 2009.
9. *Галанов В.А.* Рынок ценных бумаг: учебник для вузов.– М.: ИНФРА-М, 2009.
10. *Галанов В.А., Басов А.И.* Биржевое дело. – М.: Финансы и статистика, 2006.
11. *Гусева И.А.* Рынок ценных бумаг. Практические задания по курсу: учебное пособие. 3-е изд., стер. – М.: Экзамен, 2007.
12. *Григорьева Т.И.* Финансовый анализ для менеджеров: оценка, прогноз: учебник для бакалавриата и магистратуры. – М.: Юрайт, 2016.
13. *Джон К. Халл.* Опционы, фьючерсы, и другие производные финансовые инструменты. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2008.
14. Задачи по финансовой математике: учебное пособие / П.Н. Брусов, П.П. Брусов, Н.П. Орехова, С.В. Скородулина. – М.: КноРус, 2014.

15. Инвестиции: учебник / А.Ю. Андрианов, С.В. Валдайцев, П.В. Воробьев и др; отв. ред. В.В. Ковалев, В.В. Иванов, В.А. Лялин. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ТК Велби, Проспект, 2007.
16. *Капитоненко В.В.* Инвестиции и хеджирование: учебно-практическое пособие для вузов. – М.: ПРИОР, 2001.
17. *Килячков А.А., Чалдаева Л.А.* Рынок ценных бумаг и биржевое дело. – М.: Юристъ, 2001.
18. *Килячков А.А., Чалдаева Л.А.* Рынок ценных бумаг и биржевое дело: учебное пособие. – М.: Юристъ, 2005.
19. *Ключников И.К.* Фондовые биржи: вводный курс: учебно-методическое пособие. – М.: ИНФРА-М, 2009.
20. *Кочетыгов А.А.* Финансовая математика. Серия «Учебники и учебные пособия». – Ростов-на-Дону: Феникс, 2004.
21. *Кочетыгов А.А.* Моделирование экономических систем: учебное пособие. – Тула: изд-во ТулГУ, 2012.
22. *Кочетыгов А.А.* Банковское дело: учебное пособие для вузов. – Тула: изд-во ТулГУ, 2016.
23. *Кочетыгов А.А.* Рынок ценных бумаг и биржевое дело: учебное пособие для вузов. – 2015.
24. *Кочетыгов А.А., Федосеев А.А.* Моделирование портфельных инвестиций: монография. – Тула: изд-во ТулГУ, 2013.
25. *Ларин Н.В., Кочетыгов А.А.* Основы финансовой и актуарной математики: учебное пособие. – Тула, изд-во ТулГУ, 2011.
26. *Ломтатидзе О.В.* Базовый курс по рынку ценных бумаг: учебное пособие / О.В. Ломтатидзе, М.И. Львова, А.В. Болотин и др. – М.: КноРус, 2010.
27. *Никифорова В.Д.* Рынок ценных бумаг: учебное пособие. – СПб.: СПбГУЭФ, 2010.
28. *Румянцева Е.Е.* Финансовый менеджмент: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры. – М.: Юрайт, 2016.
29. Рынок ценных бумаг и биржевое дело: учебник для вузов / под ред. О.И. Дегтяревой, Н.М. Коршунова, Е.Ф. Жукова. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
30. Рынок ценных бумаг: учебник / под ред. В.А. Галанова, А.И. Басова. – М.: Финансы и статистика, 2007.
31. Рынок ценных бумаг: учебник / под ред. В.В. Иванова, С.Г. Шевцовой. – М.: КноРус, 2008.
32. Рынок ценных бумаг: учебник / под ред. В.Ф. Жукова. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ, 2009.

33. Рынок ценных бумаг: комплексный учебник: учебное пособие для вузов. – М.: Вузовский учебник, 2009.
34. Рынок ценных бумаг: учебник для вузов / Н.И. Берзон [и др.] ; под общ. ред. Н.И. Берзона; ГУ – ВШЭ. – М.: Юрайт, 2011.
35. Сафонова Т.Ю. Биржевая торговля производными инструментами: Учебно-практическое пособие. – М.: Дело, 2000.
36. Стародубцева Е.Б. Рынок ценных бумаг: учебник. – М.: изд. дом «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2006.
37. Твардовский В.В., Паршиков С.В. Секреты биржевой торговли: Торговля акциями на фондовых биржах. – М.: Альпина Паблшер, 2003.
38. Технический анализ для начинающих. – М.: Альпина Паблшер, 2001.
39. Финансовая математика. Математическое моделирование финансовых операций: учебное пособие для вузов / В.Я. Габескирия, О.М. Гусарова, Н.Б. Кобелев и др.; под ред. В.А. Половникова, А.И. Пилипенко. – М.: Вузовский учебник: ВЗФЭИ, 2009.
40. Брусов П.Н., Брусов П.П., Орехова Н.П., Скородулина С.В. Финансовая математика: учебное пособие. – М.: КноРус, 2013.
41. Финансовый менеджмент: проблемы и решения: в 2 т.: учебник для бакалавриата и магистратуры / под ред. А.З. Бобылевой. – М.: Юрайт, 2015. Т. 1.
42. Финансовый менеджмент: проблемы и решения. В 2 т.: учебник для бакалавриата и магистратуры / под ред. А.З. Бобылевой. – М.: Юрайт, 2015. Т. 2.
43. Финансовые и денежно-кредитные методы регулирования экономики. Теория и практика: учебник / под ред. М.А. Абрамовой, Л.И. Гончаренко, Е.В. Маркиной. – М.: Юрайт, 2015.
44. Финансовый маркетинг: теория и практика: учебник для магистров / О.А. Артемьева и др.; под общ. ред. С.В. Карповой. – М.: Юрайт, 2015.
45. Ценные бумаги / Н.Л. Маренков. 2-е. изд. – М.: Московский экономико-финансовый институт. Ростов-на-Дону: Феникс, 2005.
46. Чалдаева Л.А. Рынок ценных бумаг: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2010.
47. Чалдаева Л.А. Рынок ценных бумаг: учебник для бакалавриата. – М.: Юрайт, 2015.

Учебное электронное издание на диске

Геннадий Васильевич Кузнецов
ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА
Учебное пособие

Публикуется в авторской редакции
Техническое редактирование
и компьютерная верстка *Л.Б. Галкиной*

Подписано в печать 20.01.2017.
Гарнитура Times.
Объем 5,5 МБ. Тираж 8 экз. Заказ № 56.

Финансовый университет
Москва, 125993 (ГСП-3), Ленинградский просп., 49